

MAXITOTALE BACS

2019

**TOUT-
EN-UN**

MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE-CHIMIE

SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE

PHILOSOPHIE

HISTOIRE-GÉOGRAPHIE

ANGLAIS

MAXITOTALE

BAC S

Ont contribué à la réalisation de cet ouvrage :

Alain Larroche (mathématiques)

Élisabeth Le Peltre (physique-chimie)

Marie-Noël Morin-Ganet (SVT)

Éric Delassus (philosophie)

Éric Fourcassier (philosophie)

Cédric Oline (histoire-géographie)

Wendy Benoit (anglais)



Mathématiques

Méthodologie pour l'épreuve de mathématiques, série S

Le programme défini par l'Éducation nationale

I. Analyse

1. Suites et fonctions.
2. Limites.
3. Fonctions mobilisables.
4. Intégration.

II. Géométrie

1. Nombres complexes.
2. Géométrie dans l'espace.

III. Probabilités et statistique

1. Lois de probabilité à densité.
2. Statistique inférentielle.
3. Représentations graphiques et aux simulations.

IV. Algorithmique

1. Décrire des algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique : écrire une formule permettant un calcul ; écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction, ainsi que les instructions d'entrées et sorties, nécessaires au traitement.
2. Réaliser des algorithmes à l'aide d'un tableur ou d'un programme sur calculatrice ou avec un logiciel adapté : programmer un calcul itératif, le nombre d'itérations étant donné ; programmer une instruction conditionnelle, un calcul itératif, avec une fin de boucle conditionnelle.

V. Notations et raisonnement mathématiques

1. Notations mathématiques : notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire ; symboles de base correspondants ($\in, \subset, \cup, \cap$) ; notation des ensembles de nombres et des intervalles.
2. Raisonnement logique : quantificateurs universel, existentiel (les symboles $\forall, \exists$ ne sont pas exigibles), quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ; distinction, dans le cas d'une proposition conditionnelle, de la proposition directe, de sa réciproque, de sa contraposée et de sa négation ; expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ; négation d'une proposition ; contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ; raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.

VI. Enseignement de spécialité

1. Arithmétique.
2. Matrices et suites.

Conseils pour bien se préparer

1. Un mois avant l'épreuve

Pour bien réviser, il est important d'établir un planning de révision régulier et de le respecter, par exemple une heure tous les jours.

Il y a 7 grands thèmes au programme :

- les fonctions ;
- les nombres complexes ;
- l'espace ;
- les probabilités ;
- les suites ;
- l'intégration ;
- les équations différentielles.

Pour chaque thème vous pouvez fixer le nombre de plages de révision en fonction des heures disponibles.

Le thème des fonctions est long et il occupe une place centrale dans les épreuves. Il regroupe : le calcul de dérivées, les limites, les fonctions particulières (logarithme, exponentielle).

Pour les autres thèmes il est préférable de ne pas faire d'impasse, la priorité peut être donnée, dans l'ordre : aux nombres complexes, suites, probabilités, espace, intégration et enfin équations différentielles.

Le travail à partir de fiches de révision et de sujets d'annales permet d'orchestrer les révisions.

Pour structurer le contenu il y a deux approches :

- réviser entièrement un thème puis passer à un autre et faire des révisions spiralées ;
- découper chaque thème et construire le programme en alternant les thèmes.

La construction d'un planning avec une révision spiralée permet de reprendre tout le programme.

2. Une semaine avant l'épreuve

Il faut absolument éviter les nuits blanches passées à réviser intensément, vous risquez d'accumuler de la fatigue et être totalement épuisé pour les épreuves.

Il est préférable de faire un planning par tranches de 2 heures : alterner les phases de travail, de détente (sport, balade) et les repas.

3. La veille de l'épreuve

Rassurez-vous en relisant vos fiches et en revoyant certains exercices types.

Sachez vous interrompre et alternez avec des pauses afin de ne pas saturer.

Évitez absolument de faire une nuit blanche.

Enfin, à la veille d'une épreuve, il est normal d'avoir le sentiment de ne rien savoir, mais ce n'est qu'une impression !

Le jour de l'épreuve

I. Gestion du temps, lecture de l'énoncé

1. Analyser l'énoncé

Avant de commencer, comptez le nombre de pages du sujet, il doit être conforme à ce qui est indiqué. Effectuez deux lectures de l'énoncé : une globale pour découvrir les parties du cours utilisées, la seconde pas à pas en décryptant l'énoncé et en notant au brouillon vos idées.

2. Comprendre le déroulement des questions

Les **questions** d'un exercice ou d'un problème sont souvent **liées les unes aux autres**.

Pensez en particulier qu'une question commençant par « En déduire que... » doit s'appuyer sur le résultat de la question précédente.

Repérez si l'une des questions ne donne pas la réponse à une question située plus haut dans le texte.

Il arrive aussi fréquemment que, dans la partie A, on demande d'étudier une fonction f et que, dans la partie B, on demande d'étudier une fonction g en utilisant les résultats de la partie A : le signe de g' dépend de celui de f .

II. Résolution des exercices

1. Utiliser les bonnes méthodes

Si **vous n'arrivez pas à traiter une question**, ne vous obstinez pas. Vous risquez de vous énerver et de faire des erreurs dans les questions qui suivent. Laissez donc un espace et continuez en supposant le résultat acquis.

Si, en répondant à une question, vous trouvez un résultat qui vous est demandé dans une question suivante, c'est que vous n'avez pas fait appel à la bonne méthode.

Ainsi, si pour prouver que $f(x)$ est supérieur à 3, vous êtes amené à calculer $f'(x)$ alors que ceci est demandé plus loin, vous pouvez revoir votre copie.

Vérifiez que le texte n'impose pas une méthode.

Ainsi, si on vous demande de démontrer une inégalité par récurrence, utilisez un raisonnement par récurrence même s'il existe une méthode plus rapide.

Quand vous appliquez un **théorème**, vérifiez que les **hypothèses** sont réunies. De même, vous devez adapter une formule en fonction des données de l'énoncé.

2. Effectuer les calculs

Attention, une calculatrice, si perfectionnée soit-elle, ne vous dispense en rien de justifier vos résultats.

Sauf si c'est mentionné dans l'énoncé, un raisonnement ne peut s'appuyer sur une phrase du type : « D'après la calculatrice, on obtient... »

Vérifiez que vos **résultats** sont **vraisemblables** : une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1, une aire est un nombre positif, une fonction numérique ne peut croître vers moins l'infini, etc.

Effectuez les calculs au brouillon mais rédigez directement sur la copie. Sinon vous risquez de manquer de temps.

3. Les exercices plus difficiles

On trouve parfois dans la consigne le texte : « Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en

compte dans l'évaluation ». Il s'agit souvent d'exercices plus difficiles, vous pouvez les faire à la fin. Même si vous ne trouvez pas le résultat mais que vous avez une piste, vous pouvez l'écrire.

III. Rédaction et présentation de la copie

1. Soigner la rédaction

L'un des critères d'évaluation de votre copie est la **qualité de la rédaction**.

N'oubliez donc pas d'expliquer clairement votre raisonnement.

Pensez à **justifier** vos constructions.

Dans le cas d'une fonction, établissez un tableau de valeurs, précisez les asymptotes.

2. Soigner la présentation

Pour améliorer la **lisibilité de votre copie**, vous avez intérêt à séparer les questions en sautant des lignes et à donner un titre, si possible, à chaque question.

Pensez également à encadrer vos réponses.

Sujet national, juin 2018, exercice 1

6 points

Dans cet exercice, on munit le plan d'un repère orthonormé.

On a représenté ci-dessous la courbe d'équation :

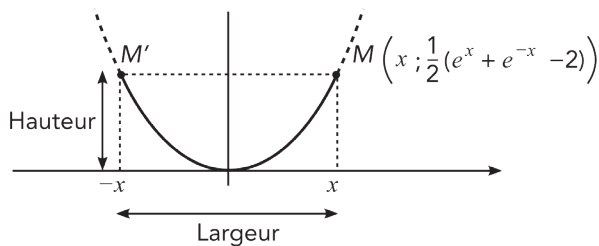
$$y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x} - 2).$$

Cette courbe est appelée une « chaînette ».

On s'intéresse ici aux « arcs de chaînette » délimités par deux points de cette courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Un tel arc est représenté sur le graphique ci-dessous en trait plein.

On définit la « largeur » et la « hauteur » de l'arc de chaînette délimité par les points M et M' comme indiqué sur le graphique.



Le but de l'exercice est d'étudier les positions possibles sur la courbe du point M d'abscisse x strictement positive afin que la largeur de l'arc de chaînette soit égale à sa hauteur.

1. Justifier que le problème étudié se ramène à la recherche des solutions strictement positives de l'équation (E) :

$$e^x + e^{-x} - 4x - 2 = 0.$$

Il faut exprimer en fonction de x la largeur et la hauteur et mettre en équation le problème posé.

2. On note f la fonction définie sur l'intervalle $[0 + \infty[$ par :

$$f(x) = e^x + e^{-x} - 4x - 2.$$

a) Vérifier que pour tout $x > 0$, $f(x) = x \left(\frac{e^x}{x} - 4 \right) + e^{-x} - 2$.

Il faut réordonner les termes de la fonction et faire une factorisation partielle. On peut aussi développer l'expression donnée dans l'énoncé et retrouver l'expression de la fonction f .

b) Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

Il faut utiliser l'expression obtenue dans la question précédente et la limite du cours

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x} \right) = +\infty.$$

3. a) On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Calculer $f'(x)$, où x appartient à l'intervalle $[0; +\infty[$.

On calcule la dérivée de f en utilisant l'expression initiale de f .

b) Montrer que l'équation $f'(x) = 0$ équivaut à l'équation : $(e^x)^2 - 4e^x - 1 = 0$.

On pense à multiplier chaque membre par e^x ou on peut remarquer que $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$

et tout mettre sur le même dénominateur e^x .

c) En posant $X = e^x$, montrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet pour unique solution réelle le nombre $\ln(2 + \sqrt{5})$.

Grâce au changement de variable, on obtient une équation du second degré. Attention, ici $X = e^x$ donc $X > 0$. On calcule son discriminant, on vérifie l'appartenance des éventuelles solutions à l'intervalle $[0; +\infty[$, car $X > 0$.

4. On donne ci-dessous le tableau de signes de la fonction dérivée f' de f :

x	$\ln(2 + \sqrt{5}) + \infty$
$f'(x)$	$- \ 0 \ +$

a) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

En utilisant le tableau de signes de la dérivée, on en déduit le tableau de variation de la fonction f .

b) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution strictement positive que l'on notera α .

On utilise le théorème des valeurs intermédiaires (plus exactement son corollaire, cas strictement monotone pour une unique solution) sur l'intervalle $[\ln(2 + \sqrt{5}); +\infty[$.

5. On considère l'algorithme suivant où les variables a , b et m sont des nombres réels :

Tant que $b - a > 0,1$ faire :

$$m \leftarrow \frac{a + b}{2}$$

Si $e^m + e^{-m} - 4m - 2 > 0$, alors :

$$b \leftarrow m$$

Sinon :

$$a \leftarrow m$$

Fin Si

Fin Tant que

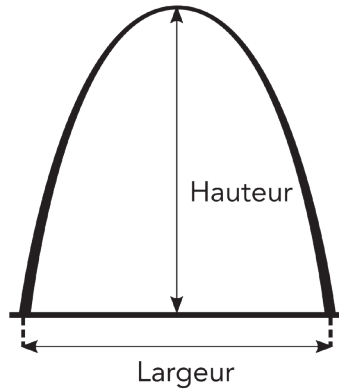
a) Avant l'exécution de cet algorithme, les variables a et b contiennent respectivement les valeurs 2 et 3. Que contiennent-elles à la fin de l'exécution de l'algorithme ? On justifiera la réponse en reproduisant et en complétant le tableau avec les différentes valeurs prises par les variables, à chaque étape de l'algorithme.

m	a	b	$b-a$
	2	3	1
2,5			
...	...	...	...

b) Comment peut-on utiliser les valeurs obtenues en fin d'algorithme à la question précédente ?

L'objectif de cet algorithme est d'obtenir un encadrement de α d'amplitude inférieure ou égale à 0,1. (Il s'agit de la classique méthode de dichotomie.)

6. La *Gateway Arch*, édifée dans la ville de Saint-Louis aux États-Unis, a l'allure ci-après. Son profil peut être approché par un arc de chaînette renversé dont la largeur est égale à la hauteur.



La largeur de cet arc, exprimée en mètre, est égale au double de la solution strictement positive de l'équation :

$$(E') : e^{\frac{t}{39}} + e^{-\frac{t}{39}} - 4 \frac{t}{39} - 2 = 0.$$

Donner un encadrement de la hauteur de la *Gateway Arch*.

Dans cette question, on a le contexte concret de toute l'étude de fonction il faut faire le lien avec ce qui précède et surtout avec l'encadrement de α déterminé à l'aide de l'algorithme.

L'encadrement est valable pour $\frac{t}{39} = \alpha$, en déduire un encadrement pour t_0 solution strictement positive de l'équation (E') . Par la suite, on en déduit l'encadrement de $2 \times t_0$, qui est la hauteur et la largeur de l'arche.

1. Largeur = $x - (-x) = x + x = 2x$ et Hauteur = $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x} - 2)$.

La largeur égale à la hauteur se traduit par :

$$\frac{1}{2}(e^x + e^{-x} - 2) = 2x$$

$$\Leftrightarrow e^x + e^{-x} - 2 = 2 \times 2x$$

$$\Leftrightarrow e^x + e^{-x} - 2 = 4x$$

$$\Leftrightarrow e^x + e^{-x} - 4x - 2 = 0.$$

2. a) Pour tout réel $x > 0$, on a :

$$f(x) = e^x + e^{-x} - 4x - 2$$

$$f(x) = e^x - 4x + e^{-x} - 2, \text{ donc : } f(x) = x \left(\frac{e^x}{x} - 4 \right) + e^{-x} - 2.$$

b) D'après le cours, on sait que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x} \right) = +\infty$, donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x} - 4 \right) = +\infty$.

Et par produit, on a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \left(\frac{e^x}{x} - 4 \right) \right) = +\infty$. De plus, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x} - 2) = 0$.

Ainsi par somme : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

3. a) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a $f'(x) = e^x - e^{-x} - 4$ (en utilisant $(e^u)' = u'e^u$ avec u une fonction dérivable).

b) On a :

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow e^x - e^{-x} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow e^x - \frac{1}{e^x} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{e^x \times e^x - 1 - 4e^x}{e^x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(e^x)^2 - 4e^x - 1}{e^x} = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x)^2 - 4e^x - 1 = 0.$$

c) En posant $X = e^x$, on obtient l'équation $X^2 - 4X - 1 = 0$, avec $X > 0$. On résout cette équation du second degré, qui admet deux solutions (ici une négative et une positive).

MAXITOTALE BAC S

Tout le bac S en un volume pour bien réviser !

Optimisez votre préparation aux épreuves
du bac avec *Maxitotale bac S* :

- les sujets de 2018 et des années précédentes
- les explications de l'enseignant pour bien comprendre
et répondre au mieux à chaque question
 - les corrigés complets
 - les programmes officiels commentés
- les conseils méthodologiques adaptés à chaque épreuve
 - des recommandations pour l'examen

29 €



Retrouvez tous nos ouvrages
sur www.ruedesecoles.com

