

MPSI
PCSI
PTSI
MP2I

Super manuel de **Physique**

SEMESTRE 1

5^e édition

Jérôme Majou

Professeur agrégé en classe préparatoire
au lycée Jules Ferry, Versailles

Relecture et correction : Nathalie Majou

Composition, illustration et maquette originales : Jérôme Majou

Composition de la 5^e édition : Dominique Papon

Couverture : Alexandre de Gassowski

Édition : Myriam Pasek

5^e édition, revue et corrigée

© Bréal, avril 2023

Toute reproduction même partielle interdite

ISBN : 978-2-7495-5484-6



Avant-propos

Le Super manuel de Physique est conforme aux programmes des **premières années** de classes préparatoires scientifiques **MPSI, PCSI, PTSI et MP2I**, entrés en vigueur en septembre 2020. Dans ce tome, couvrant l'intégralité du **premier semestre** de ces classes, les paragraphes **spécifiques à une filière** sont identifiés par un logo.

Le Super manuel accorde une très large part à l'illustration (plus de 1 000 schémas en couleurs) et à la rédaction. Il présente également en détail les outils mathématiques nécessaires au physicien. Lorsque c'est utile, il utilise des raisonnements par analogie ou des expériences imaginaires pour illustrer les concepts. En annexe, des repères historiques et des patrons de maquettes cartonnées permettent de visualiser certains points délicats du cours. C'est un manuel que nous avons voulu :

- **Visuel.** Un schéma clair fait gagner beaucoup de temps. Concepts, dispositifs expérimentaux, représentations graphiques des équations, des solutions... **tout est illustré.**
- **Détaillé.** Ne perdez plus de temps à vous demander pourquoi on va effectuer un calcul ou comment on est passé d'une ligne à une autre. En cours ou en exercices, **tout est détaillé, tout est rédigé.**
- **Synthétique.** Le temps manque avant l'interrogation orale ou le devoir surveillé ? Utilisez directement la rubrique l'essentiel pour faire le tour, sur une double page, de chaque chapitre.
- **Complet.** Une notion ne vous semble pas claire, vous avez identifié une difficulté ? Reportez-vous au **cours** pour approfondir et trouver des explications ; **tout est traité.**
- **Ergonomique.** Accédez directement au point qui vous intéresse via le sommaire, l'index général, la frise chronologique ou l'index des méthodes. Repérez-vous dans l'ouvrage grâce aux onglets colorés.

On est toujours plus efficace lorsqu'on prend plaisir à travailler. C'est particulièrement vrai en classe préparatoire, où le temps est compté et la charge de travail élevée. Avec ce manuel, nous espérons vous proposer un outil de travail à la présentation attrayante, agréable à utiliser, et dont le contenu vous permette de réussir votre année tout en renforçant votre intérêt pour les sciences physiques.

Jérôme Majou

utilisation du manuel

STRUCTURE DU MANUEL

La chronologie du manuel est celle des **programmes de MPSI, PCSI, PTSI et MP2I**, dont les paragraphes sont repris par la plupart des titres de chapitres. Pour aider le lecteur à se repérer, les **quatre parties** abordées au premier semestre (**optique**, **électrocinétique**, **ondes**, et **mécanique**) sont identifiées par des onglets de couleur.

Fortement corrélées, ces parties ont cependant été rédigées de façon à pouvoir être abordées séparément, quelle que soit la progression adoptée en classe par le professeur. Dans ce but, certaines notions sont introduites à plusieurs reprises, toujours sous des formes différentes. Nous espérons proposer l'expérience de lecture la plus fluide possible, mais cela peut conduire le lecteur à sauter un paragraphe lorsqu'il estime en maîtriser le contenu.

- Chaque chapitre s'ouvre par une page **d'introduction** suivie d'un **cours détaillé** permettant l'étude approfondie du sujet. Une première série d'exercices y figurent déjà.
- « **L'essentiel** » regroupe ensuite, sous la forme d'une double page, l'ensemble des définitions, propriétés et expressions utiles à la résolution des exercices et problèmes. Plus qu'un formulaire, il s'agit d'un **cours synthétique** qui peut être utilisée en amont pour découvrir le sujet, puis en aval pour vérifier son acquisition et développer sa vision d'ensemble des connaissances.
- Les **exercices**, au sein du cours ou dans la rubrique « **Les applications** », font tous l'objets de corrigés détaillés et rédigés. La correction débute systématiquement par une **analyse de l'énoncé** et se termine par une **synthèse de ce qu'il faut retenir**. Chaque chapitre propose, à travers une dizaine de problèmes de taille raisonnable (la plupart occupant une double page), de couvrir tout le champ de ce qui peut être demandé au concours.

COMMENT TRAVAILLER ?

L'étudiant en classe préparatoire poursuit un double objectif : obtenir, au long cours, de **bons résultats dans cette classe** et se préparer, à plus long terme, aux **concours** qui en constituent l'aboutissement. Dans ces conditions, faut-il rechercher l'efficacité immédiate en développant des automatismes et en mémorisant des résolutions types, ou axer sa préparation sur la compréhension fine et l'étude approfondie du cours ?

L'expérience montre que les deux aspects doivent être également travaillés : savoir refaire les exercices vus en travaux dirigés donnera de la confiance lors des interrogations orales et sera valorisé en devoirs surveillés. Mais ces devoirs, comme les concours à passer en fin de deuxième année, comporteront nécessairement aussi une part d'inconnu, et il faut se préparer à réfléchir de façon autonome à des problématiques nouvelles. Pour cela, l'approfondissement du cours demeure incontournable.

Le **cours** du manuel, complet et très détaillé, doit permettre à l'étudiant de trouver des réponses précises aux nombreuses interrogations qu'il se formulera lors de sa préparation. Pour autant, il ne faut pas se sentir obligé de tout lire, en particulier lorsque le sujet, déjà traité en classe avec le professeur, est partiellement assimilé. L'étude d'un chapitre du manuel pourra ainsi débiter par la lecture approfondie de **l'essentiel**, au cours de laquelle l'étudiant **rédigera son propre résumé**, identifiera les points qui doivent être approfondis et se reportera aux paragraphes de cours correspondants. Une fois sa fiche de cours établie, la résolution des exercices de la rubrique **applications** donnera à l'étudiant l'occasion de retourner consulter le cours.

utilisation du manuel

CODES GRAPHIQUES

- Les **points à retenir** (définitions, propriétés, théorèmes...) apparaissent dans des encadrés gris.
- Les **méthodes** sont numérotées et apparaissent dans des encadrés jaunes. Une partie d'entre elles sont relatives à des techniques expérimentales. **L'index des méthodes** se trouve **page 636**.
- De **nombreuses remarques** sont intégrées au corps du texte et y apparaissent en bleu. Toutes adoptent la même mise en forme et sont précédées d'un pictogramme qui en précise la nature.



Ampoule. Idée importante aidant à la compréhension.



Attention. Signale une erreur ou une confusion fréquemment rencontrée.



Point d'interrogation. Répond à une question fréquemment posée.



Rappel. Résume une notion vue précédemment dans l'ouvrage.



Surniveau. Signale un approfondissement débordant le cadre strict du programme.



Clef. Signale une remarque à caractère expérimental



Remarque. Signale une remarque d'ordre général.

- Tous les corrigés débutent par une **analyse** et s'achèvent par une **synthèse**. Ces remarques adoptent la même mise en forme habituelle et sont associées à un pictogramme spécifique.



Analyse. Donne, au début des exercices, des éléments de réflexion préliminaires à la résolution.



Synthèse. Récapitule, à la fin des exercices, les notions à retenir.

- Les nouveaux programmes introduisent des approches **expérimentales**, **numériques** et **documentaires**. Un manuel ne se substituant pas, dans ces domaines, au travail effectué en classe, nous avons fait le choix d'intégrer ces approches au corpus du texte : la description des dispositifs ou des protocoles expérimentaux, l'exploitation de résultats obtenus par simulation numérique et les éléments à retenir à l'issue des études de documents font ainsi l'objet de parties ou de sous-parties intégrées à la progression du manuel et repérée par une signalétique spécifique :



Signale un paragraphe ou une partie à **caractère expérimental**.



Signale un paragraphe proposant une **résolution numérique**.



Signale un paragraphe ou une partie de type **documentaire**. Le contenu, fourni à titre d'exemple, n'est pas directement cadré par le programme.

- Les paragraphes, parties ou chapitres spécifiques à une filière sont indiqués par les logos suivants. Par défaut, les paragraphes qui ne sont précédés d'aucune mention sont communs à toutes les classes.

MPSI

PCSI

PTSI

MP2I

- Le patron d'une **maquette tridimensionnelle** présentant les coordonnées sphériques est proposé en annexe, **page 611** assorti d'une notice de montage. Ce patron ainsi que d'autres sont téléchargeables sur le site de l'éditeur.
- Une **frise chronologique** présentant les principales contributions historiques à la physique et leurs auteurs se trouve **page 617**. Elle est assortie de renvois vers les pages de l'ouvrage traitant de ces contributions.
- **L'index général** de l'ouvrage se trouve **page 631**.

Table des matières

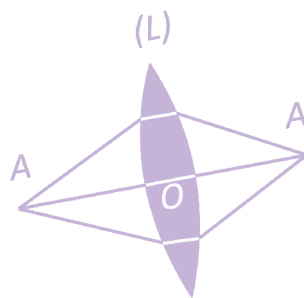
OPTIQUE

1 FONDEMENTS DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE 15

Le cours	16
1. Lumière et sources lumineuses	16
2. Modèle géométrique de la lumière	23
3. Formation d'image en optique géométrique	32
4. Miroir et dioptré plans	42
5. Lentilles minces	44
L'essentiel	50
Les applications	52

2 APPLICATIONS DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE 65

Le cours	66
1. Œil et appareil photographique	66
2. Lunette de visée et collimateur	71
3. Techniques de base au laboratoire d'optique	76
4. Mesures de longueurs d'onde par goniométrie	81
5. Fibre optique	88
L'essentiel	92
Les applications	94



ÉLECTROCINÉTIQUE

3 CIRCUIT ÉLECTRIQUE DANS L'APPROXIMATION DES RÉGIMES QUASI-STATIONNAIRES 105

Le cours	106
1. Phénomènes électriques dans un circuit	106
2. Grandeurs de l'électrocinétique	112
3. Validité de l'électrocinétique. Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires	117
4. Circuit électrique	121
5. Dipôles électriques	128
6. Dipôles linéaires idéaux	131
7. Modélisation des dipôles réels	136
8. Méthodes d'étude des circuits dans l'A.R.Q.S.	140
L'essentiel	148
Les applications	150

ÉLECTROCINÉTIQUE

4 SYSTÈME LINÉAIRE DU PREMIER ORDRE 163

Le cours 164

1. Modèle différentiel linéaire du premier ordre 164
2. Étude du système linéaire du premier ordre soumis à un échelon 166
3. Exemple du circuit RC 172

L'essentiel 178

Les applications 180

5 OSCILLATEUR HARMONIQUE NON AMORTI 187

Le cours 188

1. Exemples d'oscillateurs harmoniques non amortis 188
2. Solutions de l'équation de l'oscillateur harmonique non amorti 190
3. Bilan énergétique de l'oscillateur harmonique non amorti 195
4. Propriétés de l'oscillateur harmonique non amorti 200
5. Développements de l'oscillateur harmonique en physique 202
6. Trajectoire des phases de l'oscillateur harmonique non amorti 205

L'essentiel 206

Les applications 208

6 OSCILLATEUR HARMONIQUE AMORTI 219

Le cours 220

1. Analogie entre oscillateurs mécaniques et électriques 220
2. Étude expérimentale du régime libre de l'oscillateur harmonique amorti 225
3. Étude analytique du régime libre de l'oscillateur harmonique amorti 229
4. Étude du régime sinusoïdal forcé de l'oscillateur harmonique amorti 235
5. Circuit électrique en régime sinusoïdal 244

L'essentiel 248

Les applications 250

7 FILTRAGE LINÉAIRE 265

Le cours 266

1. Principe du filtrage harmonique 266
2. Traitement du signal par une chaîne de quadripôles linéaires 272
3. Diagramme de Bode d'un quadripôle linéaire 280
4. Action d'un filtre sur un signal périodique 285

L'essentiel 290

Les applications 292

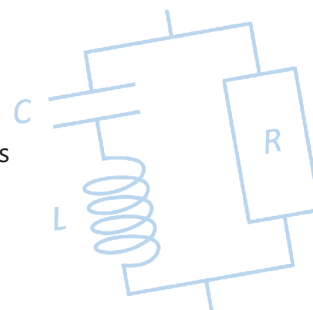


Table des matières

ÉLECTROCINÉTIQUE

8 INSTRUMENTATION ÉLECTRIQUE AU LABORATOIRE

303

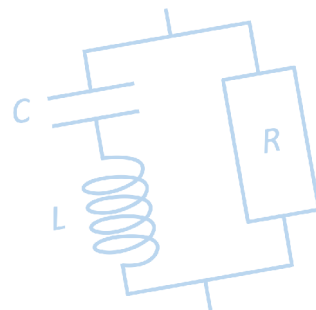
Le cours

1. Générateur basses fréquences
2. Alimentation stabilisée
3. Multimètres numériques
4. Oscilloscope
5. Amplificateur linéaire intégré

PCSI

L'essentiel

Les applications



304

304

307

308

311

316

320

322

ONDES

9 PROPAGATION D'UN SIGNAL

337

Le cours

1. Le phénomène ondulatoire
2. Description d'un phénomène propagatif unidimensionnel
3. Transmission d'un signal par une onde
4. Additions de fonctions sinusoïdales
5. Interférences de deux ondes sinusoïdales de même fréquence
6. Ondes stationnaires mécaniques
7. Diffraction d'une onde

PCSI

MP2I

L'essentiel

Les applications



338

338

342

350

352

356

365

372

374

376

MÉCANIQUE

10 CINÉMATIQUE DU POINT ET DU SOLIDE

387

Le cours

1. Repérage dans l'espace d'un point fixe
2. Description du mouvement d'un point
3. Éléments cinématiques dans les différents systèmes de repérage
4. Système de repérage de Frénet
5. Exemples de mouvements simples
6. Description du mouvement d'un solide

L'essentiel

Les applications

388

388

397

404

414

418

422

424

426

MÉCANIQUE

11 LOI DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT

437

Le cours

438

1. Fondements de la dynamique classique
2. Interactions fondamentales
3. Poids dans le champ de pesanteur uniforme
4. Forces élastiques de rappel
5. Force de frottement fluide
6. Forces de contact avec un support **PCSI**
7. Fils et poulies
8. Mise en œuvre de la loi de la quantité de mouvement

438

452

457

460

462

468

477

479

L'essentiel

482

Les applications

484

12 APPROCHE ÉNERGÉTIQUE DU MOUVEMENT D'UN POINT

497

Le cours

498

1. Différentes formes d'énergie
2. De l'étude dynamique au bilan énergétique
3. Aspect énergétique des forces usuelles
4. Utilisation de l'énergie dans les problèmes unidimensionnels
5. Approximation harmonique

498

502

506

515

524

L'essentiel

528

Les applications

530

13 MOUVEMENTS DE PARTICULES CHARGÉES DANS DES CHAMPS UNIFORMES ET STATIONNAIRES

543

Le cours

544

1. Effets des champs statiques sur les particules chargées
2. Étude du champ électrostatique uniforme
3. Mouvements dans un champ électrostatique uniforme
4. Mouvements dans un champ magnétostatique uniforme

544

548

551

556

L'essentiel

560

Les applications

562

14 CALCUL DIFFÉRENTIEL ET RÉOLUTIONS NUMÉRIQUES

573

Le cours

574

1. Système physique unidimensionnel
2. Dérivation et intégration d'une fonction
3. La fonction exponentielle
4. Équations différentielles

574

579

586

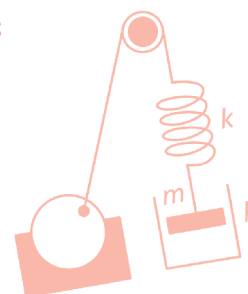
589

L'essentiel

602

Les applications

604



DEUXIÈME SEMESTRE (TOME 2)

MÉCANIQUE

15 LOI DU MOMENT CINÉTIQUE **11**

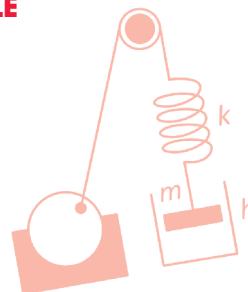
Le cours	12
1. Moment cinétique	12
2. Moment d'une force	21
3. Théorème du moment cinétique	29
4. Applications du théorème du moment cinétique	31
L'essentiel	40
Les applications	42

16 BILAN ÉNERGÉTIQUE DES SYSTÈMES ÉTENDUS **49**

Le cours	50
1. Bilan énergétique pour un solide	50
2. Bilan énergétique pour un système déformable	56
L'essentiel	60
Les applications	62

17 MOUVEMENTS DANS UN CHAMP DE FORCE CENTRALE **73**

Le cours	74
1. Champ de force centrale	74
2. Conservation du moment cinétique	79
3. Conservation de l'énergie mécanique	81
4. Mouvements dans un champ gravitationnel	86
L'essentiel	90
Les applications	92



THERMODYNAMIQUE

18 DESCRIPTION MICROSCOPIQUE DU SYSTÈME THERMODYNAMIQUE 103

Le cours	104
1. Limites de la mécanique appliquée aux systèmes macroscopiques	104
2. L'énergie interne	107
3. La température, l'équilibre thermique et la chaleur	113
4. Les états de la matière	122
5. La pression, l'équilibre mécanique et le travail	126
6. Vers le modèle macroscopique du gaz parfait	131
L'essentiel	134
Les applications	136

19 ÉQUILIBRE ET TRANSFORMATION DU SYSTÈME THERMODYNAMIQUE 147

Le cours	148
1. Le système thermoélastique	148
2. Variables descriptives du système	151
3. Équilibre du système	157
4. Modèles macroscopiques des systèmes thermoélastiques usuels	160
5. Transformations des systèmes thermoélastiques	173
L'essentiel	184
Les applications	186

20 PREMIER PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE 195

Le cours	196
1. Bilan énergétique en thermodynamique	196
2. Bilan énergétique des évolutions quasi-statiques du gaz parfait	202
3. Bilan énergétique des transformations brutales du gaz parfait	208
4. Propriétés des échanges énergétiques lors d'une transformation	210
5. Fonction enthalpie	213
6. Mesure de capacités calorifiques et d'enthalpies de changement d'état	221
L'essentiel	226
Les applications	228

21 DEUXIÈME PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE 245

Le cours	246
1. Intérêt du deuxième principe	246
2. Fonction entropie	250
3. Mise en œuvre du deuxième principe	256
4. Expression de l'entropie des systèmes usuels	262
5. Interprétation de l'entropie	267
L'essentiel	274
Les applications	276

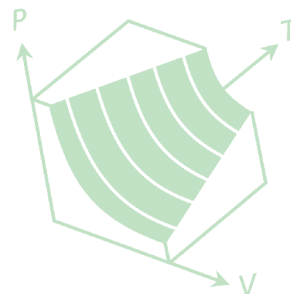


Table des matières

THERMODYNAMIQUE

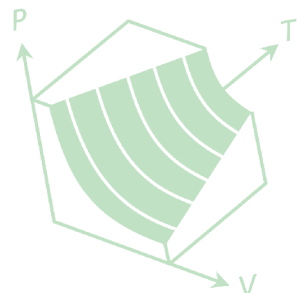
22 MACHINES THERMIQUES

Le cours

1. Principe de fonctionnement des machines thermiques
2. Étude formelle des machines thermiques
3. Réalisation pratique des machines thermiques
4. Étude d'un réfrigérateur à évaporation **PCSI**
5. Étude du moteur à essence

L'essentiel

Les applications



285

286

286

291

299

304

309

314

316

FLUIDES

23 STATIQUE DES FLUIDES

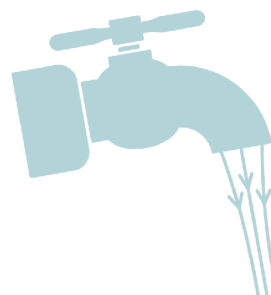
PCSI

Le cours

1. Champ de pression d'un fluide en équilibre
2. Facteur de Boltzmann
3. Résultante des forces de pression sur une surface immergée
4. Théorème d'Archimède
5. Équation locale de la statique des fluides

L'essentiel

Les applications



331

332

332

338

342

346

352

358

360

MAGNÉTISME ET INDUCTION

24 CHAMP MAGNÉTIQUE

Le cours

1. Approche descriptive du magnétisme
2. Introduction au champ magnétique
3. Propriétés du champ magnétique

L'essentiel

Les applications

369

370

370

376

384

407

410

MAGNÉTISME ET INDUCTION

25 ACTIONS MAGNÉTIQUES SUBIES PAR UN CIRCUIT OU UN AIMANT 417

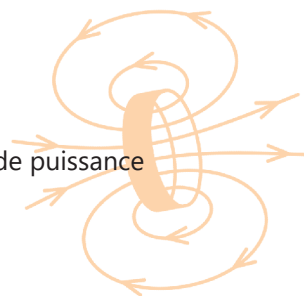
Le cours	418
1. Actions de Laplace sur un circuit filiforme	418
2. Étude de deux circuits de référence	428
3. Action d'un champ uniforme sur un aimant ou une boucle de courant	436
L'essentiel	444
Les applications	446

26 INDUCTION AU SEIN D'UN CIRCUIT FIXE PLONGÉ DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE VARIABLE 457

Le cours	458
1. Flux d'un champ magnétique	458
2. Approche expérimentale du phénomène d'induction	465
3. Induction par un aimant mobile. Loi de Faraday	472
4. Auto-induction	478
5. Induction dans un ensemble de deux circuits couplés	494
6. Applications de l'induction dans la vie courante	506
L'essentiel	512
Les applications	516

27 INDUCTION AU SEIN D'UN CIRCUIT MOBILE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE STATIONNAIRE 525

Le cours	526
1. Approche expérimentale	526
2. Mise en équation, couplage électromagnétique	531
3. Étude énergétique du phénomène d'induction : conversion de puissance	547
4. Applications de l'induction dans la vie courante	552
L'essentiel	566
Les applications	568

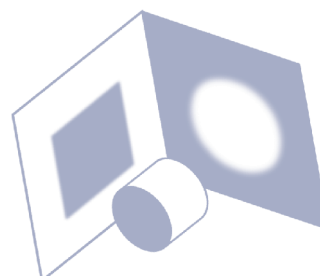


MÉCANIQUE QUANTIQUE

28 INTRODUCTION AU MONDE QUANTIQUE 583

Le cours	584
1. La dualité onde-corpuscule de la lumière	584
2. La dualité onde-corpuscule de la matière	596
L'essentiel	611
Les applications	613

MPSI
PCSI
MP2I



Optique

1

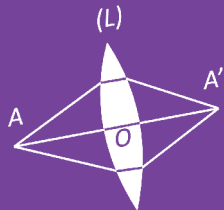
Fondements de l'optique géométrique

15

2

Applications de l'optique géométrique

65



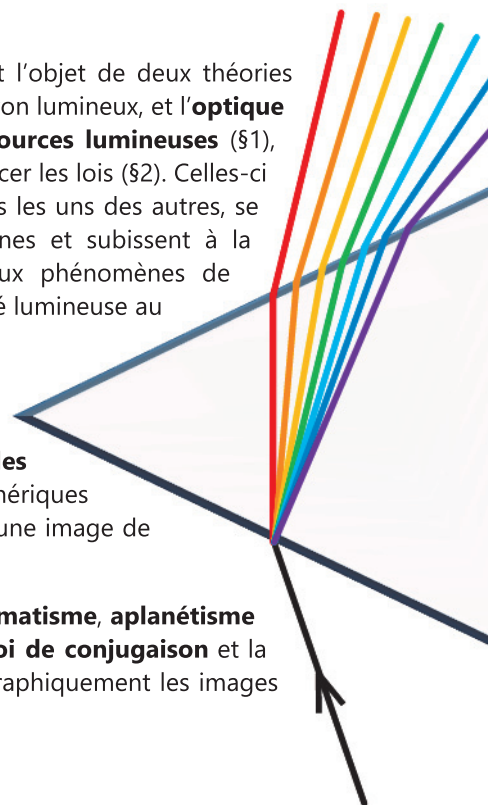
1

Fondements de l'optique géométrique

En physique classique, le traitement des phénomènes lumineux fait l'objet de deux théories complémentaires : l'**optique géométrique**, basée sur la notion de rayon lumineux, et l'**optique ondulatoire**, basée sur la notion d'onde. Après avoir présenté les **sources lumineuses** (§1), nous précisons le **cadre du modèle géométrique** avant d'en énoncer les lois (§2). Celles-ci tiennent en quelques points : les rayons lumineux sont indépendants les uns des autres, se propagent en ligne droite dans les milieux transparents homogènes et subissent à la frontière entre deux milieux transparents des déviations liées aux phénomènes de **réflexion** et de **réfraction**. Le problème de la répartition de l'intensité lumineuse au cours de la propagation est hors programme.

Nous aborderons ensuite la **formation d'image** par le **système optique**, interprétée dans le cadre de l'optique géométrique (§3). Les systèmes optiques usuels (**dioptries** et **miroirs plans** (§4), **lentilles minces sphériques** (§5)) sont constitués de surfaces planes ou sphériques qui exploitent les lois de la réflexion et de la réfraction pour former une image de l'objet dont est issue la lumière.

Nous définirons les principales caractéristiques de ces systèmes (**stigmatisme**, **aplanétisme** et **achromatisme**) avant d'établir les relations qui les décrivent : la **loi de conjugaison** et la **loi de grandissement**. Pour finir, nous verrons comment localiser graphiquement les images formées par ces systèmes.



Le cours

1. Lumière et sources lumineuses	16
2. Modèle géométrique de la lumière	23
3. Formation d'image	32
4. Miroirs et dioptries plans	42
5. Lentilles minces	44

L'essentiel	50
--------------------	-----------

Les applications	52
-------------------------	-----------

1. LUMIÈRE ET SOURCES LUMINEUSES

Avant de développer les lois de l'optique géométrique, précisons la nature de la lumière et les phénomènes qui en sont à l'origine.

1.1. Lumière et rayonnement électromagnétique

La **lumière** est un rayonnement électromagnétique perceptible par l'œil humain, c'est à dire dont la longueur d'onde est comprise entre 400 et 750 nanomètres (figure 1.a). Elle possède ainsi la même nature que les ondes radio, les micro-ondes, les rayonnements infrarouges, ultraviolets ou les rayons X, dont elle ne se distingue que par sa fréquence temporelle f ou sa longueur d'onde λ dans le vide (figure 1.b). La nature commune de ces rayonnements laisse penser que leurs modalités d'interaction avec la matière sont également communes. Un modèle unique doit théoriquement permettre d'expliquer l'émission, la propagation puis l'absorption du rayonnement.

Propriétés du rayonnement électromagnétique

- Le **rayonnement électromagnétique** est émis lorsque des particules chargées subissent une accélération. Ces particules cèdent de l'énergie au rayonnement qu'elles émettent.
- Le rayonnement électromagnétique se propage dans le vide avec une **célérité** c . Il **transporte de l'énergie**.
- Le rayonnement électromagnétique **agit sur les particules chargées**, auxquelles il transmet l'énergie qu'il a transportée. Ce phénomène constitue l'**absorption**.

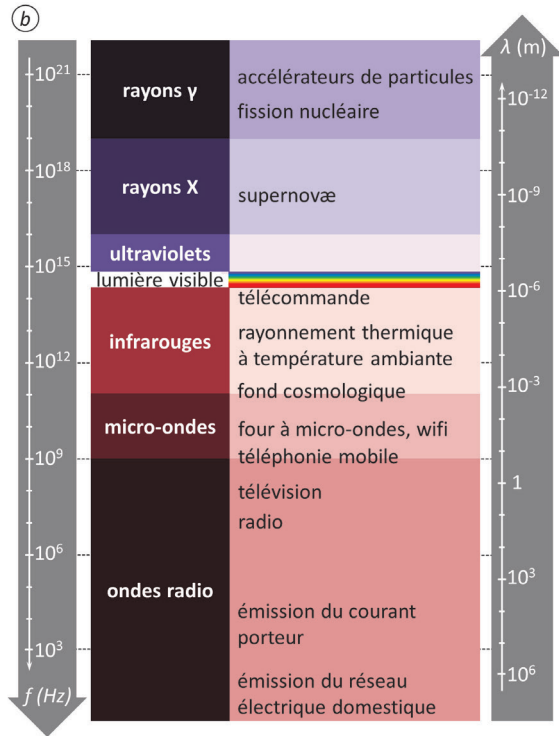
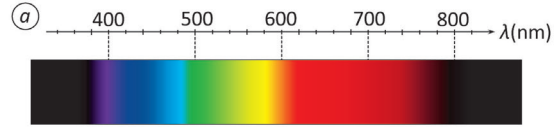


Fig 01. La lumière visible est un cas particulier de rayonnement électromagnétique dont la longueur d'onde s'étend de 400 à 750 nanomètres.

La figure 1 montre que le spectre des rayonnements électromagnétiques connus est extrêmement étendu : les instruments de mesure actuels permettent de couvrir plus d'une vingtaine d'ordres de grandeurs.

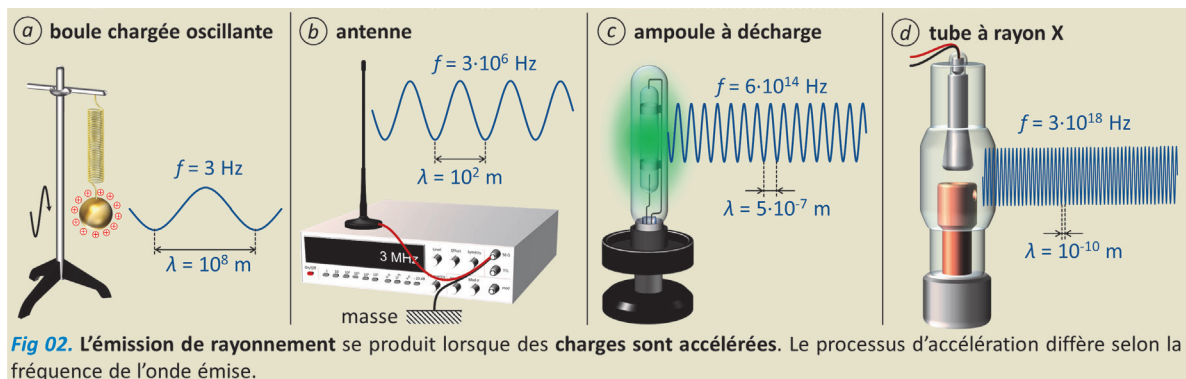


Fig 02. L'émission de rayonnement se produit lorsque des charges sont accélérées. Le processus d'accélération diffère selon la fréquence de l'onde émise.

Il est donc logique de penser que des processus très divers sont à l'origine de ces rayonnements (figure 2). Pour engendrer un rayonnement de quelques hertz, il suffit de faire osciller une boule chargée au bout d'un ressort (figure 2.a). Une **onde radio** de quelques mégahertz est engendrée par le mouvement des électrons dans un circuit électrique (figure 2.b), tandis qu'une **onde lumineuse** l'est pas les transitions électroniques qui s'opèrent au sein des atomes ou des molécules (figure 2.c). Pour générer des rayonnements de fréquences plus élevées, il faut accélérer des particules chargées dans un dispositif spécifique, comme un **tube à rayon X**, ou un **accélérateur synchrotron** (figure 2.d).

1.2. Spectre d'un rayonnement électromagnétique

Comme tout signal, le **rayonnement électromagnétique peut se décomposer en termes sinusoïdaux** de fréquences diverses (figure 3). Chaque composante est une fonction sinusoïdale de durée infinie, sans réalité physique. La **superposition de ces composantes**, en revanche, présente une **durée finie** et modélise convenablement un rayonnement dont l'émission est elle-même nécessairement limitée dans le temps.

R La figure 3 ne montre que trois composantes sinusoïdales, mais il en existe en réalité une infinité réparties continument dans l'espace des fréquences.

La courbe qui indique l'intensité de chaque composante sinusoïdale en fonction de sa fréquence temporelle (ou, ce qui est équivalent, de sa longueur d'onde dans le vide) constitue le **spectre** du signal (figure 4). Différentes grandeurs peuvent être portées en ordonnée sur le spectre pour mesurer les amplitudes relatives des différentes composantes. Nous en précisons la nature en deuxième année.

Définition du spectre d'un rayonnement

Le **spectre d'émission** d'une source lumineuse est la courbe donnant la répartition en longueur d'onde (ou en fréquence) de l'énergie transportée par le rayonnement.

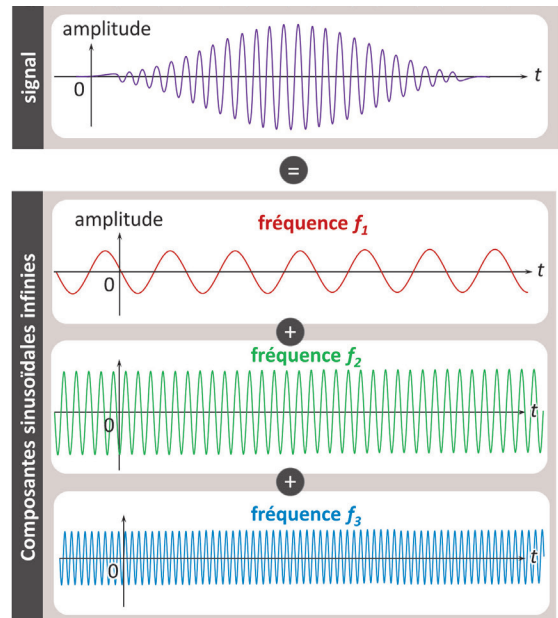


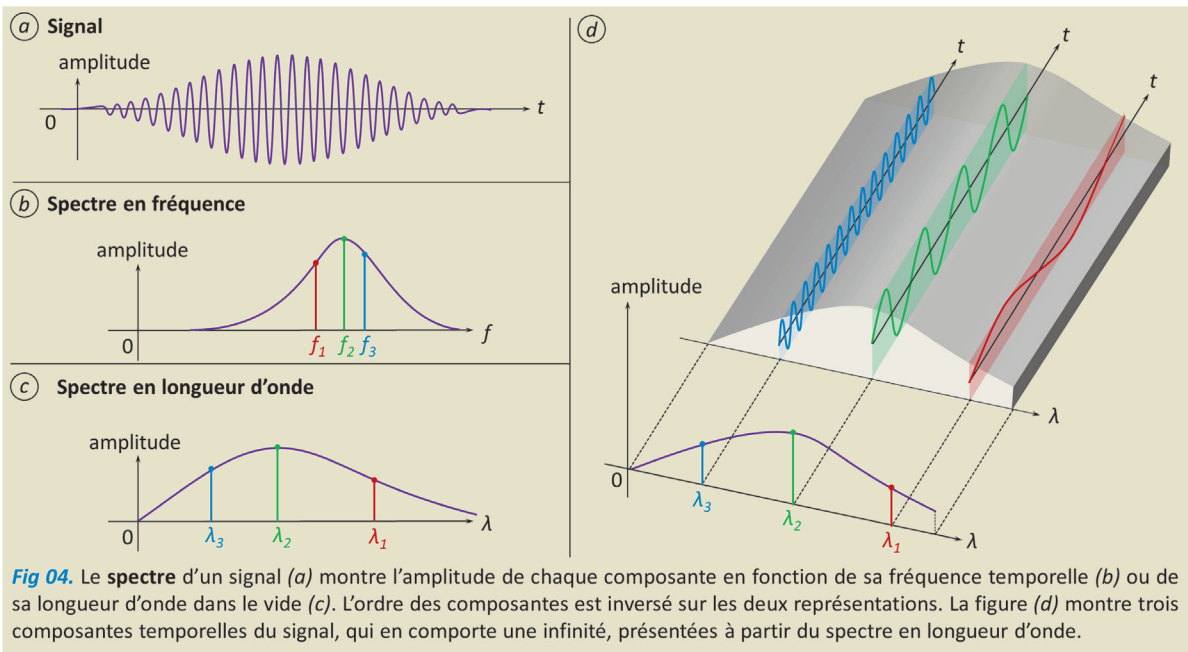
Fig 03. Un signal quelconque, limité dans le temps, est une **superposition de composantes sinusoïdales infinies** de diverses fréquences.

La partie du spectre qui s'étend dans le domaine visible peut être visualisée à l'aide d'un **système dispersif**, comme un **prisme** ou un **réseau**. Par extension, nous appellerons également spectre la représentation des couleurs qui constituent une lumière, comme celle de la figure 1.a.

! Le rayonnement électromagnétique est un phénomène ondulatoire caractérisé par une double périodicité spatiale et temporelle. Il existe donc deux représentations complémentaires du spectre, l'une en fréquence, l'autre en longueur d'onde, sur lesquelles l'ordre des composantes est renversé.

Le spectre prend généralement la forme d'une courbe en cloche qui s'étend autour d'une longueur d'onde centrale λ_M pour laquelle l'intensité est maximale. Pour caractériser la largeur de cette cloche, on utilise sa largeur en longueur d'onde $\Delta\lambda$. Cette grandeur définit un intervalle de longueur d'onde contenant un pourcentage donné de l'énergie du rayonnement.

! La fréquence et la longueur d'onde varient à l'inverse l'une de l'autre, mais une largeur spectrale en longueur d'onde $\Delta\lambda$ correspond bien à une largeur spectrale en fréquence Δf également faible.



• MODÈLE DE LA SOURCE MONOCHROMATIQUE

Une émission lumineuse présentant toujours une durée limitée, elle ne peut pas être convenablement modélisée par une fonction sinusoïdale unique, dont la durée est infinie. Lorsque nous analysons un rayonnement réel, la durée d'émission est corrélée avec la largeur du spectre d'émission : plus l'émission est longue et se rapproche de la sinusoïde infinie, plus le spectre d'émission est étroit et la largeur du pic d'émission est réduite (figure 5). En poussant cette observation à l'extrême, nous obtenons le modèle de la source monochromatique, qui possède une longueur d'onde et une fréquence parfaitement définies, donc une largeur spectrale $\Delta\lambda$ (ou Δf) nulle.

+ L'émission de la source monochromatique idéale serait celle d'un oscillateur harmonique entretenu, dont nous étudierons le principe au chapitre 6, §4.

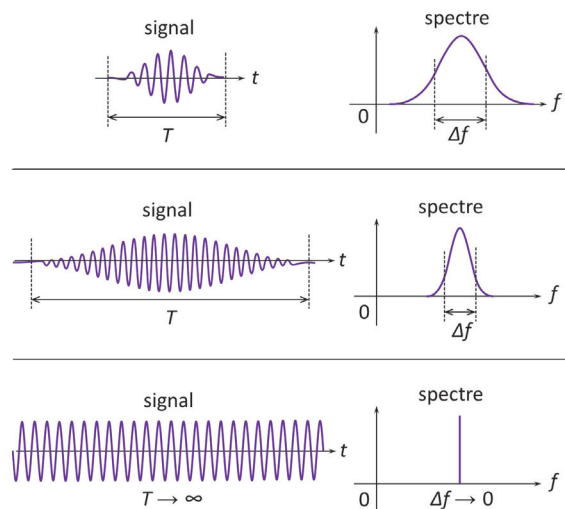


Fig 05. Plus l'extension temporelle d'un signal est grande, plus sa **largeur spectrale** Δf est réduite. Le modèle de la source monochromatique suppose un signal parfaitement sinusoïdal, de largeur Δf ou $\Delta\lambda$ nulle.

Modèle de la source monochromatique idéale

Une **source monochromatique idéale** émet un signal parfaitement sinusoïdal. Une source réelle est toujours une combinaison de sources monochromatiques idéales.

1.3. Processus d'émission lumineuse des sources primaires

On distingue habituellement les sources **primaires**, naturellement lumineuses, des sources **secondaires** qui doivent être éclairées pour être lumineuses. L'émission naturelle résulte de deux processus distincts, qui interviennent dans le fonctionnement des sources primaires. Le soleil, les lampes à incandescence sont des sources thermiques (figure 6.a), tandis que les tubes électroluminescents ou les LED sont des sources spectrales (figure 6.b). Au laboratoire d'optique, un troisième type de source est utilisé : le laser (figure 6.c). Les rayonnements émis par ces trois sortes de sources présentent des spectres très différents.

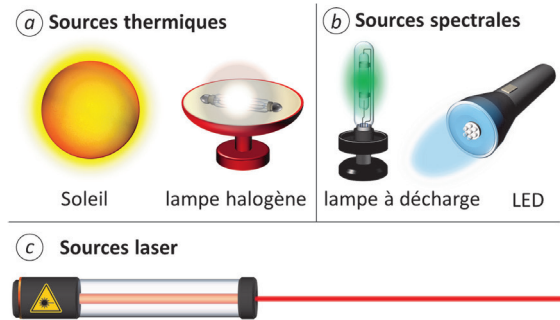


Fig 06. On distingue trois types de sources primaires de lumière associées à trois processus d'émission distincts.

• SOURCES PRIMAIRES THERMIQUES

Les particules microscopiques qui constituent la matière ne sont jamais immobiles : elles sont animées d'un mouvement erratique d'agitation thermique dont la température est la traduction macroscopique. Elles sont pour la plupart chargées et soumises en permanence à des accélérations diverses, de sorte qu'un corps dont la température n'est pas nulle émet en continu du rayonnement électromagnétique.

Au hasard des chocs, les particules sont soumises à des accélérations très différentes (figure 7.a). Les ondes électromagnétiques émises du fait de l'agitation thermique présentent donc une gamme étendue de longueur d'onde. Le spectre d'émission thermique est une courbe continue qui s'étend autour d'une longueur d'onde λ_M correspondant à l'émission lumineuse maximale (figure 7.b).

• INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE

Plus la température du corps est élevée, plus la vitesse d'agitation thermique des particules est importante et plus les accélérations subies par ces dernières sont importantes. Lorsque la température d'un corps s'élève, le maximum de son spectre d'émission se déplace vers les fréquences élevées et la longueur d'onde λ_M associée diminue.

- Un objet à température ambiante émet ainsi dans l'infrarouge et n'est pas visible par l'œil, sauf naturellement s'il est éclairé (figure 8).
- À partir de 1200 K, une partie de l'émission se produit dans le domaine visible et les objets deviennent lumineux : à cette température, un corps chauffé commence à rougeoier.
- À la température de surface du Soleil, soit environ 6000 K, le maximum d'émission se situe dans le visible. Au-delà, le maximum se déplace dans l'ultraviolet.

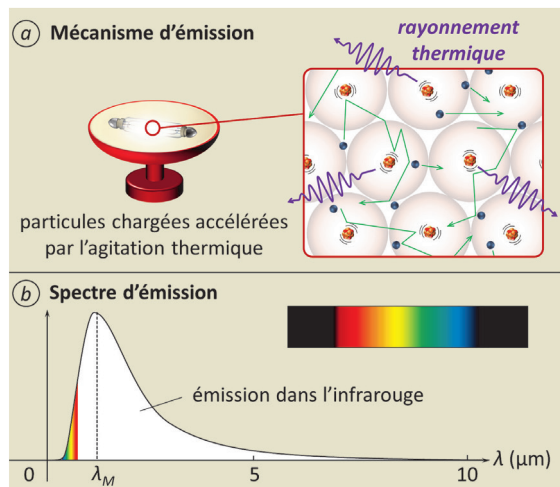


Fig 07. L'émission lumineuse d'une source thermique est liée à l'agitation thermique des particules chargées à l'échelle microscopique (a). Le spectre associé est continu (b).

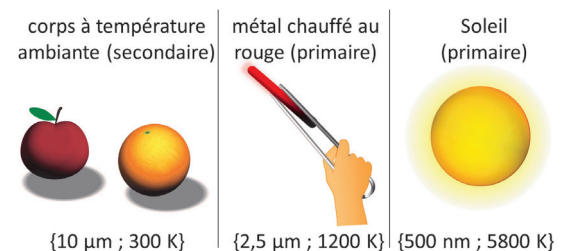


Fig 08. Le rayonnement thermique d'un corps devient visible vers 1200 K. Au-delà de cette température, tout objet est une source lumineuse primaire.

• SOURCES SPECTRALES

Dans une **lampe spectrale**, la lumière est émise par un gaz placé dans une ampoule et soumis à une décharge électrique. Les électrons de la décharge percutent les atomes du gaz et leur cèdent de l'énergie. Les électrons des atomes cibles subissent ainsi une **excitation non radiative** et changent de niveau énergétique (figure 9.b). Le retour de l'atome dans son état initial s'accompagne d'une **émission de rayonnement électromagnétique** (figure 9.c).

Du point de vue de la **mécanique classique**, les électrons sont des particules chargées qui subissent une accélération en retournant à leur état initial. Cela s'accompagne d'une émission de rayonnement.

En **mécanique quantique**, les électrons sont décrits par une densité de probabilité de présence qui est une onde stationnaire dans le champ électrique du noyau. Le passage d'un état d'énergie à un autre s'accompagne d'une **émission de rayonnement**, mais celui-ci est **quantifié** : l'énergie qu'il emporte ne peut pas prendre une valeur quelconque.

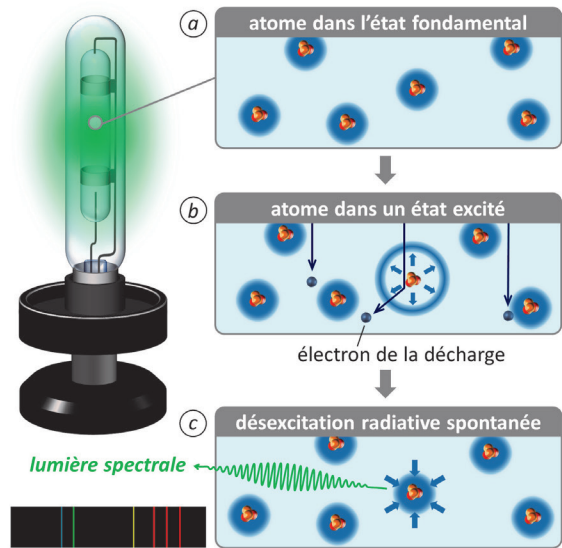


Fig 09. Une lampe spectrale émet de la lumière en exploitant une décharge électrique dans un gaz. La décharge électrique transfère de l'énergie aux atomes dont les électrons changent d'état (a) et (b) ; le retour de l'électron à l'état fondamental s'accompagne d'une émission lumineuse (c).

Le spectre de la lumière émise par ce processus est ainsi très différent de celui observé pour une source thermique : il est constitué de plusieurs raies d'émission correspondant à des longueurs d'onde bien précises, entre lesquelles se trouvent des plages sur lesquelles aucun rayonnement n'est observé (figure 10). Un tel spectre est généralement qualifié de **discontinu** et l'émission atomique est **spontanée**.

Il serait cependant inexact de considérer que les raies d'émission de ce spectre sont dépourvues d'épaisseur : un spectromètre possédant une résolution suffisante montre qu'elles ont une largeur $\Delta\lambda$ non nulle qui augmente avec la température. À température ambiante, pour un rayonnement visible, la largeur en longueur d'onde est de l'ordre de $\Delta\lambda = 10^{-11}$ mètres, soit en fréquence $\Delta f = 10$ GHz. Les raies ne sont pas parfaitement monochromatiques, ce qui est logique puisque l'émission lumineuse possède une durée finie.

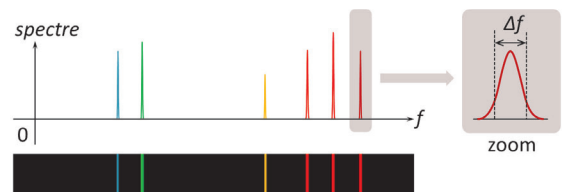


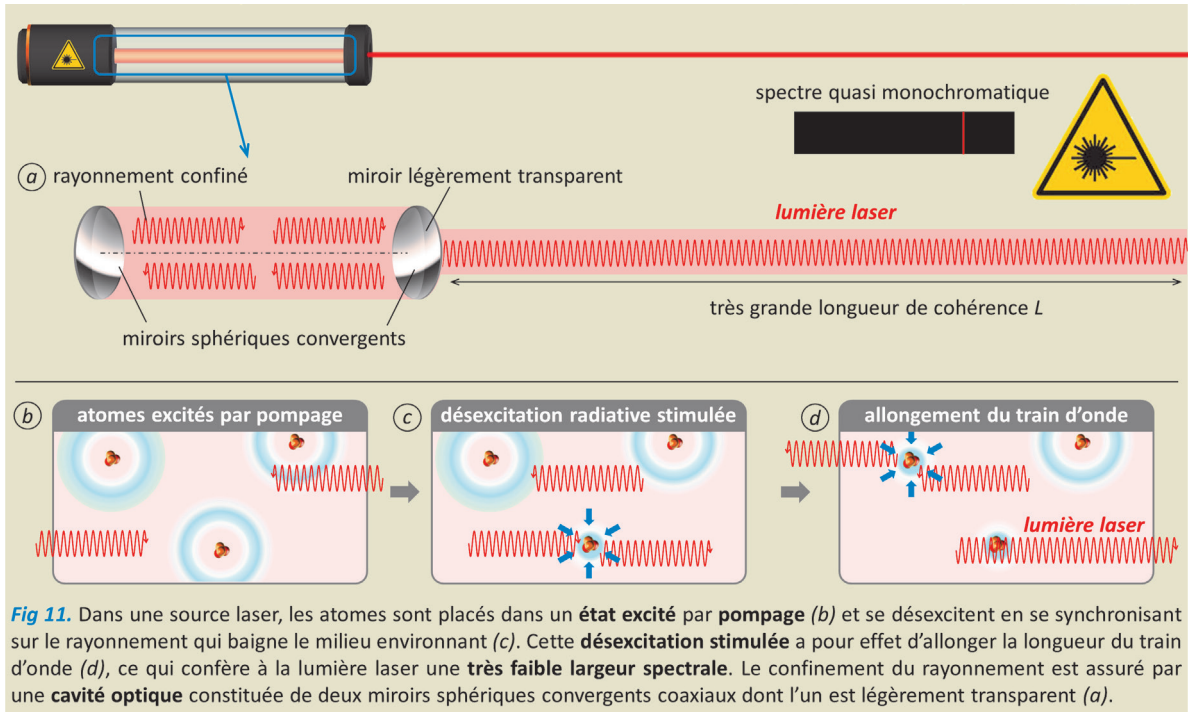
Fig 10. Le spectre d'une lampe à décharge est qualifié de discontinu parce que l'émission se produit seulement autour de fréquences bien précises. Les raies d'émissions possèdent cependant une largeur spectrale Δf qui dépend entre autres paramètres de la température.

+ Plusieurs phénomènes contribuent à la largeur des raies d'émissions, mais l'agitation thermique de la source constitue le principal facteur d'élargissement.

Le spectre d'émission d'une vapeur atomique est caractéristique de l'élément chimique qui la constitue. L'étude des spectres d'émission lumineuse permet de recenser les éléments de la classification périodique.

• SOURCES LASER (LIGHT AMPLIFICATION BY STIMULATED EMISSION OF RADIATION)

Dans une **source laser**, comme dans une lampe spectrale, le rayonnement est produit par la désexcitation des atomes. Les conditions d'émission sont cependant modifiées de manière à synchroniser les désexcitations des différents atomes ; pour cela, deux conditions particulières sont réunies :



- Le rayonnement émis par les atomes est **confiné dans une cavité** constituée de deux miroirs sphériques convergents placés en regard (figure 11.a).
- Les atomes du gaz sont maintenus excités par une opération appelé **pompage**, de sorte que leur désexcitation ne se produit plus spontanément (figure 11.b, 11.c et 11.d).

Chaque atome baigne ainsi dans le rayonnement émis par ses congénères, et se désexcite en se synchronisant sur ce rayonnement. On parle d'**émission stimulée**, les ondes émises par les atomes s'enchaînent les unes aux autres pour former une onde dont la phase se conserve sur une durée beaucoup plus longue que celle des ondes obtenues par **émission spontanée** (figure 11.c et 11.d).

? La cavité laser, dont le rôle est de confiner le rayonnement, a aussi pour conséquence de sélectionner une direction particulière de l'espace. Le faisceau laser est **très directif**, mais cette propriété spectaculaire est loin d'être la seule à donner à la lumière laser ses spécificités.

Comme nous l'avons indiqué au paragraphe précédent, l'allongement dans le temps du train d'onde se traduit par une diminution de la largeur spectrale de l'émission. Le spectre de la lumière laser est composé d'une ou plusieurs raies de largeur spectrale beaucoup plus faible que dans le cas des lampes à décharges. Dans le visible, on obtient facilement des largeurs en fréquence inférieures à 100 kHz, ce qui correspond à une largeur en longueur d'onde de l'ordre de $\Delta\lambda = 10^{-16}$ mètres. **La lumière laser constitue ainsi la forme la plus proche du modèle de la source lumineuse monochromatique.**

+ On parle également de **cohérence temporelle** élevée pour caractériser la longueur exceptionnellement grande des trains d'ondes émis par un laser. Nous verrons en deuxième année que cette cohérence est précieuse pour observer des phénomènes de diffraction ou d'interférence en lumière visible.

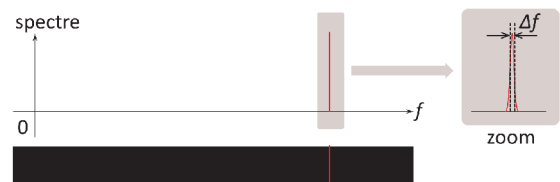


Fig 12. La lumière laser présente une largeur spectrale Δf bien plus faible que la lumière de lampe spectrale.

Classification des sources primaires de lumière visible

On distingue trois types de sources lumineuses primaires associées à des mécanismes d'émission distincts.

- Les sources **thermiques** émettent un spectre large dont la fréquence centrale dépend de la température. L'émission est liée aux mouvements d'agitation des particules chargées microscopiques.
- Les sources **spectrales** émettent un spectre de raies caractéristiques de l'atome ou de la molécule qui les engendre. L'émission est liée aux transitions électroniques spontanées au sein de l'atome.
- Les sources **laser** émettent un spectre de raies, chaque raie présentant une largeur spectrale beaucoup plus faible que pour l'émission spontanée. L'émission est liée aux transitions électroniques stimulées par le rayonnement qui baigne la cavité laser.

1.4. Processus d'absorption, de diffusion et de réflexion : sources secondaires

Dans notre environnement, les objets qui ne sont pas lumineux par eux-mêmes sont pratiquement tous des sources secondaires. Ils sont en effet visibles lorsqu'ils sont éclairés, ce qui prouve qu'ils interagissent avec la lumière visible qui les atteint. Les seuls objets qui ne soient pas des sources secondaires sont totalement transparents : la lumière les traverse sans être déviée et nous ne les voyons pas.

L'aspect d'une source secondaire dépend de plusieurs facteurs. En premier lieu, de la lumière incidente : la page de ce livre n'apparaît blanche que si vous l'éclairez en lumière blanche ! En second lieu, des phénomènes qui se produisent à la surface de l'objet : chaque couleur du spectre peut être :

- **absorbée** : l'objet ne la renvoie pas. Il paraît noir si toutes les longueurs d'onde sont concernées, ou coloré si seule une partie d'entre elles est absorbée (figure 13.a).
- **diffusée** : l'objet la renvoie en la désorganisant et paraît mat (figure 13.b),
- **réfléchi** : l'objet la renvoie sans la désorganiser, il paraît brillant (figure 13.b).

Ces phénomènes coexistent généralement dans des proportions qui dépendent de la longueur d'onde, conduisant à des aspects de surface très divers ; nous les étudierons en détail en deuxième année.

1.5. Sources étendues et sources ponctuelles

Une source est généralement un objet étendu, c'est -à-dire un ensemble de points lumineux ; mais nous rencontrerons également des sources lumineuses ponctuelles. Nous appellerons points objets les différents points qui constituent une source étendue. Une étoile est un exemple de source primaire apparaissant ponctuelle, tandis que la Lune est une source étendue secondaire (figure 14).

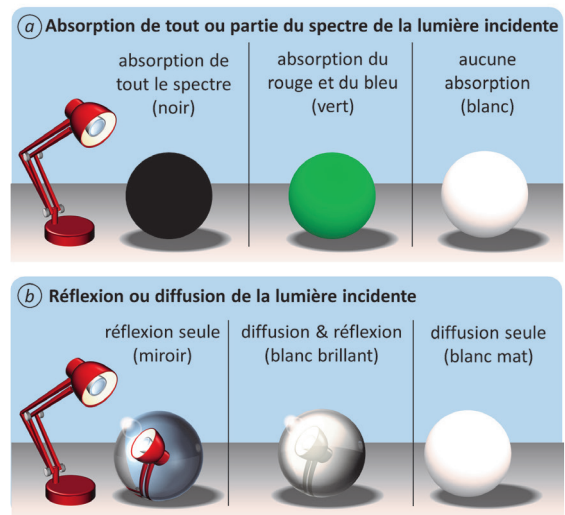


Fig 13. Aspect d'une bille éclairée en lumière blanche selon l'état de sa surface. L'**absorption** d'une partie ou de la totalité du spectre de la lumière incidente conduit à une bille colorée ou noire (a). La lumière qui n'est pas absorbée peut être **réfléchi** ou **diffusée** (b).



Fig 14. La Lune est une **source secondaire étendue**, les étoiles sont des **sources primaires ponctuelles**.

2. MODÈLE GÉOMÉTRIQUE DE LA LUMIÈRE

La nature de la lumière a fait l'objet de nombreuses controverses historiques : à la fin du XVII^e siècle, deux modèles concurrents sont portés par deux scientifiques de renom : Isaac Newton propose une vision corpusculaire des phénomènes lumineux, modélisés par des rayons qui se propagent rectilignement, tandis que Christiaan Huygens défend une théorie ondulatoire.

2.1. Évolution historique des idées sur la lumière

Dans le cadre du modèle géométrique, le comportement de la lumière suit des lois empiriques : les lois de la réflexion et de la réfraction sont postulées. Le modèle ondulatoire permet de les démontrer à partir d'hypothèses plus fondamentales, mais il prévoit aussi l'existence de phénomènes d'interférence ou de diffraction qui n'avaient pas été observés du temps de Huygens. L'optique géométrique de Newton, plus simple à mettre en œuvre, s'impose ainsi pendant plus d'un siècle.

À l'aube du XIX^e siècle, Thomas Young réussit le premier à observer un phénomène **d'interférence lumineuse** à deux ondes et à mesurer la longueur d'onde de la lumière visible (figure 15). L'optique ondulatoire devient alors la théorie générale de la lumière, englobant l'optique géométrique. Du fait de la grande simplicité de l'optique géométrique, nous l'étudions encore aujourd'hui en sachant qu'elle n'est qu'une approximation de l'optique ondulatoire, valable dans un cadre restreint. Une fois acquise la certitude de la nature ondulatoire de la lumière, se pose la question de son milieu de propagation. Lorsque l'on étudie une onde mécanique, sa célérité est déterminée par les caractéristiques physiques du milieu de propagation.

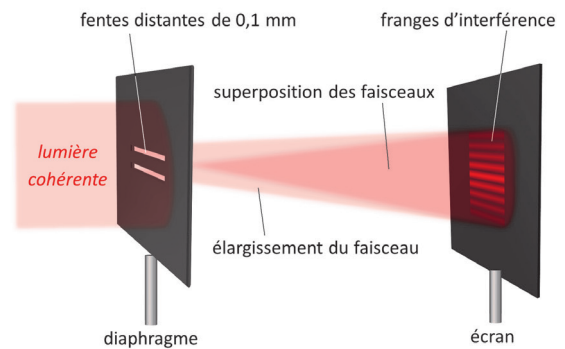


Fig 15. Deux fentes séparées par un dixième de millimètre éclairées par une lumière suffisamment cohérente permettent d'observer des franges interférentielles caractérisant un phénomène ondulatoire. Thomas Young confirma ainsi en 1802 la nature de la lumière.

Dans le cas de la lumière, qui se propage dans le vide, quel est le support de la vibration ? La réponse théorique est donnée par Maxwell à la fin du XIX^e siècle, avant d'être confirmée expérimentalement par Hertz : la lumière est une vibration du champ électromagnétique. Au cours du XX^e siècle, la description des phénomènes lumineux va encore évoluer avec l'essor de la mécanique quantique. Comme nous le verrons au chapitre 28, §1, l'émission lumineuse est quantifiée : le rayonnement macroscopique est constitué d'un nombre fini d'éléments indivisibles : les **quanta**. La description du quantum de lumière fait encore appel à la physique des ondes, mais leur interprétation est en revanche profondément remaniée. Des propriétés rattachant la lumière à des modèles corpusculaires donnent naissance à la notion de **photon**.

2.2. Cadre de l'approximation géométrique

Le caractère ondulatoire de la lumière étant admis, comment expliquer que la majorité des phénomènes lumineux puissent s'expliquer dans le cadre de l'optique géométrique, qui ne fait aucune référence à cette nature ondulatoire ? La réponse se trouve dans la valeur extrêmement faible, à notre échelle, des longueurs d'onde de la lumière visible. Pour que le caractère ondulatoire de la lumière se manifeste, celle-ci doit être confrontée à des obstacles dont la taille est de l'ordre de la longueur d'onde. Prenons l'exemple des vagues à la surface de l'eau. Un obstacle percé d'une ouverture dont la taille est très supérieure à la longueur d'onde des vagues ne provoque pratiquement pas de diffraction : les vagues sont simplement redimensionnées à la taille de l'ouverture (figure 16.a). Une ouverture dont la largeur est de l'ordre de quelques longueurs d'onde, en revanche, donne lieu au phénomène de diffraction : l'onde s'étale comme le montre la figure 16.b.

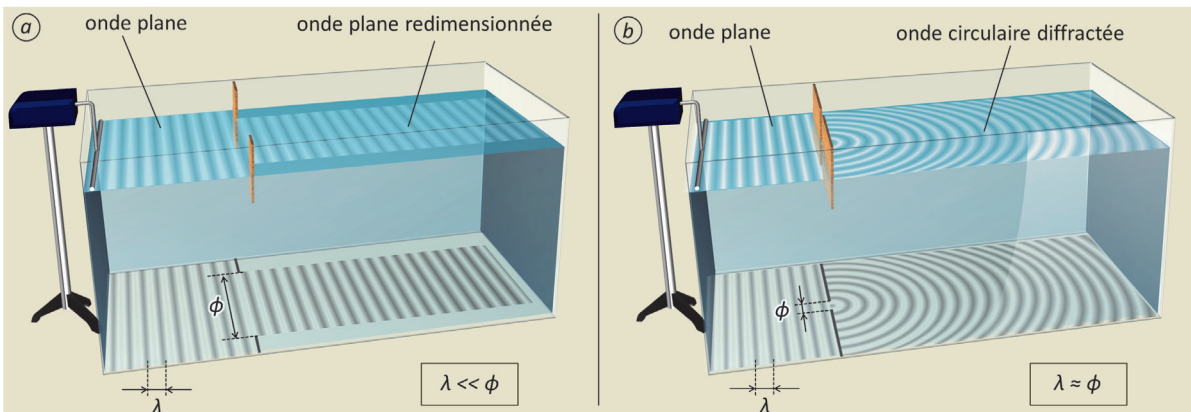


Fig 16. Une onde plane qui rencontre un diaphragme de taille très supérieure à la longueur d'onde (a) est simplement **redimensionnée à la taille de l'ouverture**. Lorsque l'ouverture est de l'ordre de quelques longueurs d'onde, elle donne naissance à une onde circulaire : c'est le phénomène de **diffraction** (b).

Dans le cas de la lumière visible, les phénomènes de diffraction et d'interférence ne deviennent perceptibles que lorsque les caractéristiques du milieu de propagation varient sur des distances de l'ordre du dixième de millimètre, ce qui est encore cent fois supérieur aux longueurs d'onde visibles. Au quotidien, nous n'observons le caractère ondulatoire de la lumière que dans des cas très précis : à la surface d'une bulle de savon, en observant une source lumineuse à travers un tissu très fin, ou en éclairant un disque optique (figure 17). Ces phénomènes sont provoqués par des objets de petites dimensions : la fine couche de savon, les fibres du tissu, la gravure sur le disque. En l'absence de tels objets, la diffraction ne se manifeste pas et la propagation de l'onde est modélisable par des rayons lumineux orthogonaux aux fronts d'onde en tout point (figure 18). Ces rayons lumineux représentent la trajectoire de l'énergie.

Validité du modèle de l'optique géométrique

L'optique géométrique est applicable lorsque le milieu de propagation ne varie que sur des distances très supérieures à la longueur d'onde.

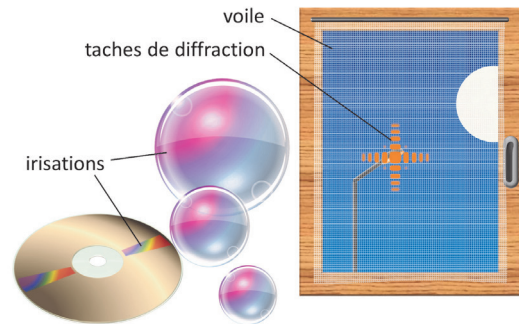


Fig 17. La nature ondulatoire de la lumière se manifeste dans les **irisations** à la surface d'une bulle de savon, d'un disque optique ou dans les **taches de diffraction** d'une source lumineuse observées à travers un voile.

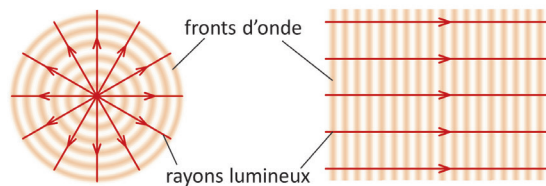


Fig 18. En l'absence d'obstacles dont la taille est de l'ordre de la longueur d'onde, la lumière est convenablement décrite par des **rayons lumineux** perpendiculaires aux fronts d'onde, qui matérialisent la trajectoire de l'énergie.

2.3. Modèle des rayons lumineux indépendants

L'optique géométrique est construite autour de la notion de **rayon lumineux**. Ces rayons se propagent selon des règles simples, qui permettent d'expliquer le fonctionnement des instruments d'optique usuels. La notion de rayon lumineux est relativement intuitive : il suffit d'observer son ombre un jour de soleil pour émettre l'hypothèse que la lumière est constituée de petits rayons indépendants. Tant que le milieu est homogène, ces rayons se propagent en ligne droite, et l'ombre d'un objet est la zone que les rayons ne peuvent pas atteindre.

• LES RAYONS LUMINEUX NE SE VOIENT PAS

Précisons tout d'abord que **les rayons lumineux ne sont pas directement visibles**. Il existe des situations dans lesquelles nous croyons voir les rayons lumineux : c'est par exemple le cas dans les sous-bois, lorsque nous observons des faisceaux de lumière à travers les branchages. Lorsque l'air est propre, les rayons solaires atteignent le sol et ne sont pas visibles. Lorsque l'air est chargé de poussière, en revanche, une partie du faisceau lumineux interagit avec les particules en suspension dans l'air et est diffusée dans toutes les directions de l'espace. Cette lumière est partiellement recueillie par l'œil, qui voit en fait les particules de poussière et non le faisceau lumineux lui-même. Nous dirons que la poussière **diffuse** la lumière ; ce faisant elle permet de matérialiser le faisceau lumineux (figure 19). La diffusion de la lumière peut également être interprétée dans le cadre du modèle ondulatoire : la particule qui diffuse le rayonnement est la source d'une ondelette sphérique. Cela revient à « éclater » les rayons lumineux dans toutes les directions, comme nous l'affirmons en optique géométrique (figure 20).

+ Plus généralement, l'interaction entre l'onde et les électrons de la molécule ou de l'atome diffusant est interprétable dans le cadre de la théorie électromagnétique.

• UN RAYON N'AFECTE PAS LES AUTRES

L'indépendance des rayons lumineux possède une première conséquence qui se manifeste lorsqu'un obstacle vient interrompre la propagation d'une partie du faisceau. Si les rayons qui constituent le faisceau sont effectivement indépendants, ceux qui rencontrent l'obstacle sont arrêtés, tandis que les autres ne sont pas affectés. Ainsi, en plaçant une ouverture circulaire sur le trajet d'un faisceau de rayons parallèles, nous délimitons un nouveau faisceau cylindrique de la taille de l'ouverture. Cette hypothèse peut sembler parfaitement naturelle : en effectuant cette expérience sans précaution particulière, nous observons bien un faisceau de lumière cylindrique limité par le trou (figure 21). Nous savons cependant qu'un trou de quelques dizaines de micron permet d'observer une **figure de diffraction** qui n'est pas interprétable en optique géométrique.

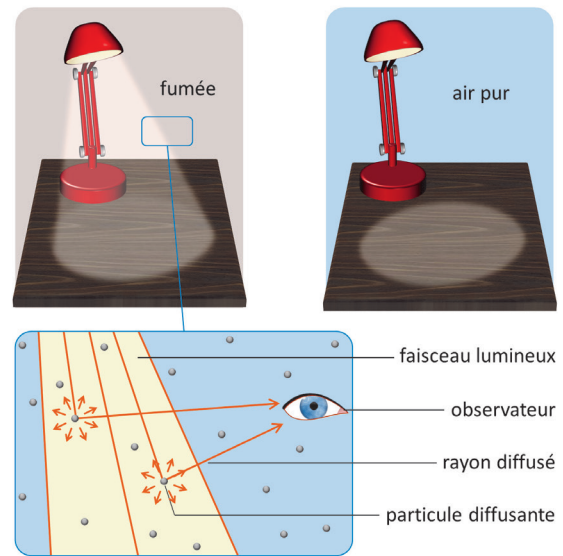


Fig 19. Les rayons lumineux ne sont pas visibles, mais on peut matérialiser un faisceau de lumière en utilisant des **particules diffusantes** (brume, fumée, poussière).

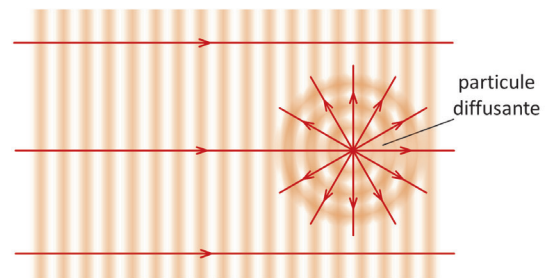


Fig 20. Une particule **diffuse la lumière** en absorbant une petite partie de l'énergie du rayonnement et en la réémettant simultanément dans toutes les directions sous la forme d'une ondelette sphérique.

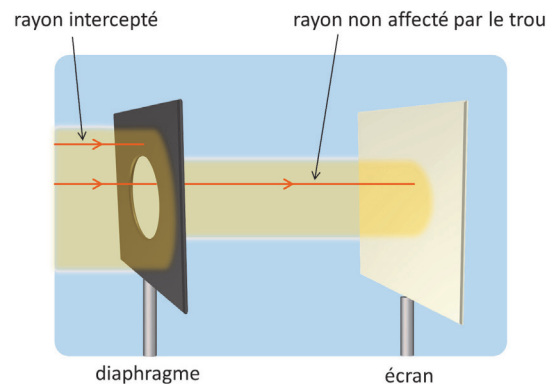


Fig 21. En optique géométrique, les rayons lumineux sont indépendants : on peut en intercepter un sans que son voisin ne soit affecté. Le faisceau lumineux est découpé par le trou.

• LES INTENSITÉS DE DEUX RAYONS S'ADDITIONNENT

La seconde conséquence de l'indépendance des rayons lumineux s'observe lorsque deux faisceaux se superposent. Si les rayons sont effectivement indépendants, leurs intensités lumineuses doivent s'additionner. Pour le vérifier, utilisons deux lanternes pour éclairer un écran.

Lorsque les lanternes éclairent séparément, nous observons une tache lumineuse uniforme. En allumant les deux sources simultanément, nous attendons un éclairage de l'écran toujours uniforme, mais deux fois plus intense (figure 22). C'est bien ce que nous observons. Là encore, l'idée que les rayons sont indépendants, et donc que leurs intensités s'additionnent, peut sembler naturelle. Pourtant, en choisissant convenablement la source lumineuse et en utilisant une plaque percée de deux trous très rapprochés, nous observons des franges d'interférence : c'est l'expérience des fentes d'Young. L'indépendance des rayons lumineux est une hypothèse que nous serons amenés à reconsidérer.

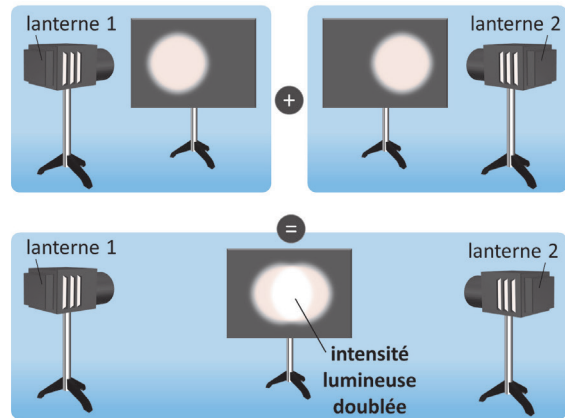


Fig 22. Lorsque plusieurs faisceaux lumineux se superposent, l'indépendance des rayons permet de prévoir l'**additivité des intensités**.

? Le choix de deux lanternes, et non d'une unique source lumineuse dont l'émission serait dédoublée par un dispositif spécifique, est la garantie qu'aucune interférence ne pourra être observée.

• HYPOTHÈSES DU MODÈLE GÉOMÉTRIQUE DE LA LUMIÈRE

Le modèle géométrique repose sur un jeu d'hypothèses simples, mais il ne permet pas d'interpréter tous les phénomènes lumineux :

Hypothèses du modèle géométrique de la lumière

L'optique géométrique repose sur la notion de rayons lumineux **indépendants** matérialisant la trajectoire de l'énergie lumineuse. Ainsi :

- La propagation d'un rayon lumineux n'est pas affectée par celle des autres.
- Les **intensités** de deux rayons lumineux qui se superposent **s'additionnent**.

2.4. Propagation des rayons lumineux

Nous avons introduit les rayons lumineux en supposant leur propagation rectiligne. Nous allons voir que cette propriété doit être nuancée selon le milieu de propagation.

• PROPAGATION DANS LE VIDE

Dans le vide, l'expérience montre qu'un rayon lumineux se propage en ligne droite à une vitesse constante notée c_0 dont la valeur exacte 299 792 458 m/s est indépendante de sa couleur. De nos jours, la vitesse de la lumière dans le vide permet de définir le mètre à partir de la seconde. L'intensité d'un rayon lumineux se conserve lorsque celui-ci se propage dans le vide.

Propagation de la lumière dans le vide

- Dans le vide, la lumière se propage **rectilignement** à une vitesse c_0 **indépendante de sa couleur**.
- **Son intensité se conserve**.

• PROPAGATION DANS UN MILIEU TRANSPARENT, HOMOGÈNE ET ISOTROPE

Un milieu matériel est **homogène** lorsque ses propriétés sont identiques en tout point de l'espace. Si elles sont indépendantes de la direction de l'espace, le milieu est également **isotrope**. Une fois refermé, ce livre constitue un milieu homogène car chaque point de son volume est constitué du même papier, possède la même masse volumique et les mêmes propriétés générales. Ce n'est pas un milieu isotrope car l'empilement des pages rend sa structure dépendante de la direction de l'espace : s'il est très facile de le couper en deux parallèlement à la reliure, cette opération est beaucoup plus délicate perpendiculairement à la couverture.

Dans un milieu matériel homogène et isotrope, la propagation de la lumière est toujours rectiligne, mais la vitesse c de la lumière est inférieure à c_0 . Lorsque cette vitesse dépend de la couleur de la lumière, ce qui est généralement le cas, le milieu de propagation est qualifié de **dispersif**. Pour caractériser un milieu de propagation, on utilise l'**indice de réfraction**, que l'on note n et qui est le rapport de la vitesse de la lumière dans le vide à celle dans le milieu. Cet indice dépend en général de la couleur de la lumière. Lorsque la lumière se propage dans un milieu matériel, son intensité décroît progressivement et le milieu est qualifié d'**absorbant**.

Propagation de la lumière dans un milieu transparent, homogène et isotrope

- Dans un milieu matériel homogène, la lumière se propage rectilignement à une vitesse c inférieure à c_0 . Le rapport n de ces deux vitesses est appelé **indice de réfraction**, il dépend en général de la longueur d'onde.

$$n(\lambda) = \frac{c_0}{c(\lambda)}$$

- L'intensité lumineuse décroît au fur et à mesure de la propagation.

• PROPAGATION DANS UN MILIEU INHOMOGÈNE

Lorsque le milieu n'est pas homogène, c'est-à-dire lorsque l'indice de réfraction varie d'un point à un autre, les rayons lumineux ne se propagent plus en ligne droite. Ils s'incurvent alors de façon à tourner leur concavité vers les zones d'indice élevé. La **propagation non rectiligne de la lumière** est à l'origine des phénomènes de **mirage**, que nous observons lorsque la température de l'atmosphère varie sensiblement sur de petites distances. La densité et l'indice de réfraction de l'air diminuent conjointement lorsque la température de l'air augmente. Lorsque l'indice diminue avec l'altitude, des objets éloignés peuvent ainsi apparaître surélevés : c'est le phénomène de mirage (figure 23). Inversement, lorsque l'indice augmente avec l'altitude, c'est la lumière du ciel qui semble provenir du sol, ce qui donne l'illusion qu'une flaque d'eau se trouve dans cette direction (figure 24). La propagation des rayons lumineux dans un milieu inhomogène étant hors programme, nous nous limiterons dans la suite à l'étude de la propagation rectiligne de la lumière dans une succession de milieux homogènes et isotropes.

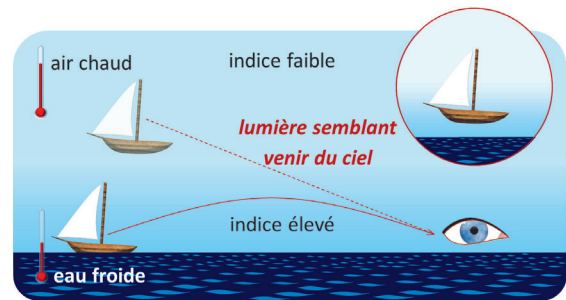


Fig 23. Un mirage provoqué par de l'eau de température plus basse que l'air environnant : les rayons lumineux se courbent vers la zone d'indice élevé, semblant ainsi provenir du ciel. Le bateau semble flotter au dessus de l'horizon.

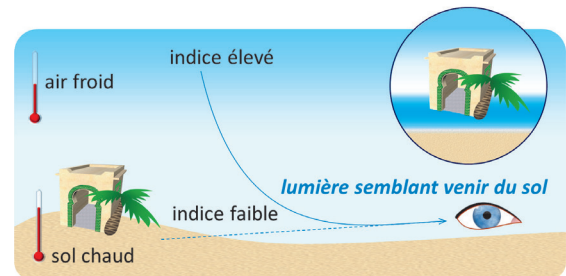


Fig 24. Un mirage provoqué par un sol de température plus élevée que l'air environnant : les rayons lumineux provenant du ciel se courbent et semblent provenir du sol, donnant l'illusion qu'une flaque d'eau se trouve dans cette direction.

2.5. Réflexion et réfraction des rayons lumineux

On appelle **dioptre** la surface de séparation entre deux milieux d'indices différents. Un dioptre est associé à une variation brutale des propriétés optiques du milieu : à la surface de l'eau, l'indice de réfraction passe de 1 à 1,33 sur quelques couches atomiques, de sorte que la nature ondulatoire de la lumière doit se manifester à la traversée du dioptre : nous verrons que les lois de l'optique géométriques sont démontrables à partir du modèle ondulatoire. Si le milieu situé au-delà du dioptre autorise la propagation de la lumière, donc s'il est transparent, le rayon lumineux **incident** qui atteint le dioptre donne naissance à deux rayons :

- Le rayon **réfléchi** qui se propage dans le milieu du rayon incident.
- Le rayon **transmis**, ou **réfracté**, qui se propage au-delà du dioptre (figure 25).

Pour caractériser ces rayons, nous devons connaître leur direction de propagation et leur intensité.

• DIRECTIONS DES RAYONS RÉFLÉCHI ET TRANSMIS

Le point de contact entre le rayon et le dioptre est appelé point d'incidence. La normale au dioptre et le rayon incident définissent le **plan d'incidence**. Pour des raisons de symétrie, nous admettrons aisément que les rayons réfléchis et transmis doivent appartenir au plan d'incidence : ces rayons n'ont en effet aucune raison de « choisir » entre les deux côtés de ce plan. Dans le plan d'incidence, nous repèrerons les directions des rayons incident, réfléchis et transmis par les angles θ_i , θ_r et θ_t qu'ils forment avec la normale au dioptre. Par convention, ces angles sont non orientés, mesurés avec la normale choisie du côté du rayon étudié et varient dans l'intervalle $[0 ; 90^\circ]$. Les lois de la réflexion et de la réfraction donnent les angles formés par les rayons réfléchis et transmis. Dans le cadre de l'optique géométrique, ce sont des lois empiriques que nous admettrons en l'état (figure 26).

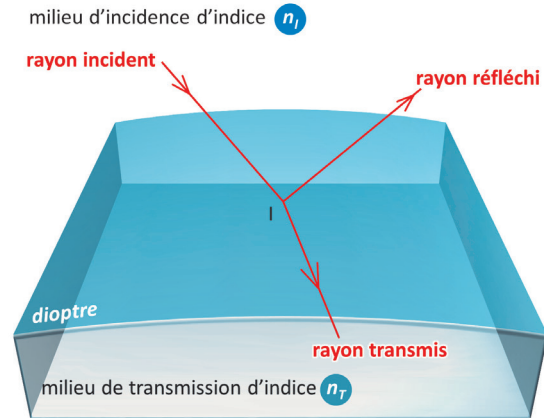


Fig 25. Un dioptre est une surface de séparation entre deux milieux transparents d'indices différents. Un **rayon incident** atteignant un dioptre donne naissance à un **rayon réfléchi** et un **rayon transmis**.

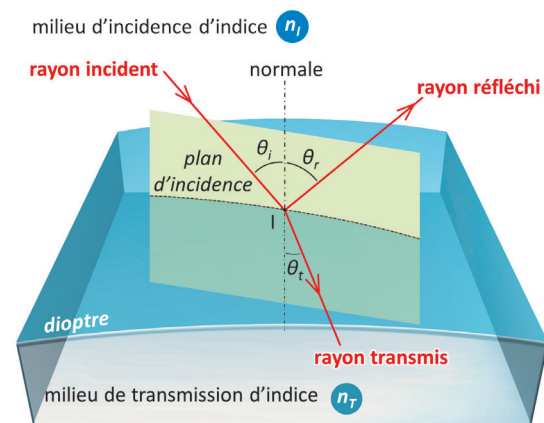


Fig 26. Les lois de Snell-Descartes caractérisent la direction des rayons lumineux à la traversée d'un dioptre, mais ne disent rien de la répartition de l'intensité lumineuse de ces deux rayons.

Lois de Snell-Descartes

- Les rayons réfléchis et transmis sont situés dans le plan d'incidence contenant la normale au dioptre et le rayon incident.
 - Loi de la réflexion : $\theta_r = \theta_i$
 - Loi de la réfraction : $n_t \sin(\theta_t) = n_i \sin(\theta_i)$
- | | | |
|--------------------------------|--|-----|
| n_i, n_t | indices du milieu d'incidence, de transmission | - |
| $\theta_i, \theta_r, \theta_t$ | angles d'incidence, de réflexion et transmission | rad |

• INTERPRÉTATION DES LOIS DE DESCARTES PAR LE MODÈLE ONDULATOIRE PCSI

Le modèle ondulatoire permet de démontrer que les lois de Descartes résultent de l'adaptation de la longueur d'onde au milieu de propagation. La démonstration repose sur trois idées :

- Pour commencer, à la traversée du dioptre, l'onde doit **conserver sa périodicité temporelle** T : si ce n'était pas le cas, la surface de l'eau de la figure 27 présenterait une discontinuité au niveau du contact entre les deux milieux.



En un point du dioptre, les phases spatiales de l'onde incidente et de l'onde transmise sont fixées : les deux signaux sont des fonctions du temps qui ne peuvent se raccorder que si leurs fréquences temporelles sont identiques.

- Ensuite, comme les vitesses de propagation diffèrent entre les deux milieux tandis que la période T est identique, **la longueur d'onde doit s'adapter au nouveau milieu de propagation**. Sur la figure 27, nous voyons la longueur d'onde du signal diminuer lorsqu'il accède à un milieu plus réfringent (d'indice plus élevé).
- Enfin, pour raccorder le long du dioptre des ondes incidentes et transmises de longueurs d'ondes distinctes, nous devons **modifier leur direction de propagation** : sur la figure 28, les maximum en rouge se raccordent de part et d'autre de l'interface.

L'exercice 1 propose d'établir la démonstration des lois de Descartes en traduisant mathématiquement ces idées.

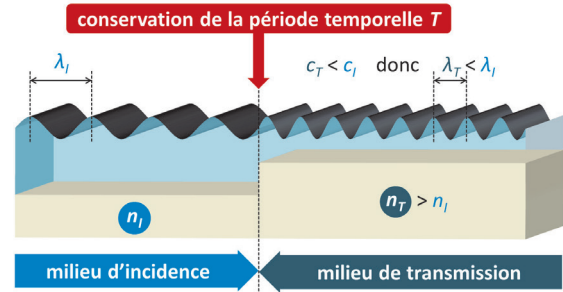


Fig 27. Lorsqu'une onde accède à un milieu d'indice plus élevé, pour lequel sa vitesse de propagation diminue, elle **conserve sa périodicité temporelle** T . C'est donc sa longueur d'onde λ qui s'adapte au nouveau milieu en diminuant.

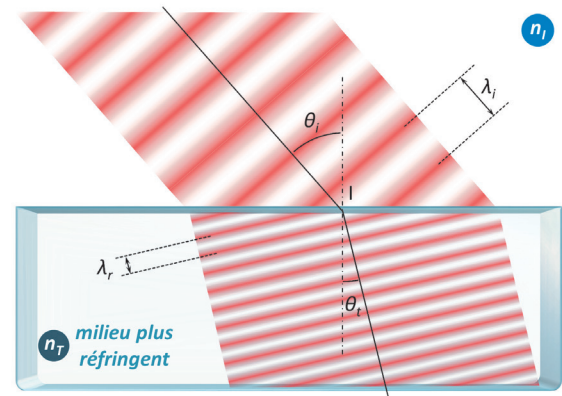


Fig 28. Le phénomène de réfraction s'interprète grâce au modèle ondulatoire de la lumière : l'onde présente une longueur d'onde différente de part et d'autre du dioptre, mais elle doit être **continue** à chaque instant **au niveau de l'interface**.

Exercice 1 Démonstration des lois de Descartes par le modèle ondulatoire de la lumière

PCSI

1. Établir la relation entre les longueurs d'onde observées, pour une lumière de même fréquence, dans deux milieux d'indices de réfraction n_i et n_T distincts.
2. Faire un schéma montrant, lors d'une réfraction, le lien entre les angles θ_i et θ_T donnant les directions des rayons incident et transmis et les longueurs d'onde λ_i et λ_T associées.
3. Démontrer la loi de la réfraction.
4. Comment justifier simplement la loi de la réflexion par la même méthode ?

1. L'expression de la vitesse d'une onde et la définition de l'indice de réfraction nous donnent le lien entre période, indice de réfraction et longueur d'onde :

- Définition de la célérité : $c = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{c}$
 - Définition de l'indice : $n = \frac{c_0}{c} \Rightarrow c = \frac{c_0}{n}$
- $$\Rightarrow T = \frac{n\lambda}{c_0}$$

La conservation de la période temporelle donne :

$$T = \frac{n_i \lambda_i}{c_0} = \frac{n_r \lambda_r}{c_0} \Rightarrow \boxed{n_i \lambda_i = n_r \lambda_r}$$

La longueur d'onde diminue lorsque l'onde accède à un milieu plus réfringent.

2. Les fronts d'onde et les rayons lumineux sont orthogonaux entre eux. La longueur d'onde λ correspond à la distance entre deux fronts d'onde, tandis que l'angle θ est mesuré entre le rayon et la normale.

3. Sur la figure 29, faisons apparaître deux points A et B appartenant à deux fronts d'onde successifs et au dioptré. De part et d'autre du dioptré, la distance D entre ces points s'exprime à partir du sinus de l'angle de la longueur d'onde :

$$d = \frac{\lambda_i}{\sin(\theta_i)} = \frac{\lambda_r}{\sin(\theta_r)}$$

La longueur d'onde et l'indice de réfraction variant inversement proportionnellement l'un avec l'autre, nous obtenons :

$$\frac{\sin(\theta_i)}{\lambda_i} = \frac{\sin(\theta_r)}{\lambda_r} \Rightarrow \boxed{n_i \sin(\theta_i) = n_r \sin(\theta_r)}$$

4. Dans le cas d'une réflexion, l'onde réfléchi se propage dans le même milieu que l'onde incidente, leurs longueurs d'ondes sont égales. La continuité de l'onde au niveau de l'interface conduit donc à des angles θ_i et θ_r identiques (figure 30).

• INTENSITÉS DES RAYONS RÉFLÉCHI ET TRANSMIS

Les relations précédentes ne précisent pas la répartition de l'intensité lumineuse entre le rayon réfléchi et le rayon réfracté. Pour un rayon qui passe de l'air au verre selon la normale au dioptré, par exemple, le faisceau réfléchi représente 4 % de l'intensité incidente contre 96 % pour le rayon réfracté. Les lois de Snell et Descartes doivent donc s'accompagner de relations donnant la répartition de l'intensité lumineuse. Ces relations sont également démontrables à partir du modèle ondulatoire de la lumière mais sortent du cadre du programme de première année.

• EXISTENCE DU RAYON TRANSMIS : ANGLE LIMITE

La relation qui caractérise la réfraction du rayon lumineux ne permet pas toujours de définir un angle θ_r . Un rayon qui accède à un milieu moins réfringent s'écarte de la normale, figure 31.a. L'angle θ_r formé par ce rayon avec la normale au dioptré ne peut cependant pas excéder 90° , de sorte que le rayon réfracté disparaît pour une valeur limite θ_{LIM} de l'angle d'incidence, figure 31.b. Cette valeur limite correspond à l'égalité :

$$n_i \sin(\theta_{LIM}) = n_r \sin(90^\circ) \Rightarrow \boxed{\theta_{LIM} = \arcsin\left(\frac{n_r}{n_i}\right)}$$

Au-delà de l'angle limite, la totalité de l'intensité lumineuse se réfléchit sur le dioptré et repart dans le milieu d'incidence, figure 31.c. La disparition du rayon transmis s'opère continument : lorsque l'angle θ tend vers sa valeur limite, l'intensité du rayon transmis diminue progressivement jusqu'à s'annuler.

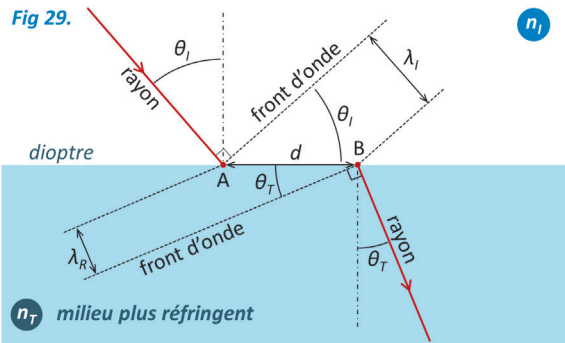
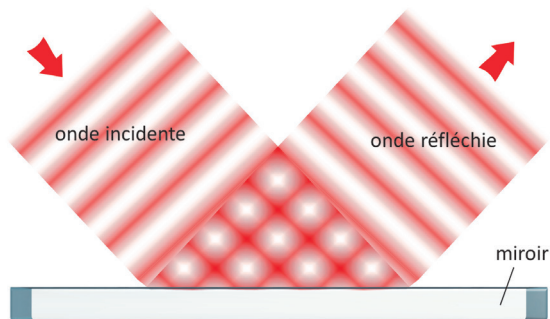
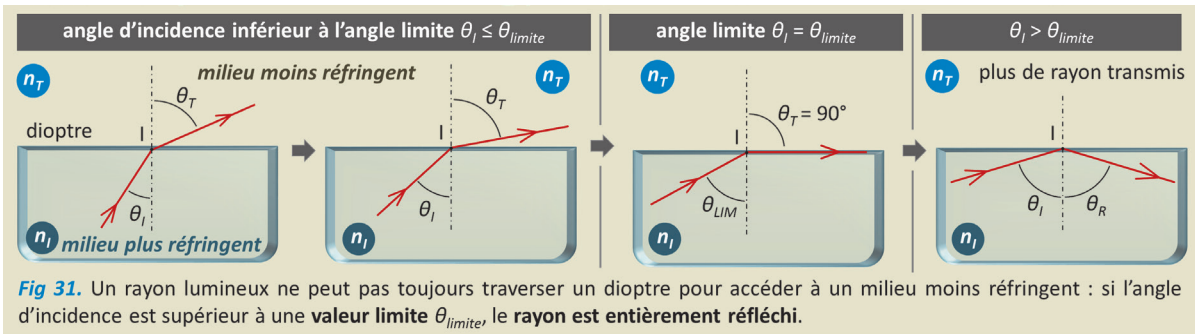


Fig 30. La loi de la réflexion est liée au fait que les vitesses de propagation des ondes incidentes et réfléchies sont identiques.



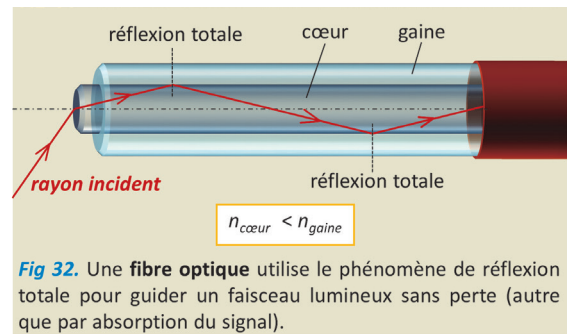


Définition de l'angle limite

Un rayon lumineux se propageant dans un milieu d'indice n_i ne peut accéder à un milieu moins réfringent d'indice $n_T < n_i$ que s'il aborde le dioptré avec un angle d'incidence inférieur à **l'angle limite θ_{LIM}** défini par :

$$\theta_{\text{LIM}} = \arcsin\left(\frac{n_T}{n_i}\right)$$

L'angle limite n'est défini que si l'indice du milieu situé au-delà du dioptré est inférieur à l'indice du milieu incident, c'est-à-dire si le rayon accède à un milieu moins réfringent. Au-delà de l'angle limite, il y a réflexion totale du rayon incident. Certaines fibres optiques utilisent ce principe pour guider la lumière. Ces fibres sont constituées d'un cœur translucide entouré d'une gaine d'indice plus faible. Les rayons qui entrent dans la fibre avec une direction convenable se réfléchissent totalement à la surface du cœur (figure 32).



2.6. Retour inverse de la lumière

Le principe du retour inverse affirme que tout trajet suivi par la lumière dans un sens peut également l'être dans le sens inverse.

Principe du retour inverse

Si un point A éclaire un point B, une source de lumière placée en B éclairerait le point A.

Cette propriété doit être utilisée avec précaution, car elle ne dit rien de la répartition de l'intensité lumineuse entre les points A et B. La lumière issue de A donne naissance à différents rayons B, C, D, E, dont un passe au point B. La lumière issue de B emprunte des chemins B, C', D' et E' différents, l'un d'entre eux passant en A. La répartition du flux lumineux est différente dans les deux cas (figure 33).

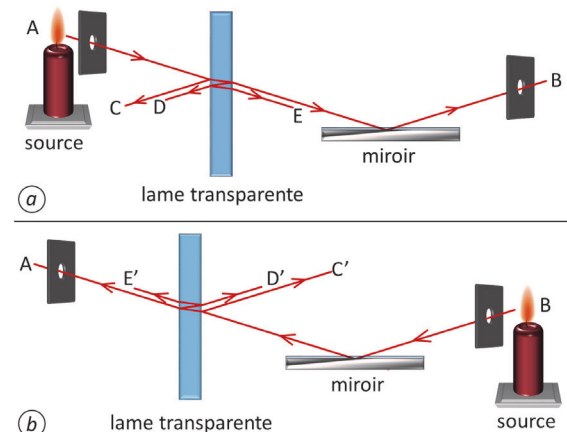


Fig 33. Le **principe du retour inverse** indique que si une source placée en A éclaire le point B, une source placée en B éclairerait le point A. La répartition des flux lumineux est différente dans les deux cas.

3. FORMATION D'IMAGE EN OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

La finalité de l'optique géométrique est la formation d'une image. Pour y parvenir, le système optique exploite les lois de la réflexion et de la réfraction à travers des dioptries de géométries diverses.

3.1. Schéma général d'un montage optique

Les instruments d'optiques, si divers soient-ils, présentent un schéma de fonctionnement commun. La lumière est émise par une source lumineuse, elle traverse un **système optique** qui la dévie afin de l'amener dans une zone où elle forme l'image de l'objet (figure 34.a). Au bout du compte, l'image est toujours observée par **l'œil** (figure 34.b), qui est lui-même un système optique dont nous examinerons le fonctionnement dans le prochain chapitre. Un œil comporte une lentille, le cristallin, qui forme une image sur une surface photosensible : la rétine. Précisons les trois éléments de ce schéma général.

• SOURCE LUMINEUSE

En optique géométrique, le caractère ondulatoire de la lumière n'est pas pris en compte : la longueur de cohérence est sans importance et la nature du processus d'émission également. Une source est donc caractérisée par les éléments suivants :

Caractérisation des sources lumineuses en optique géométrique

- Les sources **primaires** sont naturellement lumineuses, contrairement aux sources **secondaires** qui ne le sont que lorsqu'elles sont éclairées.
- Une source **étendue** est constituée d'un ensemble de **sources ponctuelles**.
- Une source **polychromatique** se décompose en un ensemble de sources **monochromatiques** idéales.

• SYSTÈME OPTIQUE

Une fois émis, les rayons lumineux traversent le système optique. Ce système est organisé autour de l'axe optique, qui donne la direction principale de propagation de la lumière. Le long de l'axe optique se trouvent une succession de milieux transparents séparés par des dioptries et éventuellement des diaphragmes. Dans le cadre de ce cours, ces milieux sont homogènes et isotropes.

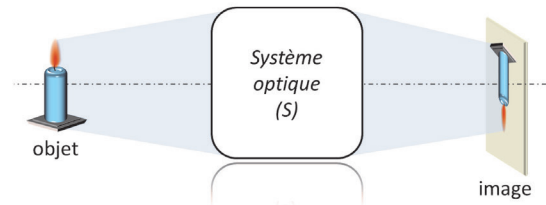
• SURFACE PHOTOSENSIBLE

La surface photosensible qui recueille l'image formée par l'instrument d'optique est de nature diverse : rétine dans le cas de l'œil, pellicule d'un appareil photo, capteur CCD d'une caméra vidéo ou écran blanc d'une salle de cinéma.

3.2. Système optique et conjugaison

Dans le cadre de l'optique géométrique, chaque point d'une source étendue émet un faisceau de rayons lumineux. Si nous recueillons directement ces rayons lumineux sur une feuille de papier, un même point de la feuille reçoit de la lumière provenant des différents points de la source lumineuse. Nous obtenons ainsi un éclairage uniforme de la feuille, et non une image de la source (figure 35).

(a) Schéma général d'un système optique



(b) Cas particulier de l'œil

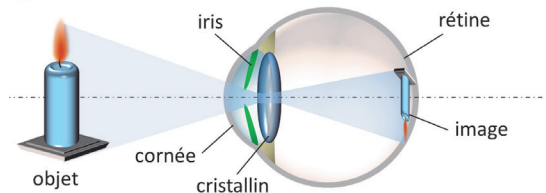


Fig 34. La formation d'une image optique suit un schéma général (a) : la lumière est **émise par un objet**, déviée par un **système optique** et converge vers une **surface photosensible**. En dernier ressort, l'œil est à l'extrémité de cette chaîne (b).

Il est donc important de distinguer, parmi les rayons émis par une source lumineuse, ceux qui sont issus d'un même point objet. Ces rayons appartiennent à un **faisceau lumineux** unique, chaque point objet de la source émettant son propre faisceau.

Définition d'un faisceau lumineux

- Un **faisceau lumineux** est un ensemble de rayons issus d'un point objet unique.
- Chaque **point objet d'une source étendue** émet **son propre faisceau lumineux**.

Pour obtenir une image de la bougie (figure 36), nous devons « trier » les rayons lumineux et faire en sorte que tous les rayons appartenant au même faisceau lumineux convergent vers un point unique de la feuille. L'image de la flamme de la bougie se formera ainsi sur l'écran en un lieu différent de l'image de la base. Le dispositif qui trie les rayons lumineux, en faisant converger en un point unique les rayons d'un même faisceau, est le système optique. Chaque point A de l'objet étendu possède alors un point image A' qui lui est propre ; ils sont **conjugués** par le système optique.

Définition d'un système optique

Un système optique (S) assure la **conjugaison** de chaque point objet A de l'espace avec un point image A'. Pour cela, il modifie la direction de propagation des rayons du faisceau lumineux issu A de façon à ce qu'ils se croisent en A' après traversée du système.

$$A \xrightarrow{(S)} A'$$

Il est relativement simple de concevoir un tel dispositif, puisqu'un écran percé d'un petit trou suffit à former une image de l'objet. Ce trou permet de sélectionner un unique rayon lumineux pour chacun des points de la source, de sorte que nous observons une image renversée de l'objet sur l'écran (figure 38). La luminosité de l'image est cependant très faible : seule une petite quantité de lumière atteint finalement l'écran. Pour utiliser ce dispositif, il est nécessaire d'isoler l'écran de toute source lumineuse parasite en le plaçant dans un boîtier totalement opacifié : c'est le principe de la chambre noire.

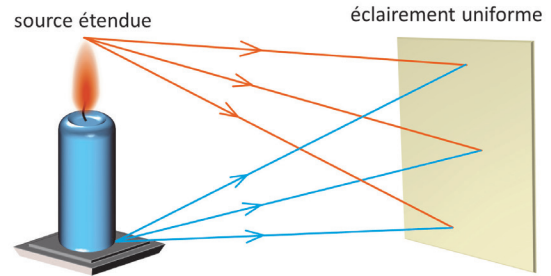


Fig 35. Une source étendue ne forme pas directement son image sur un écran car chaque point de l'écran est atteint simultanément par de nombreux rayons issus des différents points de la source, donc appartenant à des faisceaux lumineux distincts.

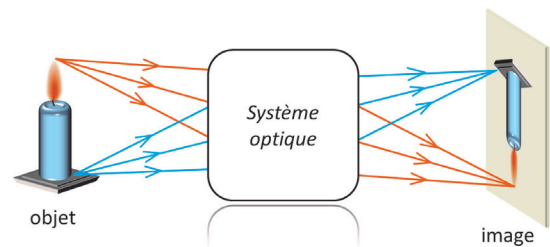


Fig 36. Le rôle d'un système optique est de trier les différents rayons issus d'un point de l'objet pour les faire converger en un point image unique. Concrètement, le système est constitué de différents dioptrés et miroirs.

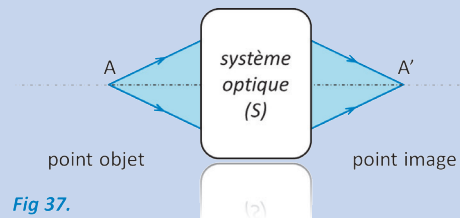


Fig 37.

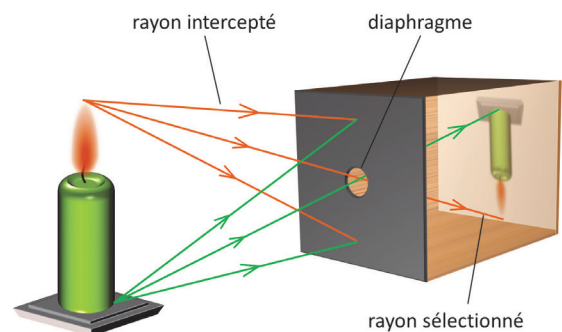


Fig 38. Une **chambre noire** forme une image en isolant, sur chaque faisceau lumineux émis par un point de l'objet, un rayon unique.

La solution est cependant loin d'être idéale : le trou n'étant pas infiniment petit, il isole en fait un cône de lumière. L'image d'un point de la source sur l'écran est une tache circulaire et l'image d'ensemble est floue (figure 39). En réduisant la taille du trou, l'effet de flou diminue avec la quantité de lumière recueillie : la qualité de l'image s'améliore mais elle perd en luminosité. En dessous d'un certain diamètre, la diffraction devient perceptible : les faisceaux de lumière s'évalent et la qualité de l'image se dégrade. Nous devons chercher des systèmes optiques plus performants qu'un simple diaphragme.

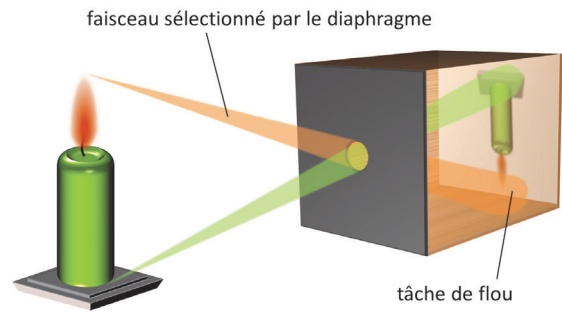


Fig 39. L'image formée par la chambre noire est floue car le diaphragme, de taille finie, isole un cône de lumière et non un rayon.

3.3. Caractérisation de l'objet et de l'image

Un instrument d'optique combine généralement plusieurs systèmes optiques placés en cascade : il est alors utile de caractériser les objets et images qui sont formés successivement par chacun de ces systèmes.

• DISTINCTION ENTRE OBJET ET POINT IMAGE

Le point A dont sont issus les rayons lumineux avant traversée du système constitue l'**objet**. Le point A' vers lequel se dirigent ces rayons après avoir traversé le système constitue l'**image**. La distinction entre objet et image est ainsi **relative au système optique considéré**. Il arrive fréquemment que l'image formée par un premier système serve d'objet à un second : c'est par exemple le cas lorsque nous regardons une image vidéo projetée sur un écran. Un point A' éclairé sur l'écran correspond à l'image formée par le projecteur, et sert simultanément d'objet à l'œil qui en forme une image A'' sur la rétine (figure 40.a). De même, si une lentille de contact vient corriger un défaut de l'œil, la chaîne de formation de l'image comporte trois dispositifs et deux images intermédiaires (figure 40.b).

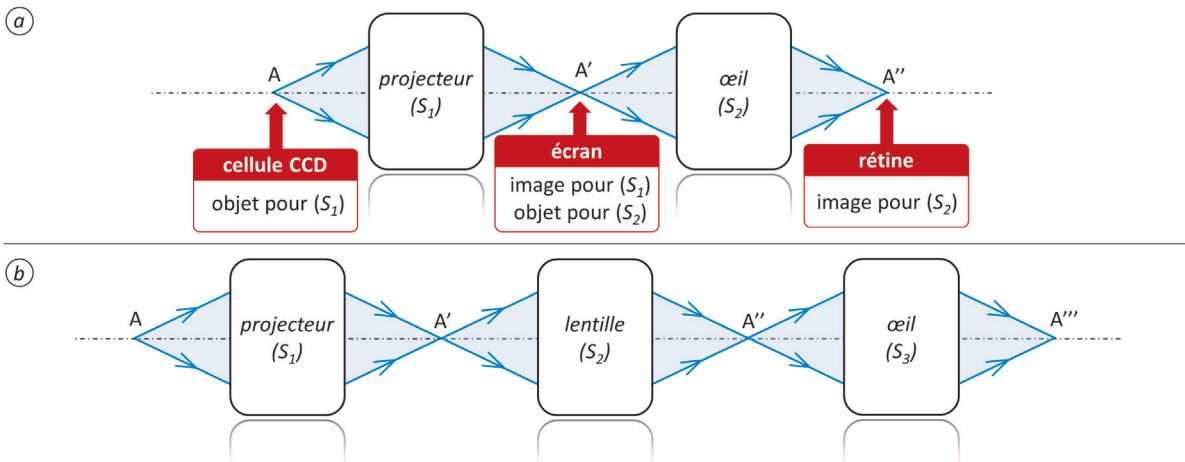


Fig 40. La distinction entre objet et image est relative au système optique. L'image formée par un système sert d'objet au système suivant.

• POINT RÉEL, VIRTUEL OU À L'INFINI

Dans le cas du vidéoprojecteur, les rayons lumineux issus de la matrice C.C.D. ont réellement traversé celle-ci. Après avoir traversé la lentille du projecteur, ces rayons convergent effectivement sur l'écran, qui permet de recueillir l'image (figure 41). Dans cette situation, nous qualifierons l'objet A et l'image A' de **réels**.

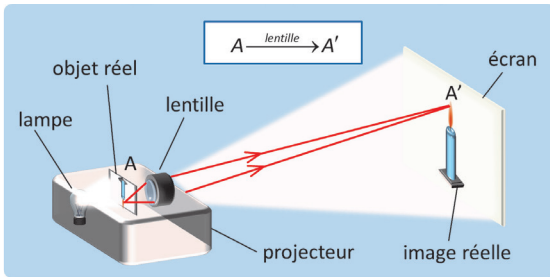


Fig 41. Un vidéoprojecteur forme une image réelle A' , qui peut être recueillie sur un écran, à partir d'un objet réel A .

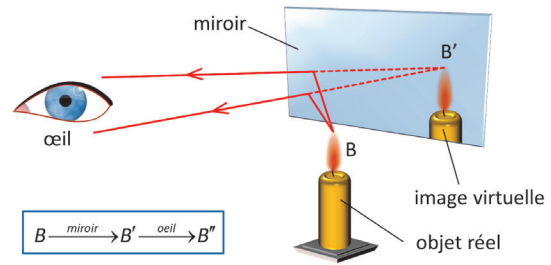


Fig 42. Un miroir forme d'un objet réel B une image virtuelle B' qui ne peut pas être recueillie sur un écran.

Il peut cependant arriver que le faisceau lumineux diverge d'un point par lequel la lumière n'est pas réellement passée, ou qu'il converge vers un point qui ne sera pas atteint. C'est le cas du reflet que nous observons dans un miroir (figure 42) : les rayons réfléchis semblent provenir d'un point B' situé derrière le miroir, bien qu'ils ne s'y soient jamais passés. Dans ces conditions, le point B' est qualifié de **virtuel**.

R Remarquons que le reflet B' est à la fois une image pour le miroir et un objet pour l'œil.

Dans certains cas, l'ajout d'un système optique peut changer la nature d'un point : en plaçant un miroir sur le trajet de la lumière issue du projecteur, nous changeons la nature de l'image C' , qui devient virtuelle. Cette image constitue alors un objet virtuel pour le miroir, qui en donne une image C'' réelle (figure 43). Nous vérifions sur ces exemples qu'un objet peut indifféremment correspondre à un point de convergence ou de divergence des rayons, et qu'il en va de même pour une image.

Un dernier cas remarquable est celui où le faisceau de lumière ressort parallèle du système optique. Dans ces conditions, l'objet (ou l'image) est dit à l'infini (figure 44).

R Ce point à l'infini peut indifféremment être considéré soit comme un objet situé à une distance infinie avant le système optique, soit comme une image formée à l'infini après le système optique.

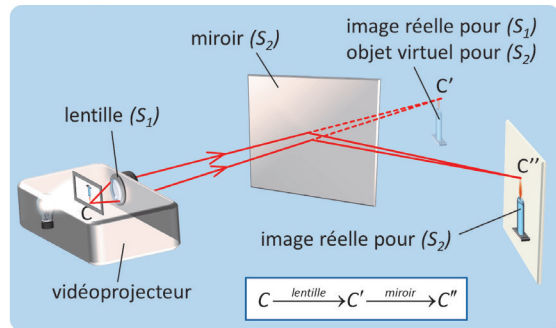


Fig 43. En l'absence de miroir, l'image C' formée par le vidéoprojecteur peut être recueillie sur un écran : elle est réelle. Le miroir intercepte la lumière avant qu'elle n'atteigne C' , qui est donc un objet virtuel pour ce dernier.

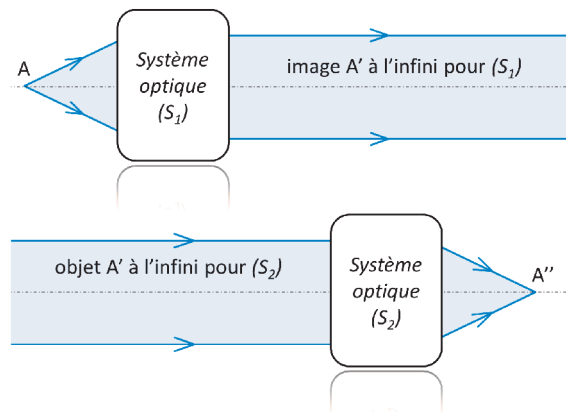


Fig 44. Lorsque le faisceau issu d'un point objet A ressort parallèle d'un système optique (S_1) l'image A' se forme à l'infini. A' sert également d'objet à l'infini pour un second système optique (S_2).

Définition du caractère réel, virtuel ou à l'infini

Un point objet ou un point image est qualifié de :

- **réel** si le faisceau y passe effectivement.
- **virtuel** s'il faut prolonger le parcours réel du faisceau lumineux pour l'obtenir.
- **à l'infini** si les rayons qui le définissent forment un faisceau parallèle.

• CAS PARTICULIER DES OBJETS ÉTENDUS À L'INFINI

En optique géométrique, nous rencontrerons fréquemment des objets étendus situés à l'infini. Nous pouvons nous étonner qu'un objet situé à une distance infinie n'apparaisse pas comme un point. Cette contradiction apparente provient du fait que l'expression « à l'infini » possède en optique géométrique un sens particulier : un objet réel peut être observé à une distance telle que :

- Les rayons appartenant au même faisceau lumineux, issus d'un même point objet A, forment entre eux un angle α très faible et sont pratiquement parallèles. L'objet est à l'infini.
- Les faisceaux issus de deux points distincts A et B forment un angle θ perceptible. L'objet est étendu.

Pour illustrer cette situation, examinons le cas de la Lune qui est un exemple d'objet étendu à l'infini.

Exercice 2 Diamètre angulaire de la Lune

On considère deux faisceaux lumineux émis depuis la Lune par deux points A et B diamétralement opposés.

1. Évaluer l'ouverture angulaire α du faisceau lumineux issu du point A captés par l'œil.
2. Évaluer l'angle θ formé par les deux faisceaux de lumière issus des points A et B.
3. La Lune est-elle à l'infini ? Est-elle ponctuelle ?

Distance Terre Lune : $d_{TL} = 3,84 \cdot 10^8$ m

Diamètre ϕ de la pupille humaine : environ 4 mm

Diamètre de la Lune : $d_L = 3,47 \cdot 10^6$ m

Pouvoir séparateur de l'œil humain : $3 \cdot 10^{-4}$ rad

1. Le faisceau issu du point A capté par l'œil est délimité par la pupille de l'œil, dont le diamètre est de l'ordre de 4 mm. L'angle α s'inscrit dans un triangle isocèle dont les deux côtés identiques correspondent à la distance d_{TL} entre le point A et l'œil, tandis que le troisième est le diamètre de la pupille (figure 45.a).

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\text{diamètre de la pupille}}{2 \times \text{distance Terre Lune}}$$

Le rapport des distances étant de l'ordre de 10^{-11} , nous pouvons assimiler la fonction arctangente à son argument. Ainsi :

$$\alpha = 2 \arctan\left(\frac{\phi}{2d_{TL}}\right) \Rightarrow \alpha \approx \frac{\phi}{d_{TL}} \approx \frac{4 \cdot 10^{-3}}{3,84 \cdot 10^8} \approx 10^{-11} \text{ rad}$$



Le diamètre de la pupille étant donné avec une seule décimale, il n'est pas pertinent d'indiquer plus d'une décimale au résultat.

Compte tenu de la faible valeur de cet angle, très inférieur au pouvoir séparateur de l'œil humain, nous pouvons raisonnablement considérer tous les rayons issus d'un même point de l'objet comme parallèles.

2. Pour calculer l'angle θ formé par les deux faisceaux de lumière issus des points extrêmes de la Lune, utilisons un triangle isocèle dont la base est le diamètre de la Lune (figure 45.b) :

$$\theta \approx \frac{\text{diamètre de la Lune}}{\text{distance Terre Lune}} = \frac{3,47 \cdot 10^6}{3,84 \cdot 10^8} \approx 9,04 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

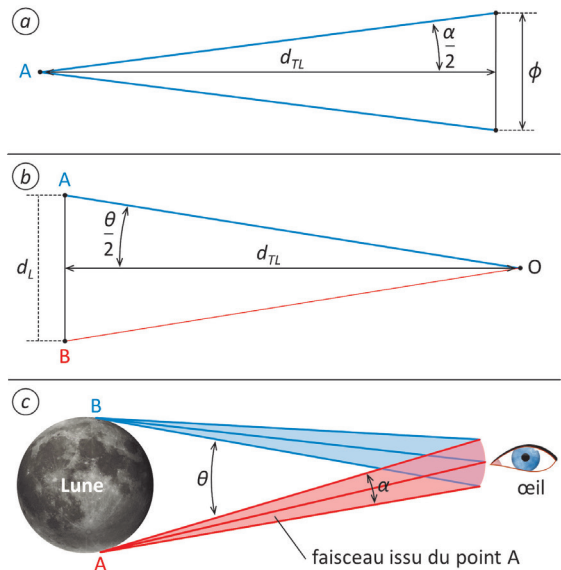


Fig 45. La Lune est un objet étendu à l'infini : l'angle α entre les rayons issus d'un point objet unique est indiscernable tandis que l'angle θ formé par deux faisceaux issus de deux points objets distincts est discernable.

3. La Lune est à l'infini puisqu'elle nous envoie des faisceaux parallèles. L'angle θ étant supérieur à la limite de résolution de l'œil humain, qui distingue deux points dès lors qu'ils sont séparés de plus de $3 \cdot 10^{-4}$ rad, la Lune est perçue comme un disque (figure 45.c). C'est un objet étendu et non un objet ponctuel. La Lune est pourtant ponctuelle au sens commun du terme, car elle n'arrive jamais en retard !

Caractérisation des objets étendus situés à l'infini

- Un objet est **à l'infini** lorsque les rayons issus d'un même point objet, appartenant au même faisceau, peuvent être considérés parallèles entre eux.
- Un objet situé à l'infini est **étendu** lorsque l'angle θ formé par les rayons issus de points périphériques est supérieur au pouvoir séparateur de l'œil.
- L'angle θ est le **diamètre angulaire** d'un objet étendu situé à l'infini et caractérise sa taille.

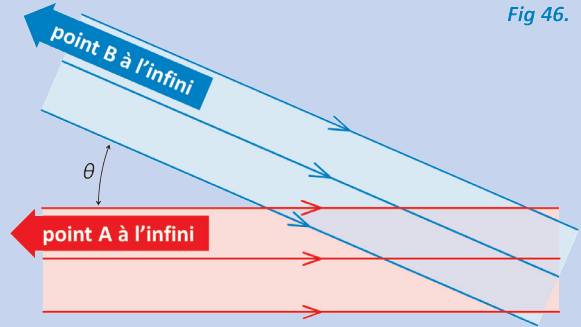


Fig 46.

3.4. Propriétés des systèmes optiques

Un système optique idéal formerait une image parfaite d'un objet quelconque. Nous allons présenter les trois principales qualités que nous pouvons attendre d'un système optique, et constater sur des exemples simples que ces propriétés ne sont généralement obtenues que de manière approximative.

• STIGMATISME D'UN SYSTÈME OPTIQUE

Un système optique est **stigmatique** s'il associe à chaque point de l'espace une image ponctuelle unique. Cette propriété, qui s'énonce simplement, est en pratique extrêmement difficile à obtenir : la forme lumineuse qui s'observe à la surface d'une tasse de thé, appelée **caustique**, en est l'illustration (figure 47.a). Lorsqu'une tasse est éclairée par un faisceau de lumière, sa face intérieure se comporte comme un miroir cylindrique et réfléchit les rayons. Si ceux-ci se coupaient tous au même point, nous devrions y trouver l'image du filament parfaitement nette. En pratique, cette image se trouve bien dans la zone de convergence mais elle s'accompagne d'un halo lumineux lié au stigmatisme approché du miroir cylindrique (figure 47.b). La quasi-totalité des systèmes optiques n'offrent en pratique qu'un **stigmatisme approché** : nous verrons au §4 de ce chapitre que le miroir plan est le seul système optique offrant un stigmatisme rigoureux pour tous les points de l'espace.

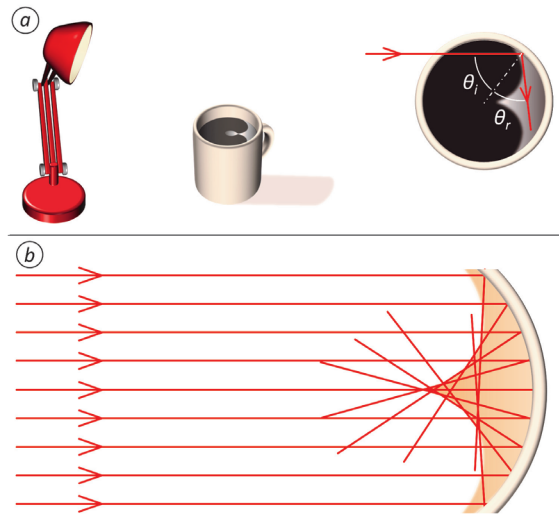


Fig 47. la paroi intérieure d'une tasse se comporte comme un miroir cylindrique. Celui-ci n'est pas rigoureusement stigmatique et la lumière qu'il réfléchit dessine à la surface du liquide une courbe appelée **caustique**.

Nous pourrions nous étonner de ne pas rencontrer d'autres systèmes rigoureusement stigmatiques : à partir de deux points A et A', la recherche d'une surface réfléchissante qui réalise la conjugaison est un problème mathématique classique. Le miroir elliptique de foyer A et A' est solution de ce problème, mais ne conjugue que les seuls points A et A' : il n'est pas rigoureusement stigmatique pour d'autres points (figure 48.a).

Le miroir parabolique, pour sa part, conjugue un point remarquable, son foyer F' avec un objet ou une image située à l'infini (figure 48.b). Il n'est rigoureusement stigmatique que pour ces seuls points. La difficulté réside donc dans le fait qu'un système stigmatique doit conjuguer n'importe quel point objet de l'espace avec un point image unique.

? Les antennes paraboliques exploitent cette propriété dans le domaine des ondes radio pour échanger de l'information avec les satellites géostationnaires considérés à l'infini. Le capteur est placé au foyer de la parabole.

Définition du stigmatisme

- Un système est **stigmatique** s'il donne de tout point objet A un point image A' unique.
- Les points A et A' sont alors **rigoureusement conjugués** par le système optique.

Le miroir plan est le seul système rigoureusement stigmatique pour tout point de l'espace : les autres n'offrent qu'un stigmatisme approximatif.

• APLANÉTISME D'UN SYSTÈME OPTIQUE

De manière générale, un instrument d'optique est destiné à former des images d'objets étendus. Ces images sont recueillies sur des surfaces photosensibles qui sont généralement planes : c'est le cas d'une plaque photographique ou d'un capteur CCD. Il est ainsi souhaitable, pour un bon fonctionnement du système optique, **que l'image d'un objet plan soit également plane**. Cette condition est connue sous le nom de propriété d'aplanétisme d'un système optique.

Définition de l'aplanétisme

Un système optique est aplanétique s'il forme de tout objet étendu situé dans un plan perpendiculaire à l'axe optique une image plane perpendiculaire à l'axe optique.

Cette propriété est automatiquement vérifiée par le miroir et le dioptre plans du fait de leur géométrie. Ces systèmes présentent une invariance par translation dans les deux directions du plan : les règles de construction de l'image d'un point A sont applicables à l'identique à un point B : ainsi deux points situés à la même distance du dioptre donneront des images également équidistantes de ce dioptre (figure 49).

+ L'invariance du système n'est, au sens strict, qu'approximative car le miroir n'est pas infini.

Pour les autres systèmes optiques, comme les miroirs sphériques ou les lentilles minces, l'aplanétisme n'est qu'une propriété approchée que nous admettrons pour les systèmes usuels (figure 50).

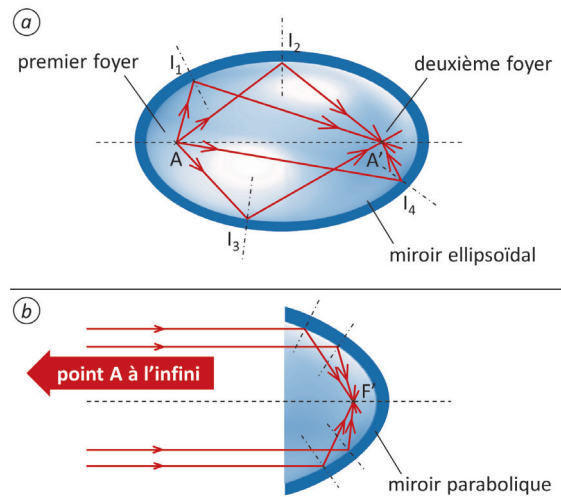


Fig 48. La conjugaison rigoureuse de deux points peut être obtenue par un miroir ellipsoïdal ou un miroir parabolique si l'un des points est à l'infini.

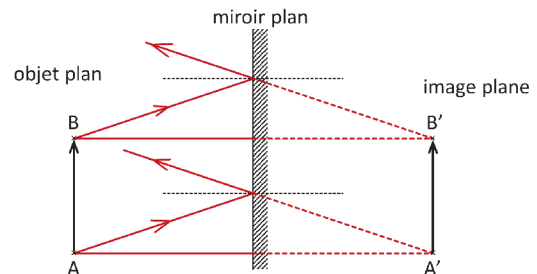


Fig 49. Le miroir ou le dioptre plans sont **rigoureusement aplanétiques** : les règles de construction applicables au point A le sont aussi pour le point B .

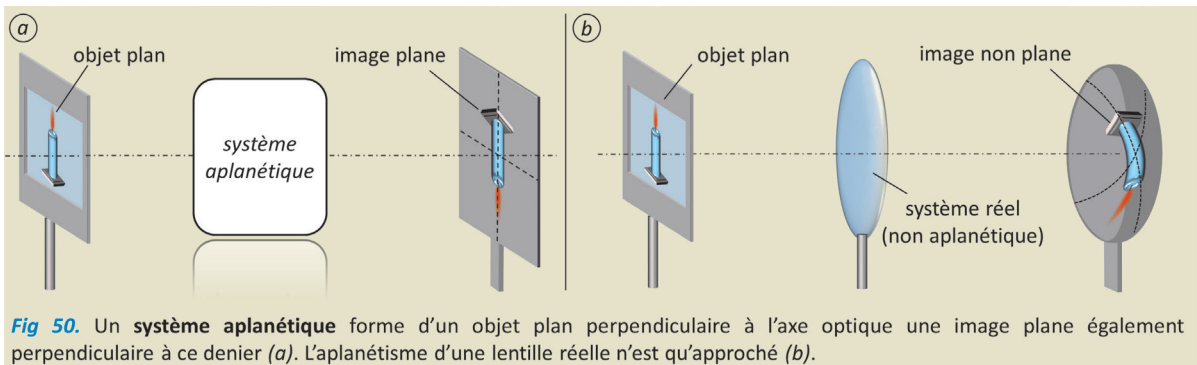


Fig 50. Un système aplanétique forme d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique une image plane également perpendiculaire à ce dernier (a). L'aplanétisme d'une lentille réelle n'est qu'approché (b).

- ⊕ L'aplanétisme du système permettra de rechercher l'image d'un point en deux temps ; d'abord en la localisant le long de l'axe optique par une relation de conjugaison, puis en déterminant sa position perpendiculairement à l'axe optique grâce à une relation de grandissement.

• ACHROMATISME D'UN SYSTÈME OPTIQUE

La dernière propriété remarquable pour un système optique est de donner une image dont la position ne dépend pas de la couleur de la lumière, c'est-à-dire de sa longueur d'onde. Un système qui possède cette propriété est qualifié d'achromatique.

Définition de l'achromatisme

Un système optique est **achromatique** s'il donne d'un point objet A une image A' dont la position est indépendante de la couleur du point A.

La loi de la réflexion ne fait pas intervenir l'indice du milieu de propagation, et ne dépend donc pas de la couleur de la lumière. Les miroirs, qui exploitent cette loi, sont donc naturellement achromatiques. Un dioptre, en revanche, produit une réfraction : l'angle de réfraction dépend de l'indice du milieu, lui-même fonction de la longueur d'onde. Un dioptre décompose ainsi la lumière blanche en donnant à chaque couleur une direction spécifique (figure 51.a). Dans une vitre, c'est-à-dire un milieu homogène délimité par deux dioptres parallèles, les effets des deux réfractions se compensent (figure 51.b). Les rayons lumineux qui traversent la vitre ne sont ainsi pas déviés, et nous n'observons pas de séparation des couleurs à travers celle-ci. Dans un prisme, en revanche, les effets des deux réfractions ne se compensent pas (figure 51.c).

C'est également le cas des lentilles, qui dévient généralement davantage le violet que le rouge (figure 51.d). Nous retiendrons que les systèmes dioptriques présentent généralement des défauts de chromaticité.

- ❓ Newton pensait que seuls les systèmes optiques catadioptriques, constitués de miroirs, étaient en mesure de former des images exemptes d'aberrations chromatiques. En réalité, on peut concevoir des lentilles pratiquement exemptes de défauts de chromaticité en associant judicieusement plusieurs verres dont les indices varient différemment avec la longueur d'onde. Ces lentilles sont appelées **achromats**.

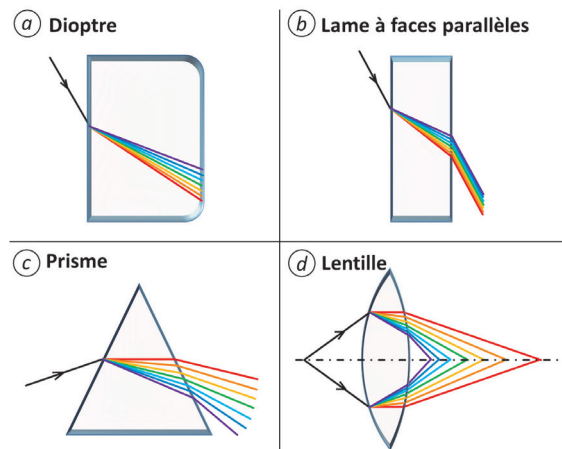


Fig 51. Effets chromatiques à travers des blocs de verre présentant des géométries diverses.

3.5. Conditions de Gauss

De manière générale, un système optique n'est pas rigoureusement stigmatique. Le stigmatisme approché peut cependant être obtenu en éliminant du faisceau lumineux les rayons périphériques qui, dans le cas de la lumière se reflétant dans la tasse de thé, sont responsable de la caustique. L'utilisation d'un système optique en se limitant aux seuls rayons peu inclinés et peu éloignés de l'axe optique constitue les conditions de Gauss et assure un stigmatisme approché. Nous montrerons en exercice que le respect des conditions de Gauss suffit à assurer le stigmatisme approché du dioptré plan ; pour les lentilles minces, nous admettrons cette propriété.

Définition des conditions de Gauss

Un système optique travaille dans les **conditions de Gauss** et réalise un stigmatisme approché si les seuls rayons qui le traversent sont :

- **peu inclinés** par rapport à l'axe optique.
- **peu éloignés de l'axe optique** lorsqu'ils atteignent le système.

3.6. Relation de conjugaison du système optique

Le système optique placé dans les conditions de Gauss assure un stigmatisme et un aplanétisme approchés. La localisation de l'image d'un point quelconque peut alors être opérée en deux temps, en travaillant d'abord le long de l'axe optique, puis dans la direction transverse. Pour cela, un objet étendu est modélisé par deux points A et B placés perpendiculairement à l'axe optique (figure 52). Par convention, le point A appartient à l'axe optique tandis que le point B est désaxé. L'axe optique est orienté dans le sens de propagation de la lumière, l'axe transverse l'est arbitrairement. La localisation de l'image A'B' est donnée par deux relations portant sur des mesures algébriques le long de ces axes.

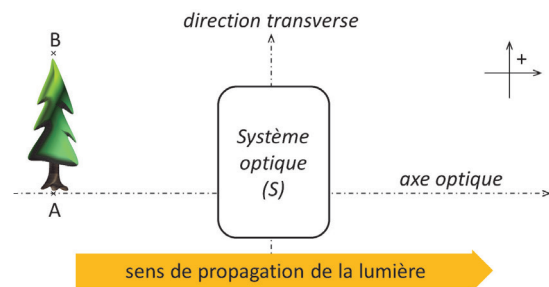


Fig 52. L'axe optique est orienté dans la direction de propagation de la lumière tandis que l'axe transverse est orienté arbitrairement. Un objet étendu est modélisé par deux points placés perpendiculairement à l'axe : A sur l'axe et B désaxé.

Relations caractéristiques d'un système optique

- La **relation de conjugaison** donne la position de l'image A' d'un point objet A situé sur l'axe optique. Cette image appartient elle aussi à l'axe optique. Elle fait appel à un point remarquable du système optique, généralement son centre O et prend la forme :

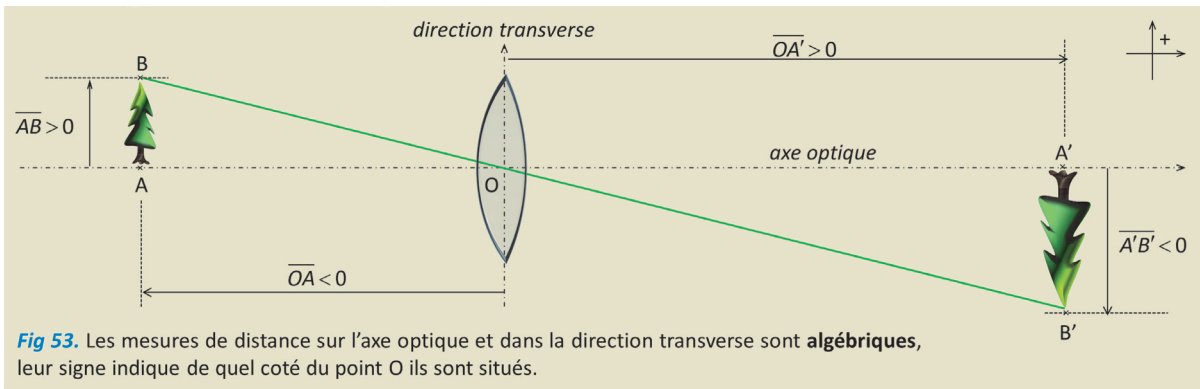
$$\overline{OA'} = f(\overline{OA})$$

- La **relation de grandissement** permet de déterminer la taille de l'image dans le plan perpendiculaire à l'axe optique. Le grandissement γ , défini comme le rapport de la taille $\overline{A'B'}$ de l'image à la taille $\overline{AB}$ de l'objet, est exprimé à partir des positions des points A et A'.

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = g(\overline{OA}; \overline{OA'})$$



Les distances qui interviennent dans ces formules sont algébriques : la mesure $\overline{OA} < 0$ signifie que le point A est situé à gauche du point O, c'est-à-dire que la lumière y est passée avant de passer en O. De même, le grandissement est algébrique et une valeur négative signifie que l'image est retournée (figure 53).



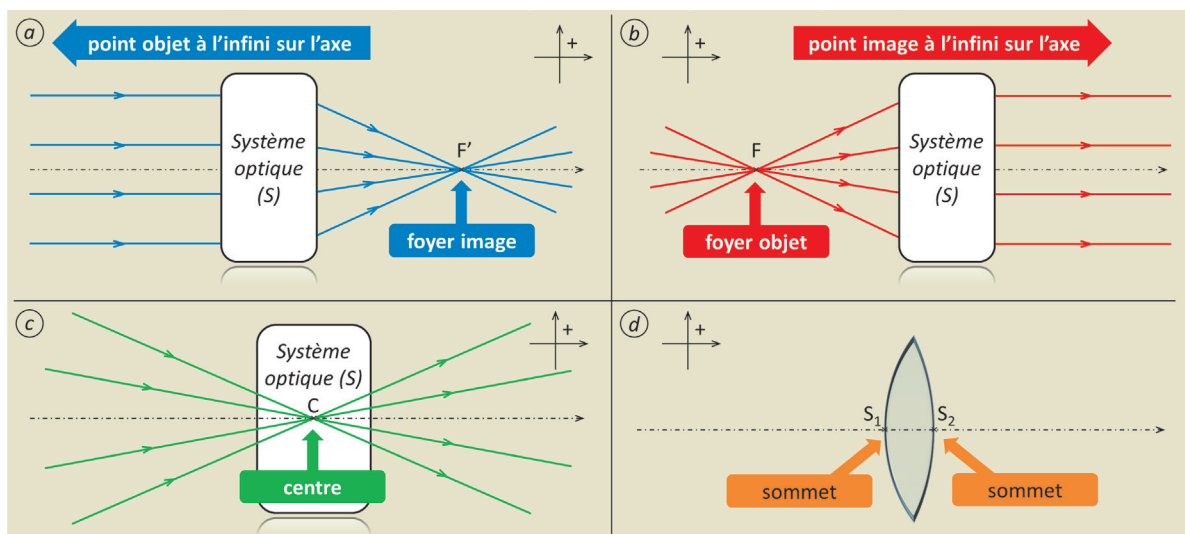
Les relations de conjugaison et de grandissement contiennent toute l'information sur le fonctionnement du système optique (à l'exception bien sûr de celles portant sur l'intensité du flux lumineux ou sur le caractère ondulatoire de la lumière, que nous avons exclu du champ de notre étude). Elles font appel à plusieurs points remarquables du système optique, dont les définitions sont générales (figure 54).

Définition des foyers, du centre et des sommets d'un système optique

Un système optique possède plusieurs points remarquables liés à sa géométrie :

- Le **foyer image** F' d'un système est le conjugué d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique.
- Le **foyer objet** F d'un système est le conjugué d'un point image situé à l'infini sur l'axe optique.
- Le **centre** O ou C d'un système est un point que les rayons lumineux traversent sans être déviés.
- Les **sommets** S_i d'un système sont les points d'intersection entre les dioptries qui constituent le système et l'axe optique.

Selon les systèmes envisagés (miroirs, dioptries ou lentilles), certains de ces points sont confondus et tous ne sont pas utilisés. Plusieurs jeux de relations de conjugaison et de grandissement peuvent être exprimés, selon les points caractéristiques retenus pour repérer les points objets et images.



4. MIROIR ET DIOPTRE PLANS

Au quotidien, les systèmes optiques les plus simples auxquels nous soyons confrontés sont les miroirs et dioptries plans : la surface d'un lac, la vitre d'une fenêtre ou d'un aquarium en sont des exemples.

4.1. Stigmatisme et aplanétisme rigoureux du miroir plan

Lorsque nous nous observons dans un miroir plan, l'image qui nous apparaît semble exempte de défaut. C'est effectivement le cas : chaque point de l'objet donne dans le miroir un point image parfaitement défini et le reflet ne présente pas d'effet de flou.

Pour établir le stigmatisme du miroir plan, nous devons vérifier que tous les rayons issus d'un point objet A passent, après réflexion sur le miroir, par un même point image A' (figure 55). Remarquons que le rayon lumineux issu de A qui arrive perpendiculairement au miroir repart, après s'être réfléchi au sommet S, sur ses traces. Le point image A' doit ainsi se trouver sur la droite AS perpendiculaire au miroir. En examinant un autre rayon, qui frappe le miroir au point I, nous constatons que le triangle AIA' est isocèle. Ainsi :

$$\overline{AS} + \overline{SA'} = 0$$

Cette relation, qui permet de localiser le point image A' à partir du point objet A, constitue la relation de conjugaison du dioptre plan. Le point I n'intervient pas dans cette expression, ce qui revient à dire que la position du point A' est indépendante du rayon lumineux considéré. Nous établissons ainsi le stigmatisme du miroir plan. En modélisant un objet étendu à l'aide d'un second point B situé à égale distance du miroir, nous pouvons réutiliser la formule de conjugaison. L'image A'B' est le symétrique de AB par rapport au plan du miroir et elle possède donc la même taille. Le grandissement du miroir plan vaut un (figure 56).

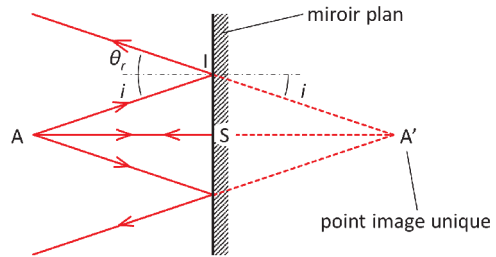


Fig 55. Le miroir plan est stigmatique. Par construction, tous les rayons lumineux issus de A qui l'atteignent semblent, après réflexion, provenir d'un unique point image A'.

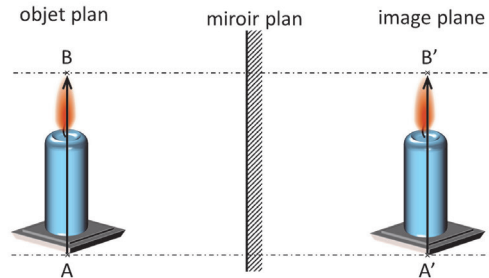


Fig 56. La même relation de conjugaison s'applique indifféremment aux points A et B : le grandissement du miroir plan est unitaire.

Relations caractéristiques d'un miroir plan

- Relation de conjugaison : $\overline{AS} + \overline{SA'} = 0$
- Relation de grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$

4.2. Stigmatisme et aplanétisme approchés du dioptre plan

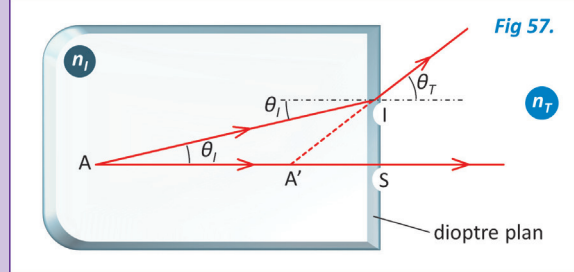
Examinons à présent un dioptre plan, dont une vitre d'aquarium est un exemple. Ce système n'est plus rigoureusement stigmatique et la démonstration de ses relations caractéristiques approchées (conjugaison et grandissement) fait l'objet d'un exercice classique.

Exercice 3 Stigmatisme approché du dioptre plan

Un dioptre plan sépare un milieu d'indice n_i d'un milieu d'indice n_t . Les rayons issus d'un point A situé dans le milieu d'incidence forment après traversée du dioptre une image A' comme l'indique la figure 57.

On trace un rayon perpendiculaire au dioptré qui rencontre celui-ci au sommet S et un second rayon quelconque qui atteint le dioptré en I.

1. Exprimer la mesure algébrique de la position $\overline{SA'}$ de l'image en fonction de celle $\overline{SA}$ de l'objet et des angles θ_i et θ_r mesurés depuis la normale au dioptré.
2. Montrer que la loi de la réfraction ne permet pas d'exprimer la relation de conjugaison indépendamment du point I. Le stigmatisme est-il rigoureux ?
3. Montrer qu'une relation de conjugaison approchée peut tout de même être écrite. Préciser les conditions de l'approximation.
4. Établir la relation de grandissement.



1. Pour établir la relation qui permet de localiser A' à partir de A, examinons les triangles rectangles ASI et A'SI. Dans ces triangles, d'angles au sommet respectifs θ_i et θ_r , nous avons :

$$\tan \theta_i = \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}} \quad \text{et} \quad \tan \theta_r = \frac{\overline{SI}}{\overline{A'S}}$$

La relation de conjugaison du dioptré doit être indépendante du rayon lumineux choisi pour l'établir, c'est-à-dire ne pas faire intervenir le point I. Nous pouvons éliminer ce dernier des deux expressions précédentes en écrivant :

$$\overline{SA'} = \left(\frac{\tan \theta_i}{\tan \theta_r} \right) \overline{SA}$$

2. Ce résultat ne constitue pas une relation de conjugaison satisfaisante : les angles θ_i et θ_r dépendent en effet du point d'incidence, c'est-à-dire du rayon lumineux choisi. D'après la loi de la réfraction, le rapport des sinus des angles θ_i et θ_r est constant, de sorte que le rapport des tangentes ne peut pas l'être :

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_r}{n_i} = cste \Rightarrow \frac{\tan \theta_i}{\tan \theta_r} \neq cste$$

Deux rayons lumineux différents issus du point A conduisent ainsi à un rapport des tangentes différent, donc à deux positions distinctes du point A'. Le dioptré plan n'est pas un système stigmatique. En dessinant plusieurs rayons issus de A, nous vérifions que ceux-ci ne passent pas par un point unique après réfraction (figure 58).

3. L'absence de stigmatisme du dioptré plan est étonnant : lorsque nous regardons un poisson à travers la vitre d'un aquarium, perpendiculairement à celle-ci, l'image apparaît nette. Le dioptré formé par la vitre qui sépare l'eau de l'air semble donc stigmatique. En réalité, cette propriété n'est vérifiée qu'au prix d'une approximation. Nous pouvons l'établir en supposant les angles θ_i et θ_r faibles, ce qui permet d'assimiler leurs sinus à leurs tangentes.

$$\begin{cases} \sin \theta_i \approx \tan \theta_i \\ \sin \theta_r \approx \tan \theta_r \end{cases} \Rightarrow \overline{SA'} \approx \left(\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \right) \overline{SA}$$

$$\Rightarrow \overline{SA'} \approx \left(\frac{n_r}{n_i} \right) \overline{SA}$$

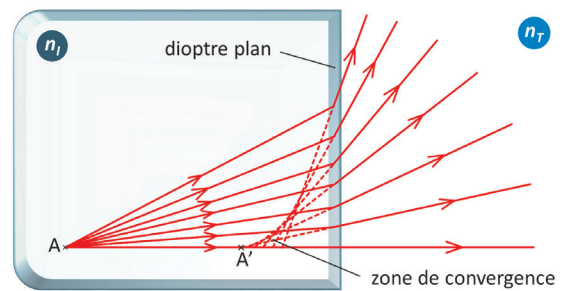


Fig 58. Le stigmatisme du dioptré plan n'est pas rigoureux : les rayons issus de l'objet A ne divergent pas d'un point A' unique après l'avoir traversé.

La relation de conjugaison du dioptre plan est une relation approximative, valable pour des rayons lumineux peu inclinés par rapport à la normale du dioptre, c'est-à-dire dans les conditions de Gauss. Le stigmatisme n'est qu'approché.

? En regardant un poisson dans un aquarium en incidence rasante (en rapprochant ses yeux de la vitre et en observant dans une direction pratiquement parallèle à celle-ci), nous ressentons une altération de l'image. C'est une manifestation de l'absence de stigmatisme du dioptre plan qui n'est plus utilisé dans les conditions de Gauss.

4. Les arguments qui ont permis d'établir la relation de grandissement du miroir plan s'appliquent aussi au dioptre plan, dont le grandissement est aussi unitaire.

Relations caractéristiques d'un dioptre plan

• Relation de conjugaison : $\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \approx \frac{n_r}{n_i}$

• Relation de grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$

5. LENTILLES MINCES

Une lentille est un milieu transparent délimité par deux dioptres ; elle permet de conjuguer deux points en exploitant le phénomène de réfraction. L'indice de réfraction d'un verre dépend en général de la longueur d'onde de la lumière, de sorte que les lentilles ne sont pas des systèmes achromatiques. Comme dans le cas des miroirs, les contraintes techniques liées au polissage des surfaces optiques font que la plupart des lentilles sont conçues à partir de dioptres sphériques.

5.1. Définition et principe

Une **lentille sphérique** est un morceau de verre optique délimité par deux calottes de sphère (figure 59). Les centres de ces sphères, que nous noterons O_1 et O_2 , définissent l'axe optique de la lentille. L'axe optique coupe les deux dioptres aux sommets S_1 et S_2 de la lentille. Précisons que les centres O_1 et O_2 ne sont pas nécessairement placés de part et d'autre de la lentille : ils peuvent se situer du même côté, voire à l'infini. Dans ce dernier cas, le dioptre dont le centre est situé à l'infini est plan. Une lentille est dite mince si son épaisseur est très faible devant les rayons des deux calottes sphériques d'une part, et devant la distance entre les deux centres d'autre part. Avec les notations ci-dessus, cette condition s'écrit :

$$|\overline{S_1 S_2}| \ll \{|\overline{O_1 S_1}| ; |\overline{O_2 S_2}| ; |\overline{O_1 O_2}|\}$$

D'après cette définition, les profils de la figure 60 ne correspondent pas à des lentilles minces. La lentille en forme de lune n'est pas mince car les centres des deux dioptres sont trop rapprochés.

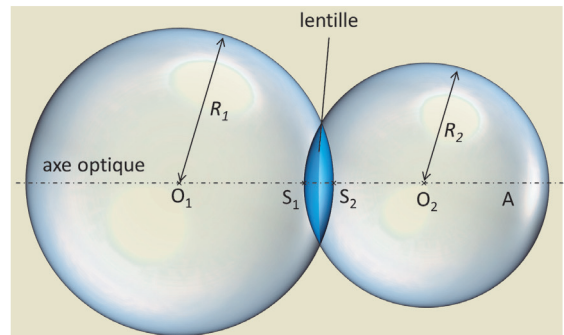


Fig 59. Une **lentille sphérique** est un matériau transparent et homogène délimité par **deux dioptres sphériques**.

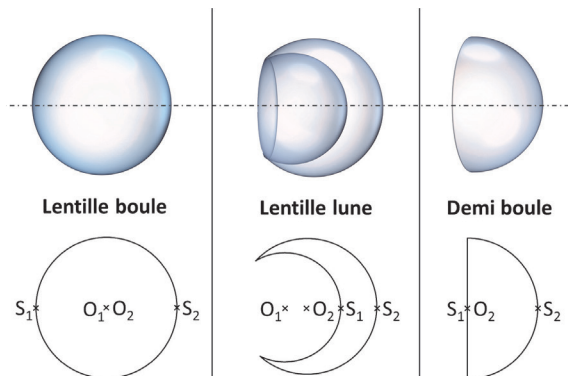


Fig 60. Trois lentilles sphériques **non minces**.

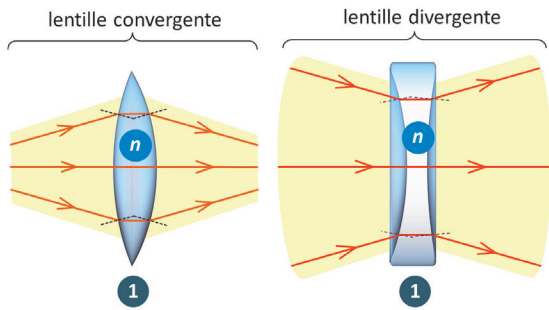


Fig 61. Les lentilles convexes sont convergentes tandis que les lentilles concaves sont divergentes.

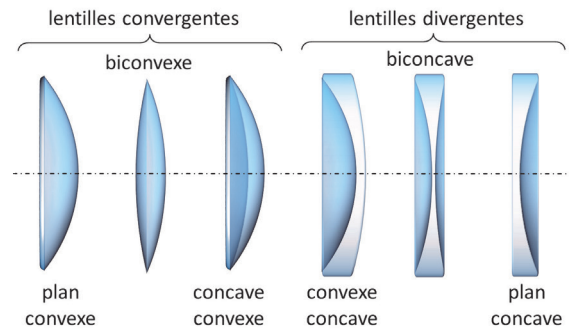


Fig 62. Quelques exemples de lentilles sphériques minces.

Nous ne nous intéresserons dans la suite qu'à des lentilles minces, cette hypothèse étant nécessaire pour assurer leur stigmatisme approché. Nous pouvons facilement vérifier que les **lentilles à bords minces sont convergentes**, tandis que les lentilles à **bords épais sont divergentes**. Il faut pour cela se souvenir qu'un rayon qui pénètre dans un milieu plus réfringent se rapproche de la normale (figure 61). Les différents profils que peut présenter une lentille mince sont présentés sur la figure 62.

+ Le fonctionnement des lentilles est naturellement interprétable dans le cadre du modèle ondulatoire de la lumière, comme le sont les lois de la réflexion et de la réfraction. La figure 63 montre la transformation subie par le front d'onde lors de la traversée de la lentille : l'onde sphérique divergente émise par le point objet A est ainsi transformée en onde sphérique convergente, en direction de A'.

PCSI

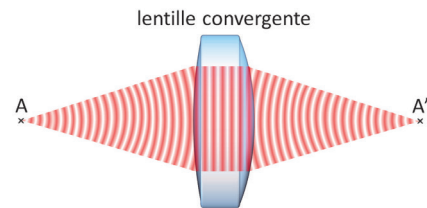


Fig 63. Le modèle ondulatoire de la lumière explique la conjugaison de deux points par une lentille.

5.2. Lentilles minces dans les conditions de Gauss

En combinant les lois de la réfraction et la géométrie du dioptré sphérique, il est possible d'établir une relation de conjugaison approchée pour ce dernier, comme nous l'avons fait pour le dioptré plan.

Utilisée dans les conditions de Gauss, une **lentille mince**, formée par l'association de deux dioptrés, admet une **relation de conjugaison approchée**. Nous n'allons pas développer la démarche qui aboutit à cette relation de conjugaison et nous admettrons le stigmatisme approché des lentilles sphériques minces. Lorsqu'une lentille travaille dans les conditions de Gauss, seule sa partie centrale est utilisée. Nous la représentons alors par une **flèche à double tête** (rentrante ou sortante selon sa nature), en dilatant sa partie centrale (figure 64).

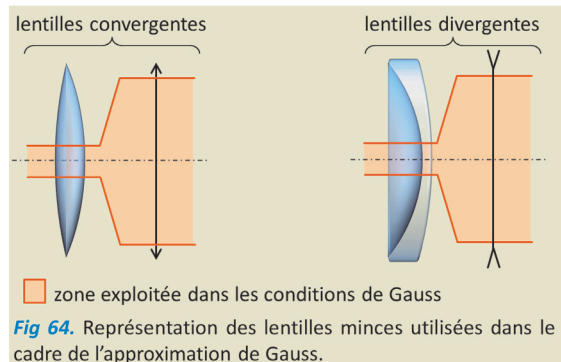


Fig 64. Représentation des lentilles minces utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss.

Dans ces conditions, la lentille sphérique mince est caractérisée par trois points particuliers, tous trois situés sur l'axe optique. Les sommets des dioptrés sont pratiquement confondus au point O, qui est le centre de la lentille. De part et d'autre du centre se trouvent les foyers objet F et image F'.

- Le **foyer image F'** est le **conjugué d'un objet situé à l'infini sur l'axe optique**. Il est situé après la lentille lorsque celle-ci est convergente (figure 65.a) et avant la lentille dans le cas contraire (figure 65.b).

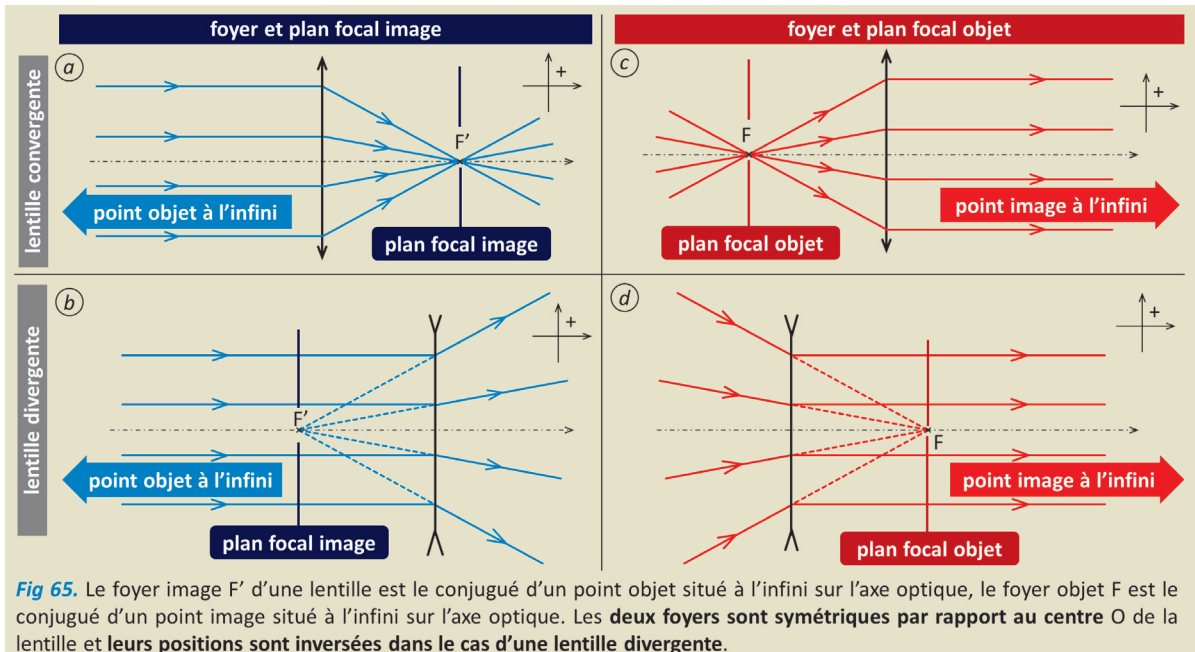


Fig 65. Le foyer image F' d'une lentille est le conjugué d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique, le foyer objet F est le conjugué d'un point image situé à l'infini sur l'axe optique. Les **deux foyers** sont **symétriques par rapport au centre O** de la lentille et **leurs positions sont inversées dans le cas d'une lentille divergente**.

- Le plan perpendiculaire à l'axe optique qui contient le foyer image est appelé **plan focal image**. Un objet ponctuel situé à l'infini hors de l'axe forme son image dans ce plan.
- Le **foyer objet F** est le conjugué d'une **image située à l'infini sur l'axe optique**. Nous admettrons qu'il est le symétrique du foyer image par le centre de la lentille (figure 65.c et 65.d).
- Là encore, le plan perpendiculaire à l'axe optique qui contient le foyer objet est appelé **plan focal objet**. Un objet ponctuel situé dans ce plan en un point autre que F forme un point image à l'infini et désaxé.

Nous appellerons **distance focale** la distance f' qui sépare le centre O du foyer image F' . La **vergence** v de la lentille, exprimée en dioptrie δ ou m^{-1} correspond à l'inverse de la distance focale.

$$f' = \overline{OF'} = \frac{1}{v}$$

Modèle des lentilles sphériques minces

- Utilisées dans les conditions de Gauss, les **lentilles minces sont supposées stigmatiques et aplanétiques**. Elles sont représentées par une flèche à double pointe dont l'extrémité diffère selon que la lentille est convergente ou divergente.
- Une lentille mince admet un **foyer objet F** et un **foyer image F'** conjugués avec l'infini et situés de part et d'autre de son centre O . On appelle **distance focale** la mesure algébrique $f' = \overline{OF'}$ de la distance séparant le centre du foyer image ; et **vergence** v l'inverse de cette grandeur. Ces grandeurs sont positives pour une lentille convergente et négatives pour une lentille divergente.

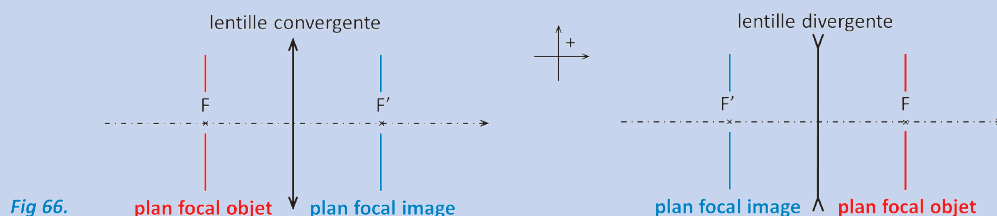


Fig 66.

5.3. Constructions géométriques

La construction de l'image d'un point B situé hors de l'axe nécessite l'utilisation de deux rayons parmi trois rayons particuliers (figure 67).

- Le rayon issu de B qui passe au **centre O** de la lentille **n'est pas dévié**.
- Le rayon issu de B qui passe au **foyer objet F** **ressort parallèle à l'axe optique**.
- Le rayon issu de B qui est **parallèle à l'axe optique** passe au **foyer image F'**.

À l'intersection de ces trois rayons se trouve l'image B' du point B. Nous obtiendrons l'image A' d'un point A par projection de B et B' sur l'axe optique.



Nous disposons de trois rayons de construction alors que deux suffisent à localiser graphiquement la position de l'image. Le troisième rayon permet donc de valider la construction.

Selon la position et la nature de l'objet et celle de la lentille, la construction de l'image peut nécessiter le prolongement de certains rayons lumineux. C'est le cas de l'image virtuelle formée par une lentille divergente à partir d'un objet réel (figure 68). Il faut garder à l'esprit que les rayons de construction ne sont que trois rayons particuliers parmi ceux qui appartiennent au faisceau issu de B (figure 69.a). Dans de nombreux cas, le respect des conditions de Gauss impose au faisceau lumineux de traverser un diaphragme. **Les rayons de construction permettent de localiser l'image, mais ne correspondent pas à un trajet effectivement suivi par la lumière** (figure 69.b).

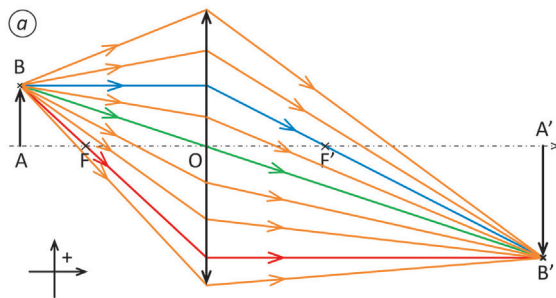


Fig 69. Le faisceau lumineux qui traverse la lentille est constitué d'une infinité de rayons, parmi lesquels peuvent ou non se trouver les trois rayons de construction.

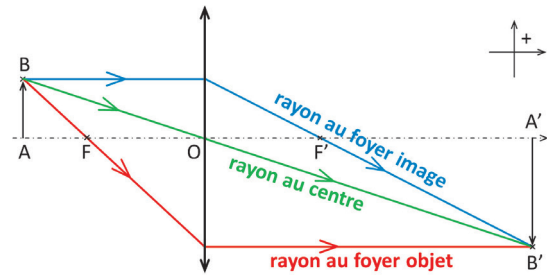


Fig 67. La construction graphique de l'image B' d'un point B par une lentille fait appel à trois rayons remarquables. Ces trois rayons existent quelle que soit la nature (convergente ou divergente) de la lentille et quelle que soit la nature (réelle ou virtuelle) de l'objet.

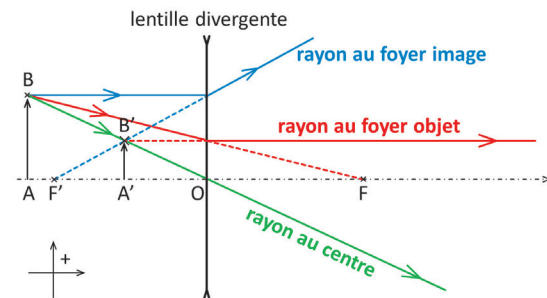
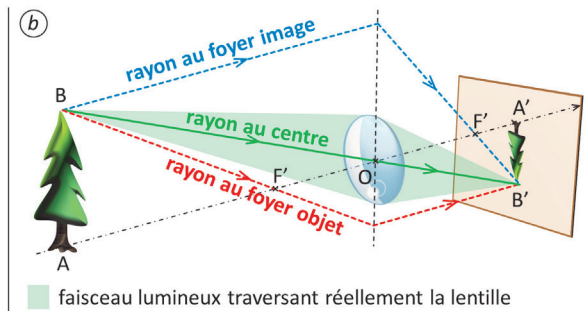


Fig 68. Construction graphique de l'image B' d'un point B par une **lentille divergente**. Les trois rayons de construction sont les mêmes que pour la lentille convergente, mais les foyers objets et images sont inversés.



5.4. Relations de conjugaison et de grandissement

Une fois admis le stigmatisme et les points particuliers des lentilles minces, nous pouvons démontrer les relations de conjugaison et de grandissement à partir d'une construction graphique.

• RELATIONS AVEC ORIGINE AUX FOYERS

Pour les besoins de la démonstration, traçons les deux rayons de construction aux foyers et faisons apparaître deux points I et J (figure 70). Appliquons ensuite le théorème de Thalès aux triangles FAB et FOJ. Nous obtenons une première expression du grandissement.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{JO}}{\overline{FO}} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{FO}}, \text{ soit : } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{OF}}{\overline{FA}}$$

Le même calcul est possible dans les triangles F'OI et F'A'B', et conduit à une seconde expression du grandissement.

$$\frac{\overline{B'A'}}{\overline{F'A'}} = \frac{\overline{OI}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}, \text{ soit : } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$$

En confrontant ces deux expressions, nous aboutissons à la relation de conjugaison.

$$\frac{\overline{OF}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}, \text{ puis : } \boxed{\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -\overline{OF}^2}$$

L'expression obtenue permet en effet de déterminer la position du point image A' à partir de la position du point objet A et des points particuliers de la lentille. Une fois l'image A' sur l'axe localisée, l'une des deux expressions du grandissement permet de localiser l'image B' d'un point désaxé. Ces relations sont appelées formules de Newton et dites « aux foyers » car toutes les mesures algébriques sont mesurées à partir du point F ou du point F'. On utilise $\overline{FO}^2 = \overline{OF}^2$ pour exprimer chaque mesure algébrique depuis un foyer.

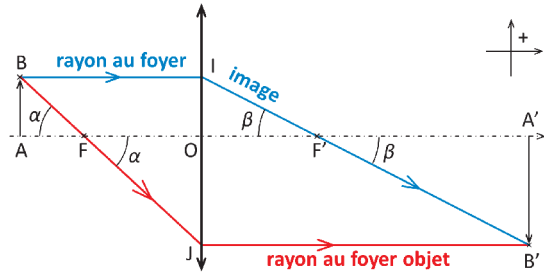


Fig 70. La relation de conjugaison d'une lentille se déduit des deux rayons de construction aux foyers.

Relations caractéristiques d'une lentille mince (origine aux foyers)

• Relation de conjugaison : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -\overline{FO}^2$

• Relation de grandissement : $\gamma = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$

• RELATIONS AVEC ORIGINE AU CENTRE

Nous pouvons établir un autre jeu de relations, équivalentes aux précédentes mais formulées à partir du centre O de la lentille. Pour établir la relation de conjugaison au centre, faisons apparaître ce point dans la relation de conjugaison précédente, puis développons l'expression :

$$\begin{aligned} \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -\overline{OF}^2 &\Rightarrow \overbrace{(\overline{FO} + \overline{OA})(\overline{F'O} + \overline{OA'})}^{\text{nul car } \overline{FO} \cdot \overline{F'O} = -\overline{OF}^2} = -\overline{OF}^2 \\ &\quad \overline{FO} \cdot \overline{F'O} + \overline{FO} \cdot \overline{OA'} + \overline{OA} \cdot \overline{F'O} + \overline{OA} \cdot \overline{OA'} = -\overline{OF}^2 \\ &\quad \overline{FO} \cdot \overline{OA'} + \overline{OA} \cdot \overline{F'O} + \overline{OA} \cdot \overline{OA'} = 0 \end{aligned}$$

Divisons l'expression par $\overline{OA} \cdot \overline{OA'} \cdot \overline{OF'}$ pour obtenir la relation de conjugaison avec origine au centre :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}}$$

La relation de grandissement associée résulte du théorème de Thalès dans les triangles OAB et OA'B'.

$$\tan \delta = \frac{\overline{AB}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{OA'}} \Rightarrow \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$$

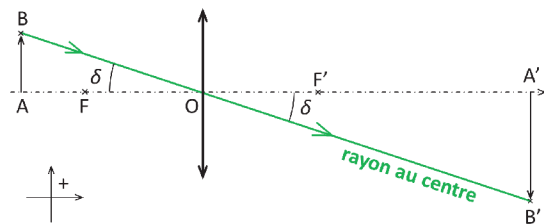


Fig 71. La relation de grandissement d'une lentille se déduit du troisième rayon de construction (au centre).

Relations caractéristiques d'une lentille mince (origine au centre)

• Relation de conjugaison : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$

• Relation de grandissement : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Appliquons les règles de construction et les relations caractéristiques des lentilles minces à un exemple simple.

Exercice 4 Formation d'une image par une loupe

Une lentille convergente de focale $f' = 5,0$ cm est utilisée pour observer un objet étendu mesurant 1,0 cm. La loupe est tenue à une distance de 3,0 cm de l'objet.

1. Faire une construction à l'échelle du trajet des rayons lumineux. Déterminer graphiquement la position de l'image, sa taille et sa nature (réelle ou virtuelle, agrandie ou rétrécie, droite ou renversée).
2. Retrouver ces résultats par le calcul et vérifier la cohérence des deux approches.

1. Après avoir représenté la lentille, ses éléments (centre et foyer) et l'objet, traçons le rayon au centre issu de B et passant par O, en vert, qui n'est pas dévié. Le rayon au foyer image, en bleu, quitte le point B parallèlement à l'axe optique puis se dirige, après traversée de la lentille, vers le foyer image F' . Le rayon au foyer objet, en rouge, est un peu plus délicat à tracer car le foyer F est placé avant le point B. Nous devons donc prolonger le segment FB en direction de la lentille, puis poursuivre le rayon parallèlement à l'axe optique après traversée de la lentille (figure 72).

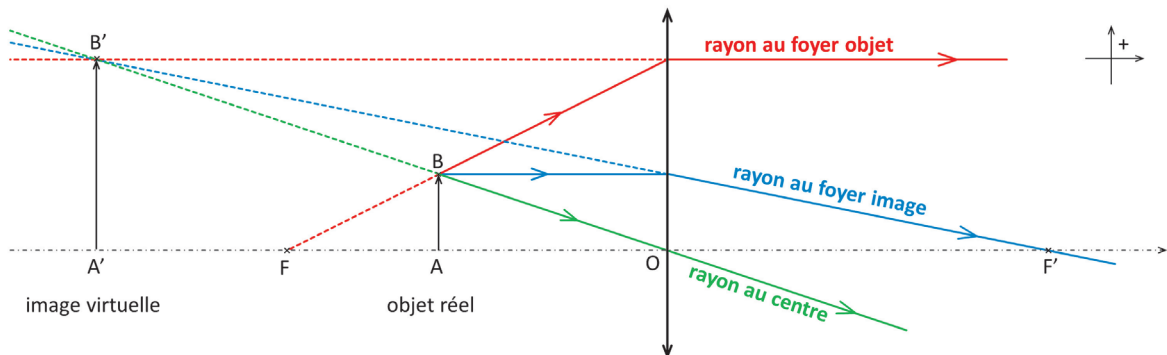


Fig 72. Une loupe donne d'un objet réel une image virtuelle agrandie située devant l'objet

Le faisceau obtenu est divergent : l'image est donc placée en prolongeant les trois rayons, qui se coupent bien en un point unique. L'image est située en amont de l'objet et la lumière n'y passe pas véritablement : elle est virtuelle et les rayons qui émergent de la lentille semblent en provenir.

2. La position de l'objet étant définie à partir du centre O de la lentille, nous utilisons la relation de conjugaison avec origine au centre.

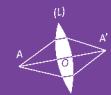
$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} \Rightarrow \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} + \frac{1}{OA} = \frac{\overline{OA} + \overline{OF'}}{\overline{OF'} \cdot \overline{OA}} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OF'} + \overline{OA}}$$

$$\overline{OA'} = \frac{(-3) \cdot 5}{5 + (-3)} = -7,5 \text{ cm}$$

L'image est située en amont l'objet, plus éloignée de l'œil que l'objet. Le grandissement vaut :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{-7,5}{-3} = 2,5$$

L'image est droite car le grandissement est positif et agrandie car il est supérieur à un. La taille de l'image est $A'B' = \gamma \cdot AB = 2,5 \times 1 = 2,5$ cm. Ces résultats corroborent la construction graphique.



1. LUMIÈRE ET SOURCES LUMINEUSES

- La lumière est un rayonnement électromagnétique perceptible par l'œil humain, dont la longueur d'onde est comprise entre 400 et 750 nanomètres. On distingue trois types de sources lumineuses primaires :
 - Les sources **thermiques** émettent un spectre large dont la fréquence centrale dépend de la température. L'émission est liée aux mouvements d'agitation des particules chargées microscopiques.
 - Les sources **spectrales** émettent un spectre de raies caractéristiques de l'atome ou de la molécule qui les engendre. L'émission est liée aux transitions électroniques spontanées au sein de l'atome.
 - Les sources **laser** émettent un spectre de raies, chaque raie présentant une largeur spectrale beaucoup plus faible que pour l'émission spontanée. L'émission est liée aux transitions électroniques stimulées par le rayonnement qui baigne la cavité laser.
- Le **spectre d'émission** d'une source lumineuse est la courbe donnant la répartition en longueur d'onde (ou en fréquence) de l'énergie transportée par le rayonnement.
- Une **source monochromatique** idéale émet un signal parfaitement sinusoïdal. Une source réelle est toujours une superposition de sources monochromatiques idéales.

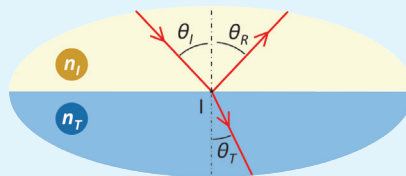
2. MODÈLE GÉOMÉTRIQUE DE LA LUMIÈRE

- Le **modèle géométrique** de la lumière repose sur la notion de rayons lumineux indépendants matérialisant la trajectoire de l'énergie lumineuse. Les intensités de deux rayons qui se superposent s'additionnent. Ce modèle est applicable lorsque le milieu de propagation de la lumière ne varie que sur des distances très supérieures à la longueur d'onde.
 - Dans le **vide**, ces rayons se propagent rectilignement à une vitesse $c_0 = 299.792.458$ m/s indépendante de leur couleur. Ils conservent leurs intensités.
 - Dans un **milieu matériel homogène**, les rayons sont rectilignes ; la lumière se propage à une vitesse c inférieure à c_0 et son intensité décroît au fur et à mesure de sa propagation. Le rapport n de ces deux vitesses est appelé indice de réfraction et dépend de la longueur d'onde :

$$n(\lambda) = \frac{c_0}{c(\lambda)}$$

- Un **dioptre** est une surface de séparation entre deux milieux transparents. A la traversée d'un dioptre, un rayon lumineux incident donne naissance à deux rayons dont les directions vérifient les **lois de Descartes** :

- Les rayons réfléchis et transmis sont situés dans le **plan d'incidence** contenant la normale au dioptre et le rayon incident.
- Loi de la réflexion : $\theta_R = \theta_I$
- Loi de la réfraction : $n_T \sin(\theta_T) = n_I \sin(\theta_I)$



- Un rayon lumineux se propageant dans un milieu d'indice n_I ne peut accéder à un milieu moins réfringent d'indice $n_T < n_I$ que s'il aborde le dioptre avec un angle d'incidence inférieur à l'**angle limite** θ_{LIM} défini par :

$$\theta_{LIM} = \arcsin\left(\frac{n_T}{n_I}\right)$$

- Le **principe du retour inverse** de la lumière indique que si un point A éclaire un point B, une source de lumière placée en B éclairerait le point A. La répartition des flux lumineux diffère selon le sens de parcours.

3. FORMATION D'IMAGE EN OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

- Une **source étendue** est constituée d'un ensemble de points objets. Chaque point objet émet son propre faisceau lumineux.

- Un système optique (S) assure la **conjugaison** de chaque point objet A de l'espace avec un point image A'. Pour cela, il modifie la direction de propagation des rayons du faisceau lumineux issu de A de façon à ce qu'ils se croisent en A' après traversée du système. Le système est qualifié de :
 - **stigmatique** s'il donne de tout point objet A un point image A' unique. Les points A et A' sont alors rigoureusement conjugués par le système optique.
 - **aplanétique** s'il forme de tout objet étendu situé dans un plan perpendiculaire à l'axe optique une image plane perpendiculaire à l'axe optique.
 - **achromatique** s'il donne d'un point objet A une image A' dont la position est indépendante de la couleur du point A.
- Un point objet ou un point image est qualifié de :
 - **réel** si le faisceau y passe effectivement.
 - **virtuel** s'il faut prolonger le parcours réel du faisceau lumineux pour l'obtenir.
 - **à l'infini** si les rayons qui le définissent forment un faisceau parallèle.
- Un objet situé à l'infini est **étendu** lorsque l'angle θ formé par les rayons issus de deux de ses points périphériques est supérieur au pouvoir séparateur de l'œil. L'angle θ est le **diamètre angulaire** de l'objet étendu situé à l'infini, et caractérise sa taille apparente.
- Un système optique travaille dans les **conditions de Gauss** et réalise un stigmatisme approché si les seuls rayons qui le traversent sont peu inclinés sur l'axe optique et peu éloignés du centre optique. Il est alors caractérisé par une **relation de conjugaison** permettant de localiser l'image d'un point A situé sur l'axe optique et une **relation de grandissement** permettant de localiser un point B situé hors de l'axe optique.

4. MIROIR ET DIOPTRE PLANS

- Un miroir plan est rigoureusement stigmatique et aplanétique et vérifie les relations :

Relation de conjugaison : $\overline{AS} + \overline{SA'} = 0$	Relation de grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$
--	--

- Un dioptre plan est approximativement stigmatique et aplanétique et vérifie les relations :

Relation de conjugaison : $\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n_r}{n_i}$	Relation de grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$
--	--

5. LENTILLES MINCES

- Une **lentille sphérique** est un morceau de verre optique délimité par deux calottes de sphères. Utilisée dans les conditions de Gauss, elle est approximativement stigmatique et aplanétique et admet un foyer objet F et un foyer image F' conjugués avec l'infini et situés de part et d'autre de son centre O.
- La **distance focale** est la mesure algébrique de $f' = \overline{OF'}$. La **vergence** v est l'inverse de cette grandeur. Ces grandeurs sont positives pour une lentille convergente et négatives pour une lentille divergente.
- Les lentilles minces vérifient deux jeux équivalents de relations caractéristiques :

- Relations aux foyers.	Conjugaison : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -\overline{FO}^2$	Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{F'A}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$
- Relations au centre.	Conjugaison : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$	Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

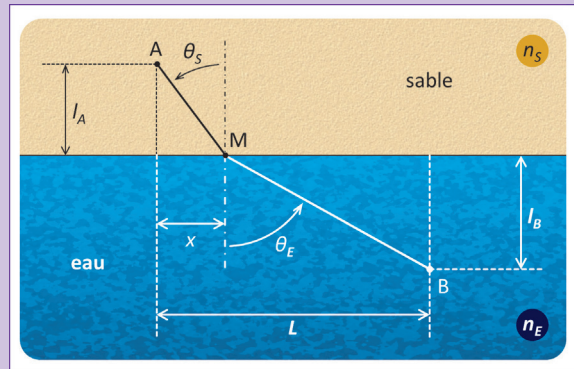
- La **construction graphique** de l'image formée par une lentille utilise le tracé de trois rayons remarquables issus d'un point B situé hors de l'axe optique :
 - Le rayon issu de B qui passe **au centre O** de la lentille n'est **pas dévié**.
 - Le rayon issu de B qui passe au **foyer objet F** ressort **parallèle à l'axe optique**.
 - Le rayon issu de B qui est **parallèle à l'axe optique** passe au **foyer image F'**.

Les applications

Exercice 5 Panique à Coconuts-les-Flots !

Vous avez accepté un poste de maître-nageur sauveteur à Coconuts-les-Flots. Votre première journée touche à sa fin lorsque vous apercevez un plaisancier en détresse. Vous évaluez rapidement la situation : vous occupez le point A situé à une distance l_A de la mer, tandis que le plaisancier se trouve au point B situé à une distance l_B de la plage. Les projetés orthogonaux des points A et B sur le bord de la mer sont distants de L . Sur piste, votre vitesse de pointe est v_0 . Sur le sable, cette vitesse est divisée par un facteur n_s supérieur à un, tandis que dans l'eau elle est divisée par un facteur n_E supérieur à n_s .

1. Le chemin le plus court est-il le plus rapide ?
2. Exprimez la durée t du trajet en fonction de l'abscisse x , mesurée le long du bord de la mer depuis le projeté de A, du point M auquel vous choisissez d'entrer dans l'eau.
3. Déterminez l'équation vérifiée par x lorsque la durée de parcours est minimale.
4. Exprimez la condition qui minimise la durée de parcours en fonction des angles θ_s et θ_E définis sur le schéma précédent. (La configuration dessinée ci-contre est quelconque et ne la respecte pas).



A Cet exercice, à première vue décorrélé du cours d'optique, s'y rattache cependant par différents points : la géométrie de la figure évoque la réfraction d'un rayon lumineux à travers un dioptre plan tandis que les facteurs donnant la vitesse de course sur un type de sol évoquent l'indice de réfraction d'un milieu.

1. La ligne droite, qui est le trajet le plus court entre deux points, est aussi le trajet le plus rapide lorsqu'elle est parcourue à vitesse constante. Dans ce problème, la seconde partie du parcours est effectuée plus lentement : il peut donc être intéressant de rallonger le trajet sur le sable afin de diminuer le trajet dans l'eau.
2. La durée de chaque étape de la course s'obtient en divisant la distance à parcourir par la vitesse :

$$t = \frac{AM}{v_s} + \frac{MB}{v_E}, \text{ soit : } t = \frac{n_s \sqrt{l_A^2 + x^2} + n_E \sqrt{l_B^2 + (L-x)^2}}{v_0}$$

Nous vérifions alors que l'expression de t tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $-\infty$ ou $+\infty$, ce qui confirme que la condition précédente définit un minimum.

3. Pour rendre minimale la durée de parcours, cherchons un minimum de la fonction $t(x)$. Il faut pour cela déterminer la ou les valeurs x_{EXT} qui annulent la dérivée de cette fonction.

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n_s x}{v_0 \sqrt{l_A^2 + x^2}} + \frac{n_E (x-L)}{v_0 \sqrt{l_B^2 + (L-x)^2}} \quad \text{et} \quad \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x_{EXT}} = 0$$

4. À partir de cette expression, comment isoler x_{EXT} ? Il faudrait pour cela rechercher les racines d'un polynôme de degré quatre, ce que nous ne savons pas faire analytiquement. Reformulons plutôt la condition en fonction des sinus des angles θ_s et θ_E .

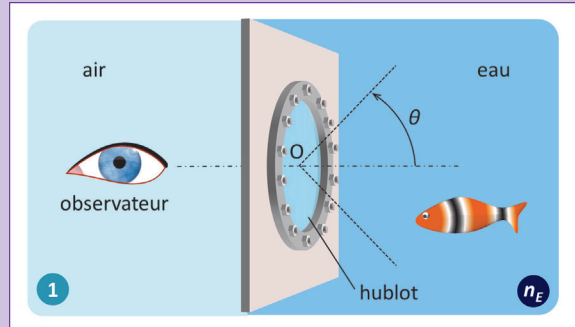
$$n_s \frac{x_{EXT}}{\sqrt{l_A^2 + x_{EXT}^2}} = n_E \frac{(L-x_{EXT})}{\sqrt{l_B^2 + (L-x_{EXT})^2}} \Rightarrow n_s \sin \theta_s = n_E \sin \theta_E$$

S Cette expression est analogue à la loi de la réfraction admise en optique géométrique. En transposant ce résultat au cas de la réfraction, nous constatons que la lumière emprunte, parmi tous les chemins que nous pourrions potentiellement envisager, celui qui minimise le temps de parcours entre les points A et B. Il s'agit là d'un principe variationnel qui se retrouve dans de nombreux autres domaines physiques.

Exercice 6 Observation depuis un sous-marin

Un explorateur observe un poisson à travers le hublot d'un sous-marin. L'indice de réfraction de l'air contenu dans le sous-marin est pris égal à 1,00, celui de l'eau de mer à 1,33. On assimilera le hublot à un dioptre unique séparant l'eau et l'air.

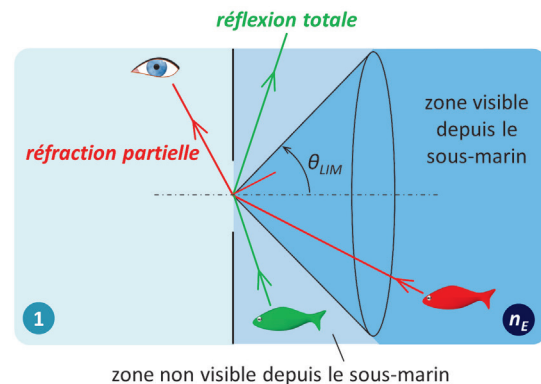
1. Calculer le champ angulaire 2θ visible depuis l'intérieur du sous-marin ? Le poisson peut-il s'approcher du hublot sans être vu ?
2. Que vaut le champ angulaire $2\theta'$ visible depuis la mer ? L'observateur peut-il se cacher du poisson ?
3. Ces résultats sont-ils conformes au principe du retour inverse de la lumière ? Le poisson s'approche du hublot en longeant la paroi du sous-marin. Que voit-il dans le hublot ?



A Une question portant sur la possibilité, pour un observateur, de voir un objet à travers un dioptre fait généralement implicitement référence à la notion d'angle limite. La question réciproque « l'observateur est-il visible depuis l'objet ? » évoque le principe du retour inverse de la lumière.

1. Un rayon qui passe de l'eau à l'air accède à un milieu moins réfringent : si son angle d'incidence est inférieur à l'angle limite, il subit une réfraction et s'écarte de la normale ; dans le cas contraire, il subit une réflexion totale. Ainsi, seuls les rayons compris dans un cône d'angle au sommet θ_{LIM} (en rouge) peuvent traverser le hublot : les objets situés hors de ce cône ne sont pas visibles (en vert) depuis le sous-marin. Le champ angulaire visible depuis le sous-marin vaut :

$$2\theta_{LIM} = 2\arcsin\left(\frac{n_{AIR}}{n_E}\right) \Rightarrow 2\theta_{LIM} = 97^\circ 50'$$



2. Dans le sens air→eau, le rayon se rapproche de la normale, ce qui est toujours possible. Même en se plaquant à la paroi du sous-marin, l'observateur reste visible pour les poissons. Le champ d'observation depuis la mer vaut 180° .

3. Il peut sembler paradoxal que le poisson puisse se cacher de l'observateur en longeant la paroi extérieure du sous-marin tandis que l'observateur ne peut pas en faire de même en se plaquant à la paroi intérieure. Vérifions la cohérence de ce résultat avec le principe du retour inverse :

- Si le poisson se trouve dans le cône d'ouverture θ_{LIM} , il est visible depuis le sous-marin et en voit la totalité du contenu. Le principe de retour inverse est vérifié.
- Si le poisson est situé hors de ce cône, les rayons qu'il émet vers le hublot subissent une réflexion totale et il n'est pas visible depuis le sous-marin. Inversement, tous les rayons émis depuis l'intérieur du sous-marin sont situés dans le cône : le poisson ne peut pas les recevoir et n'observe pas l'intérieur du sous-marin. Dans le hublot, le poisson ne voit que la mer par réflexion totale. Le principe du retour inverse est également vérifié.

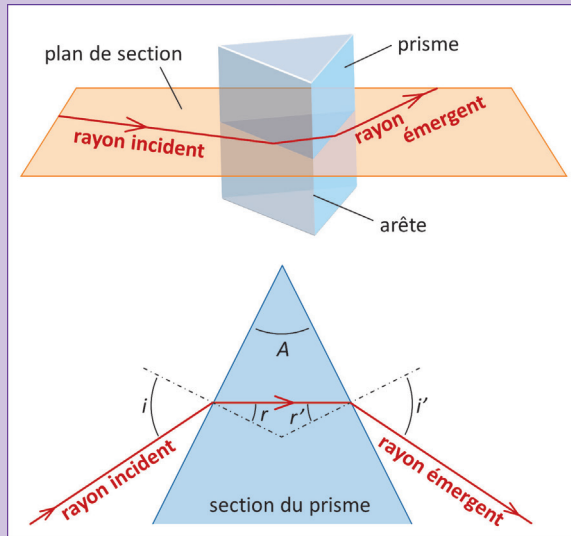
S Il existe de nombreuses variantes de cet exercice : en substance, la question est toujours de déterminer les conditions sous lesquelles un objet est visible. La formulation de cette condition utilise l'angle limite.

Les applications

Exercice 7 Déviation par un prisme

Un prisme est constitué d'un milieu transparent d'indice de réfraction $n = 1,5$ délimité par deux dioptries plans qui forment un angle $A = 60^\circ$. Il est éclairé par un rayon incident formant avec la normale au premier dioptre un angle i . Après deux réfractions, le rayon lumineux ressort du prisme en formant l'angle i' avec la normale au second dioptre. Tous les rayons sont compris dans un plan perpendiculaire à l'arête du prisme.

1. Établissez les trois relations liant les angles i , i' , r , r' et A .
2. Montrez que le rayon émergent n'existe que si l'angle d'incidence i est supérieur à une valeur limite i_L .
3. Exprimez la déviation D du faisceau lumineux, c'est-à-dire l'angle formé par le rayon incident et le rayon émergent. Quelle valeur D_L la déviation prend-elle lorsque l'angle d'incidence vaut i_L ?
4. Déterminez à l'aide d'un tableur les valeurs numériques des angles i' , r , r' puis celle de D pour un angle i variant de zéro à 90° avec un pas de 10° . Déduisez-en l'allure de la courbe donnant la déviation D en fonction de l'angle d'incidence i .
5. Montrez sans calculs que la déviation est minimale lorsque les angles i et i' sont égaux. Déduisez-en l'expression de la déviation minimale D_M en fonction de n et A .
6. Sachant que l'indice du verre qui constitue le prisme vaut $n_R = 1,512$ pour une lumière visible située à la limite de l'infrarouge, et $n_V = 1,523$ pour une lumière visible située à la limite de l'ultraviolet, déterminez la valeur de la déviation minimale pour ces deux couleurs.



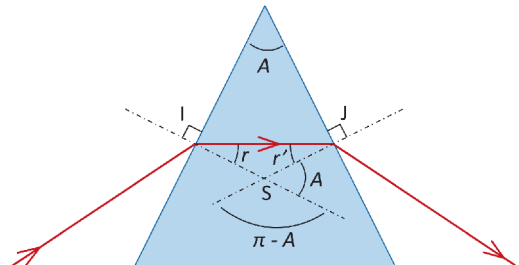
A L'étude d'un prisme se ramène en fait à l'étude de deux réfractions successives. L'utilisation de la loi de la réfraction et la combinaison des angles qui interviennent lors de la traversée du prisme sont les points essentiels. La question 2 fait référence à un phénomène d'angle limite.

1. Les deux premières relations sont données par la loi de la réfraction appliquée aux deux dioptries.

$$\sin i = n \sin r \quad \text{et} \quad \sin i' = n \sin r'$$

Nous obtenons la relation entre les angles r et r' en examinant le triangle (IJS) formé par le point d'incidence I , le point d'émergence J et l'intersection des deux normales S .

$$r + r' + (\pi - A) = \pi \quad , \text{ soit : } \quad r + r' = A$$

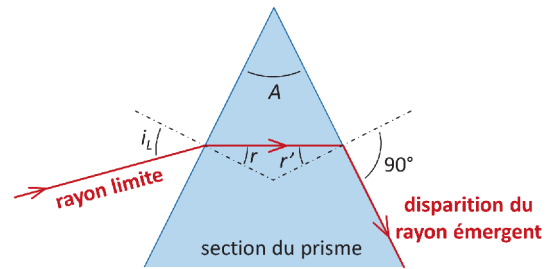


💡 Les angles qui interviennent dans les lois de Descartes ne sont pas orientés. Leur somme dans un triangle quelconque vaut π .

2. En combinant les trois relations précédentes, nous exprimons l'angle i' en fonction de i .

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \\ A = r + r' \end{cases} \quad \text{conduisent à :} \quad i = \arcsin \left(n \sin \left(A - \arcsin \left(\frac{\sin i'}{n} \right) \right) \right)$$

Au cours de la première réfraction, le rayon lumineux accède à un milieu plus réfringent : il s'approche de la normale, ce qui est toujours possible. La seconde réfraction correspond à l'accession à un milieu moins réfringent : le rayon lumineux s'écarte de la normale sans que l'angle i' ne puisse excéder 90° . Ce cas limite conduit à la valeur de i_L .



$$i_L = \arcsin\left(n \sin\left(A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right)\right), \text{ soit numériquement : } i_L = 27,9^\circ$$

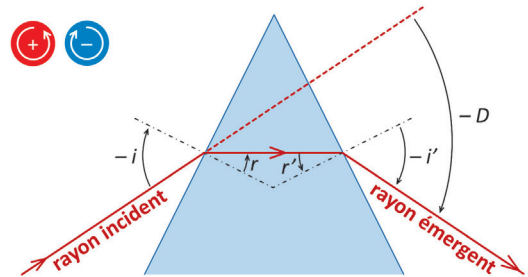


La disparition du rayon émergent après traversée d'un ensemble de dioptré est liée au phénomène de réflexion totale, c'est à dire à la définition de l'angle limite.

3. Pour établir l'expression de la déviation D , nous devons additionner les différents angles qui apparaissent sur le schéma du prisme. Comme ces angles sont tous positifs, nous devons leur attribuer un signe en choisissant une orientation arbitraire du plan. Nous compterons négativement les angles parcourus dans le sens horaire. Un premier angle i permet de passer de la direction du rayon incident à la direction de la normale au premier dioptré. Ce passage se faisant dans le sens horaire, nous comptons l'angle i négativement.

Nous passons ensuite de la direction de la normale à la direction du rayon réfracté par un angle r parcouru dans le sens trigonométrique, et comptés positivement. En prenant de même en compte les angles r' et i' , nous obtenons une expression de l'angle de déviation D qui doit être compté négativement

$$-D = -i + r + r' - i', \text{ soit : } D = i + i' - A$$



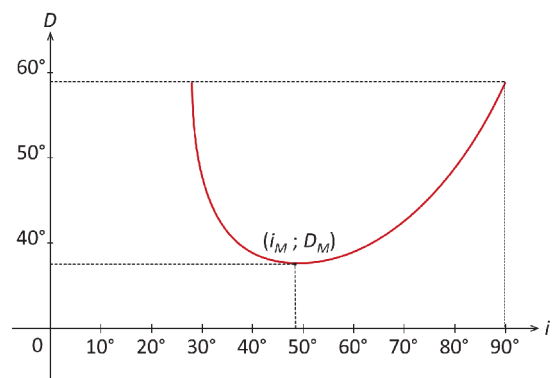
Lorsque l'angle d'incidence vaut i_L , l'angle i' vaut 90° et la déviation D_L vaut : $D_L = 57,9^\circ$



Les angles utilisés dans les lois de Descartes ne sont pas algébriques : pour les combiner, il est nécessaire de prendre en compte le sens de rotation.

4. Les deux premières valeurs de i ne permettent pas le calcul de l'angle d'émergence i' puisqu'elles sont inférieures à la valeur limite i_L . La courbe $D(i)$ présente manifestement un minimum.

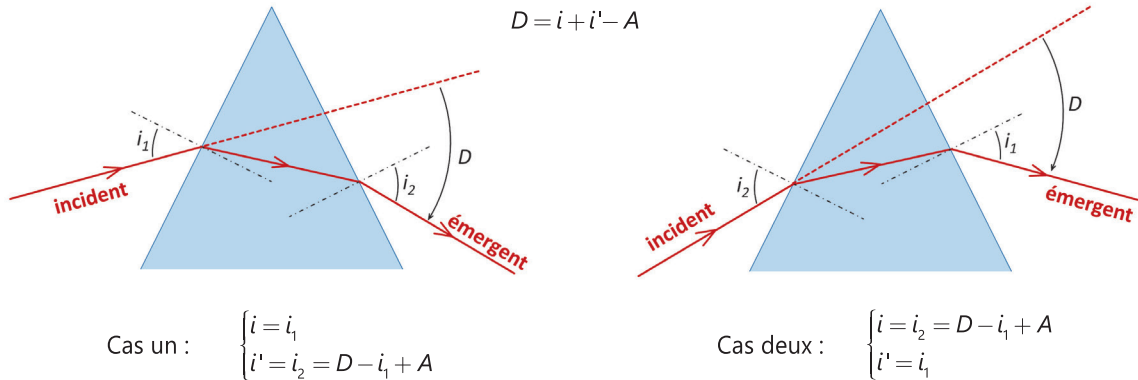
i	r	r'	i'	D
10,0	6,6	53,4	-	-
20,0	13,2	46,8	-	-
30,0	19,5	40,5	77,1	47,1
40,0	25,4	34,6	58,5	38,5
50,0	30,7	29,3	47,2	37,2
60,0	35,3	24,7	38,9	38,9
70,0	38,8	21,2	32,9	42,9
80,0	41,0	19,0	29,2	49,2
90,0	41,8	18,2	27,9	57,9



5. La recherche de l'incidence i conduisant à une déviation minimale pourrait se faire par dérivation de l'angle D par rapport à l'angle i .

Les applications

Ce calcul est cependant délicat car l'expression littérale de D fait intervenir une combinaison de fonctions sinus et arcsinus. Nous constatons cependant que la déviation D fait intervenir les angles i et i' de façon symétrique. À chaque valeur de D correspondent ainsi deux valeurs i_1 et i_2 , l'une désignant l'angle i du rayon incident avec la normale au dioptre d'entrée, et l'autre désignant l'angle i' du rayon émergent avec la normale au dioptre de sortie. Deux situations symétriques conduisent à la même déviation D .



Si la courbe $D(i)$ admet un minimum, celui-ci correspond au cas où les angles i et i' ne peuvent prendre qu'une seule valeur. Le minimum de déviation correspond au cas où $i = i'$.

Lorsque les angles i et i' sont égaux, les angles r et r' le sont également. Nous obtenons alors :

$$r = r' = \frac{A}{2}, \text{ soit : } \sin i_M = n \sin \left(\frac{A}{2} \right)$$

Nous obtenons ainsi la valeur de i_M puis l'expression de la déviation minimale D_M .

$$D_M = 2 \arcsin \left(n \sin \left(\frac{A}{2} \right) \right) - A$$

Numériquement, nous trouvons pour le prisme proposé :

$$i_M = 48,6^\circ \quad \text{et} \quad D_M = 37,2^\circ$$

6. Pour les deux couleurs proposées, le minimum diffère dès la deuxième décimale. En supposant que l'angle du prisme est connu, comme l'indice de réfraction, à quatre décimales près, nous calculons :

$$D_M(\text{rouge}) = 38,23^\circ \quad \text{et} \quad D_M(\text{violet}) = 39,19^\circ$$

Un tel écart est facilement mesurable à l'aide d'un goniomètre, que nous étudierons au chapitre 2, §4.

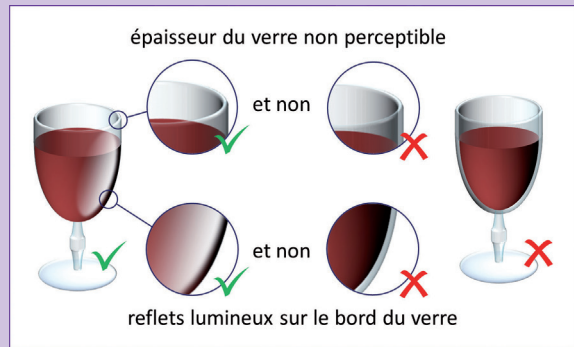
S Le prisme est un système optique régulièrement utilisé au laboratoire. Sa propriété la plus importante est l'existence d'un minimum de déviation obtenu lorsque les angles d'incidence et d'émergence sont égaux. L'angle de déviation minimal dépend de l'indice n du verre et de l'angle A au sommet du prisme. L'écriture d'une déviation peut faire l'objet d'une méthode générale.

Méthode 1 Déterminer la déviation d'un rayon lumineux

- 1 Construire le trajet du rayon lumineux en faisant apparaître les normales aux dioptres et miroirs rencontrés.
- 2 Définir la **déviation** D entre la direction du rayon incident et celle du rayon émergent.
- 3 Définir des **angles positifs** entre les **rayons** et les **normales** aux dioptres et aux miroirs.
- 4 Établir la relation entre D et les différents angles en **additionnant** les angles empruntés dans le sens **trigonométrique**, et en **soustrayant** les angles empruntés dans le **sens horaire**.

Exercice 8 Aspect d'un verre de vin

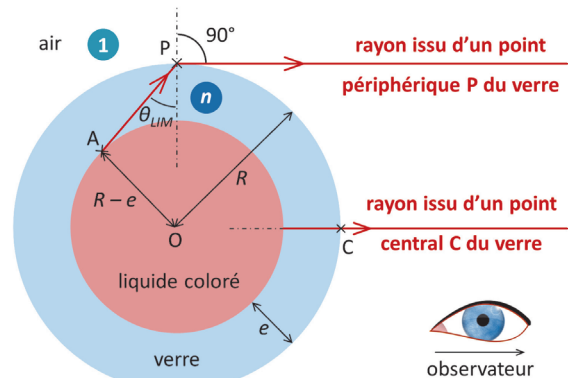
Lorsque l'on observe attentivement un verre transparent contenant un liquide coloré, on constate que l'épaisseur du verre n'est généralement pas perceptible : le liquide semble remplir la totalité de l'espace délimité par la paroi extérieure du verre. Par ailleurs, les reflets lumineux responsables de l'aspect brillant du verre sont plus lumineux à la périphérie de celui-ci ; les bords du verre apparaissent blancs.



1. Justifier ces observations à l'aide des lois de Descartes. On assimilera le verre à un cylindre transparent creux de rayon extérieur $R = 30,0$ cm et d'indice de réfraction $n = 1,60$.
2. Calculer l'épaisseur e que doit avoir la paroi d'un verre pour qu'elle soit visible depuis l'extérieur. La nature du liquide contenu dans le verre a-t-elle une influence sur ce résultat ?

1. Dessinons, vu de dessus, la géométrie du verre : le liquide occupe un cercle de rayon $(R - e)$ et la paroi du verre s'étend dans un anneau concentrique de rayon extérieur R . L'œil qui observe le verre voit la partie centrale du verre en incidence normale (point C) et la partie périphérique en incidence rasante (point P).

Les rayons lumineux qui proviennent du liquide traversent la paroi de verre puis accèdent à l'air extérieur, qui est un milieu moins réfringent. Lors de cette réfraction, ils s'écartent de la normale au dioptre. Lorsque l'œil observe un point périphérique P, il reçoit des rayons formant un angle de 90° avec la normale au point de sortie P. Dans le verre, ce rayon forme avec la normale l'angle limite θ_{LIM} et peut provenir d'un point A situé à l'interface entre le liquide et le verre. Le bord du verre apparaît alors coloré et l'épaisseur de la couche de verre n'est pas perceptible.



Les reflets sur le verre sont le fait de rayons issus des sources lumineuses environnantes qui se réfléchissent sur la paroi du verre. Ces rayons donnent également naissance à un rayon transmis à l'intérieur du verre et l'intensité du reflet dépend de la répartition de l'intensité lumineuse entre les rayons réfléchis et transmis. En incidence normale, au point C, 96 % de l'intensité est transmise et le reflet est peu intense. En incidence rasante, au point P, la proportion de lumière transmise est beaucoup plus faible et le reflet est beaucoup plus intense. Il n'y a pas de réflexion totale de ce côté du dioptre car la lumière accède à un milieu plus réfringent.

2. Examinons le triangle OAP rectangle en A, pour lequel nous avons $OP = R$, $OA = (R - e)$ et $(\widehat{APO}) = \theta_{LIM}$.

Nous pouvons en déduire la valeur limite de e pour laquelle un rayon issu du liquide atteindra l'œil en passant par le point périphérique P.

$$\sin(\theta_{LIM}) = \frac{OA}{OP} \Rightarrow \sin(\theta_{LIM}) = \frac{R-e}{R} \Rightarrow e = R[1 - \sin(\theta_{LIM})]$$

Exprimons maintenant l'angle limite de l'interface (air – verre) : nous avons $n \sin(\theta_{LIM}) = 1$, soit :

$$e = 3 \left[1 - \frac{1}{n} \right] = 11,3 \text{ mm}$$

Pour que l'épaisseur du verre soit perceptible, elle doit dépasser 11,3 mm soit 37% du rayon du verre !

Les applications

Exercice 9 Hyperboles de conjugaison

On se propose d'étudier les relations caractéristiques d'une lentille mince en les présentant de façon élégante sur un graphique appelé « hyperboles de conjugaison ».

1. Tracer, à l'échelle un dixième et pour une lentille convergente de focale $f' = 10$ cm, la courbe donnant la mesure algébrique $\overline{OA'}$ de la position de l'image en fonction de la mesure algébrique $\overline{OA}$ de l'objet.
2. Déterminer, à l'aide de ce graphique la position de l'image A_1' d'un objet réel situé en amont de la lentille à une distance de 20 cm. Même question pour un objet réel A_2' situé à 5,0 cm en amont de la lentille, puis pour un objet virtuel A_3' situé 10 cm après la lentille. Préciser les natures des images (droites ou renversées, réelles ou virtuelles, agrandies ou rétrécies).
3. Comment peut-on lire le grandissement des montages précédents sur le diagramme de conjugaison ?
4. Comment peut-on lire le caractère réel ou virtuel de l'image sur le diagramme ?
5. À quoi ressemblent les hyperboles de conjugaison d'une lentille divergente ?

A Seules les relations de conjugaison et de grandissement sont utiles : il s'agit de les transcrire sur un graphe pour les exploiter.

1. Notons $x = \overline{OA}$ et $f' = \overline{OF'}$ puis écrivons la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}} = \frac{x \cdot f'}{x + f'}$$

La courbe demandée est une hyperbole qui admet :

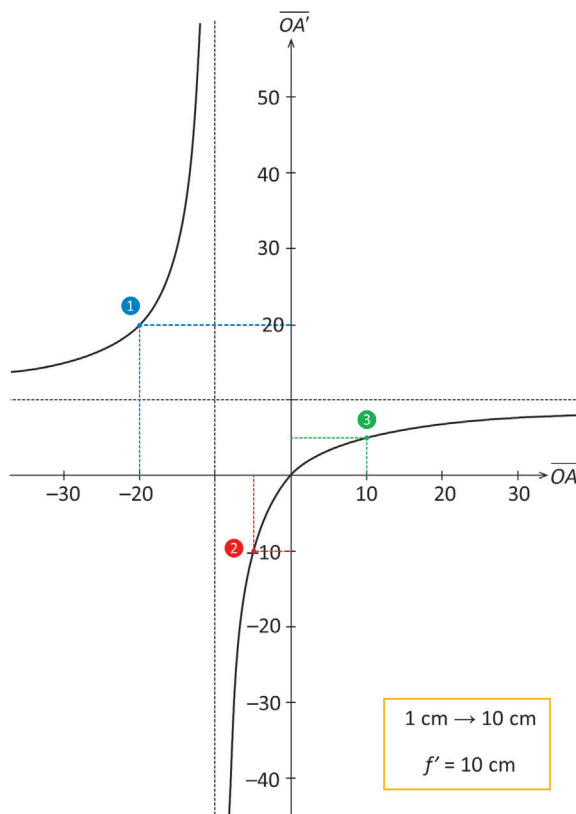
- Une asymptote verticale en $x = -f'$ car le dénominateur de $\overline{OA'}$ s'y annule.
- Une asymptote horizontale car :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\overline{OA'}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\overline{OA'}) = f'$$

2. La localisation de l'image se lit directement sur le graphe. Le grandissement est calculé en effectuant le rapport de $\overline{OA'}$ sur $\overline{OA}$ et permet de préciser la nature de l'image :

- Elle est réelle si $\overline{OA'} > 0$ et se forme alors au-delà de la lentille. C'est le cas pour les points 1 et 3.
- L'image est droite si $\gamma_i > 0$ (cas 2 et 3) et renversée si $\gamma_i < 0$ (cas 1).
- L'image est agrandie si $|\gamma_i| > 1$ (cas 2), rétrécie si $|\gamma_i| < 1$ (cas 3) et de même taille si $|\gamma_i| = 1$ (cas 1).

Rassemblons ces résultats dans un tableau.



	$\overline{OA_i}$	$\overline{OA'_i}$	grandissement γ_i	nature de l'image
1	- 20 cm	20 cm	- 1	réelle, renversée, même taille
2	- 5 cm	- 10 cm	2	virtuelle, droite agrandie
3	10 cm	5 cm	0,5	réelle, droite, rétrécie

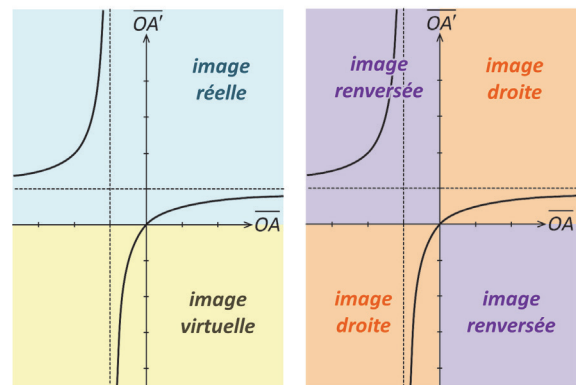
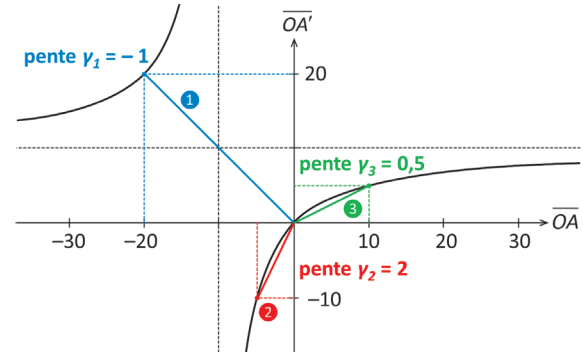
3. Sur l'hyperbole de conjugaison, le point qui représente la configuration étudiée possède des coordonnées $(\overline{OA}; \overline{OA'})$. Exprimé avec l'origine au centre, le grandissement γ correspond au rapport de l'ordonnée et de l'abscisse de ce point :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Le grandissement s'identifie donc à la pente du segment qui lie ce point à l'origine du repère.

4. L'image est réelle si elle se forme après la lentille, donc lorsque l'hyperbole de conjugaison est au-dessus de l'axe des abscisses. L'image est droite lorsque $\overline{OA'_i}$ et $\overline{OA_i}$ sont de mêmes signes, c'est-à-dire dans le cadran en haut à gauche et dans le cadran en bas à droite. Elle est renversée dans les deux autres cadrans.

5. Les hyperboles de conjugaison d'une lentille divergente sont obtenues à partir de celles de la lentille convergente en effectuant une symétrie centrale autour du point O. L'asymptote verticale est ainsi située à droite de l'axe des ordonnées et l'asymptote horizontale en-dessous de l'axe des abscisses.



S Les hyperboles de conjugaison permettent de présenter les relations caractéristiques d'une lentille mince de façon élégante sur un graphique unique. C'est un outil efficace qui permet de lire toutes les propriétés d'un montage comportant une lentille unique.

Exercice 10 Construction d'image

Pour chacune des configurations proposées, construire l'image formée par le système optique, la lumière se propageant de la gauche vers la droite. Commentez les constructions effectuées et précisez la nature de l'image (réelle ou virtuelle, rétrécie ou agrandie).

1. Lentille convergente, objet étendu à l'infini.
2. Lentille convergente, objet réel placé avant le foyer objet.
3. Lentille convergente, objet réel placé entre le foyer objet et le centre.
4. Lentille convergente, objet virtuel placé au-delà du foyer image.
5. Lentille convergente, objet étendu à l'infini.
6. Lentille divergente, objet réel placé avant le foyer image.
7. Lentille divergente, objet virtuel placé entre le centre et le foyer objet.
8. Lentille divergente, objet virtuel placé au-delà du foyer objet.

A Il s'agit ici de mettre en œuvre les règles de construction des lentilles en exploitant les points particuliers (foyers et centre) de ces systèmes. Nous serons fréquemment amenés à prolonger des rayons qui ne passent pas réellement par ces points, et nous devons veiller à distinguer le trajet réel de la lumière (en traits pleins) des traits de construction (en pointillés).

Les applications

1. Un objet étendu à l'infini émet un ensemble de faisceaux lumineux constitués de rayons parallèles. On réalise le tracé pour un faisceau parallèle à l'axe optique provenant d'un point A axial et un faisceau incliné provenant d'un point B désaxé.

- Parmi les rayons issus de B, un passe par le centre et n'est pas dévié, un autre passe par le foyer objet et ressort parallèle à l'axe optique. Le point image B' se trouve à l'intersection de ces deux rayons.



Il n'y a pas de troisième rayon de construction pour un point objet B désaxé à l'infini : le faisceau qu'il émet ne comporte en effet aucun rayon parallèle à l'axe optique. En contrepartie, nous savons que l'image B' se forme dans le plan focal image.

- L'image A' du point axial à l'infini A se trouve sur le foyer image F' : tous les rayons du faisceau parallèle à l'axe optique s'y croisent.

2. Cette deuxième construction est la plus simple car le rayon au centre O, le rayon au foyer objet et le rayon parallèle peuvent directement être tracés depuis le point objet B. L'image est réelle et renversée. Cette configuration est utilisée pour projeter une image réelle sur un écran à partir d'un objet réel : c'est celle d'un vidéoprojecteur.



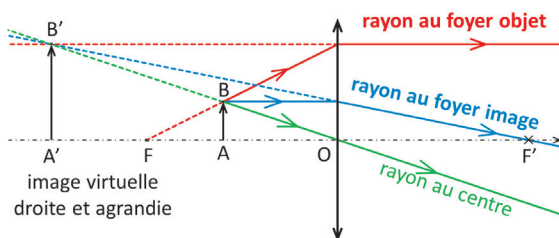
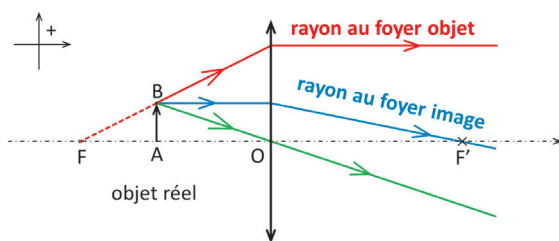
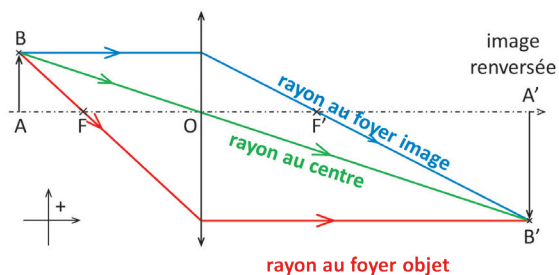
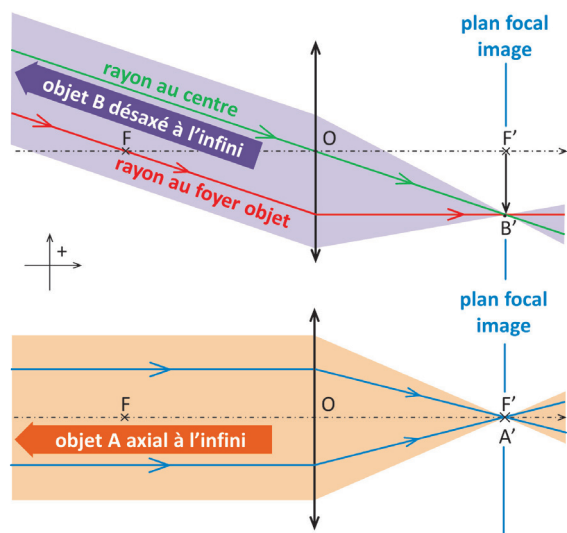
L'image peut être rétrécie ou agrandie selon la position de l'objet : vérifiez-le en retournant ce livre !

3. Dans cette configuration, le rayon au centre O et le rayon parallèle à l'axe optique ne posent pas de problème. Le dernier rayon est plus délicat à tracer puisque le point B est situé au-delà du foyer objet F. Aucun rayon issu de B ne passant par F, nous devons envisager un rayon qui semble provenir de F avant de ressortir parallèle à l'axe optique.

Les trois rayons forment un faisceau divergent à la sortie de la lentille. Nous devons les prolonger pour obtenir une image située avant la lentille. Il s'agit d'une image virtuelle, droite et agrandie qui peut être observée par un œil situé au-delà de la lentille, mais pas récupérée sur un écran. L'image A'B' est virtuelle : aucun faisceau lumineux ne passe en ces deux points.



Cette configuration est celle d'une lentille convergente utilisée comme loupe.



4. L'objet est à présent situé au-delà de la lentille. Il ne s'agit pas d'un objet réel dont les rayons se propageraient de la droite vers la gauche pour atteindre la lentille, mais du point de convergence d'un faisceau lumineux venant de la gauche. AB est donc une image formée par un premier système optique non représenté : si nous ne plaçons pas la lentille convergente sur le trajet de la lumière, cette image serait réelle.

La présence de la lentille empêche le faisceau lumineux d'atteindre A et B, qui deviennent donc un objet virtuel pour cette lentille. Le tracé du rayon en centre ne pose pas de difficulté ; celui au foyer passe par F en direction de B, qu'il n'atteint pas puisque la lentille l'intercepte avant. Le rayon au foyer image arrive parallèlement à l'axe optique, en direction de B, mais atteint la lentille avant ce point. Après traversée de la lentille, les trois rayons de construction convergent vers un point image B' situé au-delà de la lentille, où ils se coupent effectivement. L'image est droite, réelle et rétrécie.



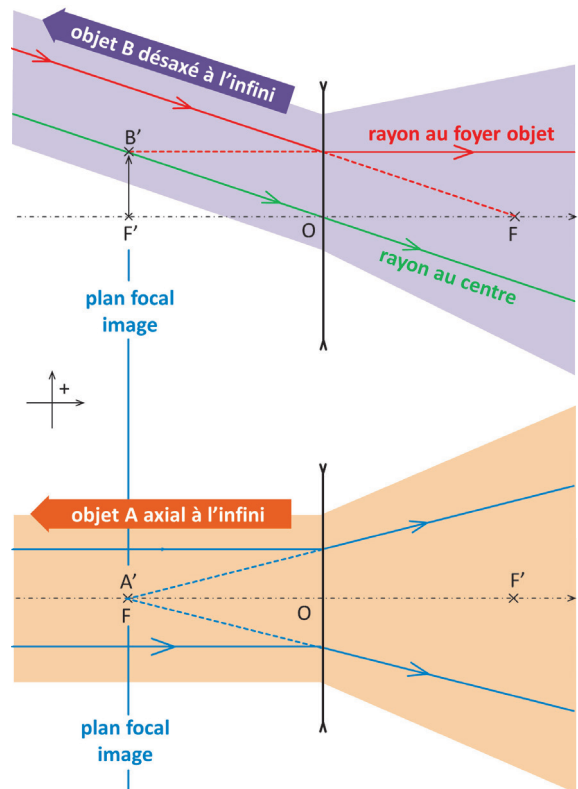
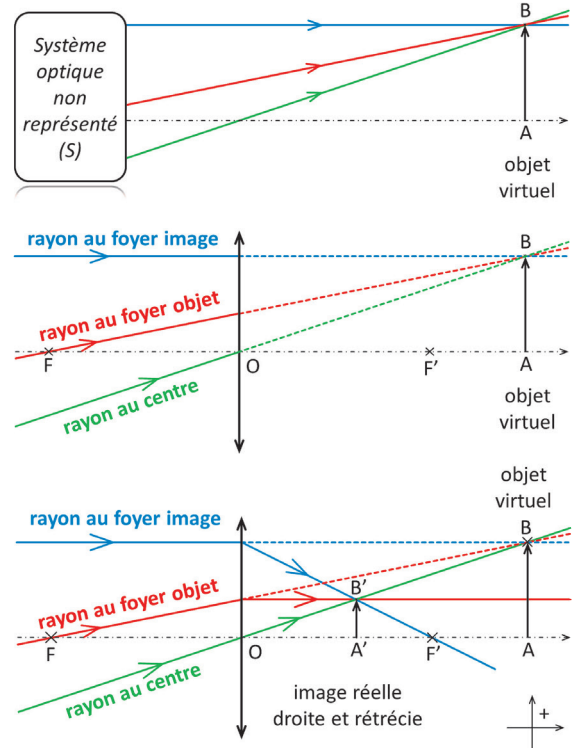
Cette configuration est peu fréquente car il est rare de trouver des faisceaux naturellement convergents dans notre environnement. Elle revient à placer une lentille convergente sur le faisceau délivré par un vidéoprojecteur.

5. La construction de l'image d'un objet étendu à l'infini formée par une lentille divergente ressemble à celle de la question 1. Pour placer l'image d'un point désaxé, nous ne disposons que de deux rayons : celui au centre, non dévié et celui au foyer objet, qui n'atteindra pas F car la lentille l'interceptera avant. Ce rayon ressort parallèlement à l'axe optique et forme avec le rayon au centre un faisceau divergent. En prolongeant ces rayons, nous trouvons l'image B' à gauche de la lentille, dans le plan focal objet.



Là encore, il n'y a pas de rayon au foyer image car aucun rayon issu de B n'est parallèle à l'axe optique.

L'image A' d'un point A axial se forme au foyer image F' : les rayons issus de A sont tous parallèles à l'axe optique et sortent en divergeant depuis F'.



Les applications

6. Précisons les étapes de la construction pour un objet réel placé en amont d'une lentille divergente :

- Le rayon au centre n'est pas dévié.
- Le rayon émis par B en direction du foyer objet F n'atteint pas ce dernier car il sera intercepté par la lentille la lentille avant. Il ressort parallèlement à l'axe optique.
- Le rayon émis par B parallèlement à l'axe optique ne peut pas passer par le foyer image F' après avoir traversé la lentille car F' est situé en amont de cette dernière. Nous devons donc utiliser un tracé en pointillé issu de F' pour trouver la direction du rayon émergent.

Après traversée de la lentille, les trois rayons forment un faisceau divergent que nous devons prolonger en amont de la lentille pour trouver une image virtuelle, droite et rétrécie.

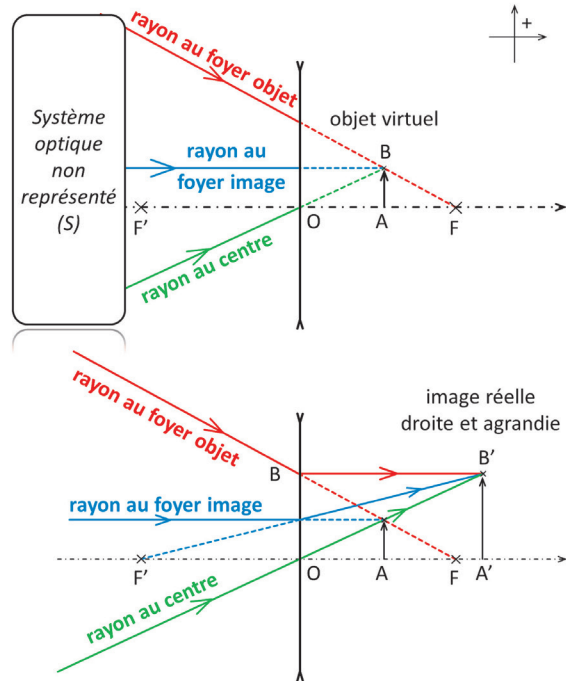
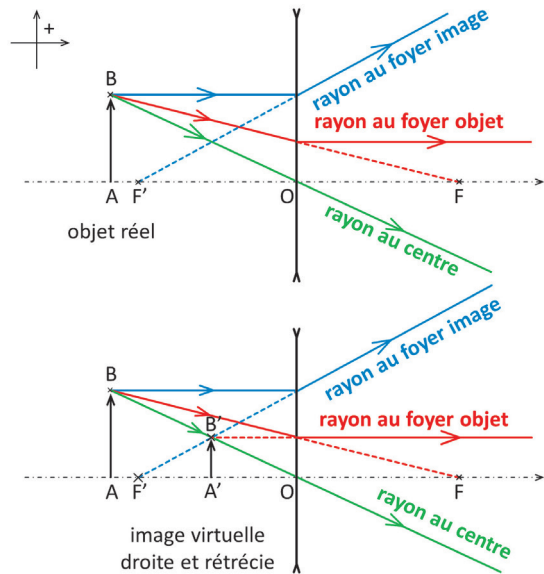
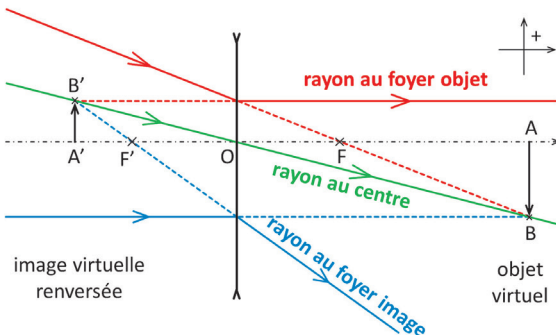


Cette configuration explique qu'un œil myope corrigé par une lentille divergente apparaisse plus petit qu'il n'est réellement.

7. Comme à la question 4, la mise en œuvre d'un objet virtuel situé au-delà de la lentille suppose qu'un dispositif non représenté soit à l'origine du faisceau qui converge vers B. Dans ce faisceau, nous identifions les trois rayons de construction. Le rayon qui atteindrait le foyer objet F ressort parallèle à l'axe optique, celui qui arrive parallèle à l'axe optique ressort en provenance du foyer image F'. L'image B' à l'intersection de ces rayons est réelle, droite et agrandie.



Pour illustrer cette construction, nous pouvons repousser le plan de formation de l'image d'un vidéoprojecteur en intercalant une lentille divergente sur le passage du faisceau lumineux qu'il produit.



8. Cette dernière construction est aussi la plus étonnante : l'objet virtuel est formé par un dispositif non représenté, qui ferait converger les faisceaux lumineux après la lentille divergente si celle-ci n'était pas présente. La lentille fait diverger le faisceau qui semble alors provenir d'une image virtuelle située avant le centre O. Elle ne présente a priori pas d'application pratique.

S Les règles de construction géométrique des lentilles, bien que relativement simples, donnent lieu à une grande diversité de tracés. Plusieurs difficultés compliquent le tracé des trois rayons remarquables :

- Les rayons incidents peuvent ne pas atteindre le point objet B dont ils sont théoriquement issus : cela se produit lorsque l'objet, virtuel, est placé au-delà de la lentille.
- Le rayon incident au foyer objet F n'atteint pas ce dernier lorsque la lentille est divergente.
- Le rayon émergent au foyer image F' n'atteint pas ce dernier lorsque la lentille est divergente.
- Les rayons émergents peuvent ne pas atteindre le point image B' par lequel ils sont censés passer : cela se produit lorsque l'image, virtuelle, est placée en amont de la lentille.

Exercice 11 Focométrie d'une lentille convergente, méthode de Bessel et Silbermann

On désire déterminer la distance focale f' d'une lentille convergente en utilisant un objet lumineux et un écran. Pour cela, on fixe la distance D séparant l'objet de l'écran et on recherche les positions de la lentille qui rendent l'image nette.

1. Montrer que la lentille ne permet de former une image nette que si la distance focale f' de la lentille et la distance D vérifient une condition particulière.
2. Dessiner la configuration pour laquelle la position de la lentille rendant l'image nette est unique. Que vaut alors le grandissement ?
3. La distance D est à présent choisie de façon à ce que deux positions de la lentille aboutissent à une image nette. Le centre de la lentille est noté O_1 dans la première configuration et O_2 dans la seconde.
- 3.a. Déterminer les mesures algébriques $\overline{O_1A}$ et $\overline{O_2A}$ pour les deux configurations. En déduire l'expression de la distance $d = |\overline{O_1O_2}|$.
- 3.b. Exprimer la distance focale de la lentille à partir des distances d et D .
- 3.c. Dessiner les deux configurations permettant de former, pour la même distance D et la même focale f' deux images nettes. Caractériser les deux images.

A Cet exercice propose une étude de la relation de conjugaison d'une lentille convergente lorsque la distance {objet - image} est fixée. Nous recherchons la position de la lentille, qui est donnée par celle de son centre O : c'est l'abscisse de ce point qui constitue ici l'inconnue du problème.

1. Pour simplifier les notations, posons $x = \overline{OA}$ et $x' = \overline{OA'}$. Nous devons traduire d'une part le fait que la mesure algébrique $\overline{AA'}$ entre l'objet et l'image est fixée, et d'autre part la conjugaison entre ces deux points. Cela se traduit par deux relations :

$$x' - x = D \quad \text{et} \quad \frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$$

En éliminant au choix x ou x' , nous obtenons une équation du second degré vérifiée par l'autre variable. En conservant x , nous trouvons :

$$\frac{1}{D+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \quad , \text{ soit : } xf' - (D+x)f' - x(D+x) = 0 \quad \text{puis : } x^2 + Dx + Df' = 0$$

Pour que cette équation admette une solution, c'est-à-dire pour qu'il existe une position de la lentille assurant une image nette sur l'écran, le discriminant de ce polynôme doit être positif.

$$\Delta = D^2 - 4Df' \quad \text{est positif lorsque} \quad \boxed{D > 4f'}$$

La lentille ne permet d'obtenir une image nette que si la distance objet écran est supérieure à quatre fois la distance focale.

Les applications

2. Une position unique pour la lentille correspond à une valeur unique de x , c'est-à-dire au cas où le discriminant est nul. La solution du polynôme est alors double et la lentille est à mi-distance entre l'objet et l'écran : $x = -D/2$. Le grandissement vaut $\gamma = -1$, l'image est de même taille et renversée.

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{x'}{x} = \frac{2D}{-2D} = -1$$

Cette méthode de détermination de la distance focale forme la **méthode de Silbermann**. C'est la vérification du grandissement, et non la netteté de l'image, qui permet de s'assurer que la condition $D = 4f'$ est vérifiée.

3.a. Lorsque le discriminant est positif, le polynôme admet deux solutions correspondant à deux positions de la lentille. Les deux racines du polynôme sont négatives, la première correspond à une lentille placée près de l'objet, la seconde à une lentille placée près de l'écran.

$$x_1 = \overline{O_1A} = \frac{-D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \overline{O_2A} = \frac{-D - \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2}$$

La distance d entre ces deux positions correspond à la différence entre ces deux valeurs, prises dans l'ordre qui conduit à un résultat positif :

$$d = x_1 - x_2 = \frac{-D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2} - \frac{-D - \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2} \quad \text{soit :} \quad d = \sqrt{D^2 - 4Df'}$$

3.b. En prenant la réciproque de cette expression, nous obtenons la distance focale :

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

Cette méthode de détermination de la distance focale est appelée **méthode de Bessel**.

3.c. Pour représenter les deux solutions, remarquons que les deux positions de lentille sont symétriques par rapport au milieu des points A et A'. Nous pouvons ainsi réaliser une première construction quelconque, puis replacer l'objet, l'écran et la lentille dans une configuration symétrique. L'image est renversée dans les deux cas, elle est agrandie lorsque la lentille est proche de l'objet et rétrécie lorsqu'elle est proche de l'écran.

S Beaucoup d'expériences d'optique nécessitent une projection sur un écran. Pour réaliser cette projection, nous devons impérativement respecter la condition $D > 4f'$, qu'il est nécessaire de retenir.

