

Je réussis mon concours post-bac

CONCOURS **GEIPI** **POLYTECH**

➤ **Tout le cours à maîtriser**

➤ **Toutes les méthodes et stratégies à assimiler**

➤ **20 sujets corrigés pour se mettre en situation**

En partenariat avec



**LESCOURS DU
PARNASSE**
PARNASSE ÉDUCATION

Vuibert

CONCOURS GEIPI POLYTECH

Terminale → École post-bac

Cédric Bordi est professeur de SVT en classes préparatoires aux grandes écoles.

Alain Caignot est professeur en classes préparatoires scientifiques.

Cédric Cordoba est professeur agrégé de physique-chimie aux Cours du Parnasse et en lycée.

Yann Lozier est professeur en classes préparatoires scientifiques et jury de concours.

Paul Milan a une longue expérience de l'enseignement des mathématiques en lycée et dans le cursus supérieur.

Antoine Ponzo est professeur de mathématiques aux Cours du Parnasse et en lycée.

Françoise Saintpierre est professeur de SVT en classes préparatoires aux grandes écoles.

David Violeau est professeur en classes préparatoires aux grandes écoles.

Grâce aux flashcodes, retrouvez des ressources numériques en ligne :

- + des figures en couleurs pour mieux repérer les éléments**
- + des grilles type de réponses**
- + des sujets d'annales corrigés supplémentaires**

ISBN : 978-2-311-21936-4

Conception couverture : Emmanuel Linares

Conception intérieure : Hervé Soulard

Infographie : Valérie Goncalves

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. Le « photocopillage », c'est l'usage abusif et collectif de la photocopie sans autorisation des auteurs et des éditeurs. Largement répandu dans les établissements d'enseignement, le « photocopillage » menace l'avenir du livre, car il met en danger son équilibre économique. Il prive les auteurs d'une juste rémunération. En dehors de l'usage privé du copiste, toute reproduction totale ou partielle de cet ouvrage est interdite. Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au Centre français d'exploitation du droit de copie : 20, rue des Grands-Augustins, F-75006 Paris. Tél. : 01 44 07 47 70.

© Vuibert - novembre 2024 - 5, allée de la 2^e D.B., 75015 Paris - Site Internet : <http://www.vuibert.fr>



SOMMAIRE

PARTIE 1.

PRÉSENTATION GÉNÉRALE DU CONCOURS GEIPI POLYTECH

1 ► Introduction, p. 6 — **2** ► Contexte, p. 6 — **3** ► Modalités d'inscription au concours Geipi Polytech, p. 6 — **4** ► Choisir sa spécialité au lycée, p. 7 — **5** ► Sélection au concours, p. 7 — **6** ► Un concours, p. 8 — **7** ► Contenu des épreuves, p. 8 — **8** ► Préparer le concours, p. 8 — **9** ► Posture, p. 12 — **10** ► Réussir le concours Geipi Polytech, p. 12

PARTIE 2.

MATHS QCM ET SPÉCIALITÉ

Méthode et stratégie, p. 17

Fiches de cours, p. 25

1 ► Calculs numériques, p. 25 — **2** ► Suite et somme de termes, p. 27 — **3** ► Limites de suites et récurrence, p. 29 — **4** ► Factorisation et équations, p. 30 — **5** ► Inéquations et systèmes, p. 32 — **6** ► Généralités sur les fonctions, p. 34 — **7** ► Continuité, dérivabilité et convexité, p. 36 — **8** ► Limites de fonctions et asymptotes, p. 38 — **9** ► Étude d'une fonction, p. 40 — **10** ► Primitives et équations différentielles, p. 42 — **11** ► Intégration, p. 44 — **12** ► Probabilités et variables aléatoires, p. 46 — **13** ► Loi binomiale et coefficients binomiaux, p. 48 — **14** ► Figures élémentaires, p. 50 — **15** ► Vecteurs, équations d'une droite et d'un cercle, p. 52 — **16** ► Trigonométrie et produit scalaire, p. 54 — **17** ► Aires et volumes dans l'espace, p. 56 — **18** ► Équations de droites et de plans dans l'espace, p. 58 — **19** ► Instructions en langage Python, p. 60 — **20** ► Programmes usuels en Python, p. 63 — ► QCM d'auto-évaluation, p. 65

Annales & sujets blancs, p. 85

PARTIE 3.**SCIENCES****Physique-Chimie 105****Méthode et stratégie**, p. 106**Fiches de cours**, p. 110

1 ► Mécanique newtonienne, p. 110 — **2** ► Lois de Newton, p. 112 — **3** ► Mouvement dans un champ uniforme, p. 113 — **4** ► Mouvement des corps célestes, p. 115 — **5** ► Lois de Kepler, p. 117 — **6** ► Satellite géostationnaire, p. 119 — **7** ► Ondes sonores, p. 119 — **8** ► Phénomène de diffraction, p. 121 — **9** ► Phénomène d'interférence, p. 122 — **10** ► Les lentilles, p. 125 — **11** ► Modèle optique d'une lunette astronomique, p. 127 — **12** ► Système thermodynamique, p. 129 — **13** ► Équation d'état du gaz parfait, p. 130 — **14** ► Énergie interne, p. 130 — **15** ► Transferts énergétiques, p. 131 — **16** ► Transfert thermique par conduction, p. 132 — **17** ► Conduction électrique, p. 133 — **18** ► Tension et dipôle électrique, p. 134 — **19** ► Condensateur, p. 136 — **20** ► Charge du circuit RC série, p. 137 — **21** ► Décharge du circuit RC série, p. 139 — **22** ► Réaction acido-basique, p. 140 — **23** ► Grandeurs et caractéristiques, p. 142 — **24** ► Force des acides et des bases, p. 143 — **25** ► L'oxydoréduction, p. 144 — **26** ► Équation de réaction, p. 146 — **27** ► Équilibre chimique, p. 147 — **28** ► Évolution spontanée d'un système, p. 147 — **29** ► Cinétique, p. 149 — **30** ► Dosage pH-métrique, p. 151 — **31** ► Dosages conductimétriques, p. 152 — **32** ► Principe de la spectrophotométrie, p. 153 — **33** ► Dosage spectrophotométrique, p. 153 — **34** ► Spectroscopie IR, p. 155 — **35** ► Lien structure-propriété, p. 157 — **36** ► La cinétique, p. 158 — **37** ► Catalyseur, p. 159 — **38** ► Vitesse volumique de réaction, p. 160 — **39** ► Mécanisme réactionnel, p. 161 — **40** ► Chimie organique, p. 163 — ► QCM d'auto-évaluation, p. 167

Annales & sujets blancs, p. 173**SVT/Biologie-écologie 198****Méthode et stratégie**, p. 199**Fiches de cours**, p. 203

1 ► L'origine du génotype, p. 203 — **2** ► La diversification du vivant, p. 208 — **3** ► L'organisation des plantes à fleurs, p. 212 — **4** ► La plante domestiquée, p. 216 — **5** ► Les réflexes, p. 217 — **6** ► Le cerveau, p. 221 — **7** ► Contraction musculaire et apport d'énergie, p. 224 — **8** ► Le contrôle des flux de glucose, p. 227 — **9** ► Comportements et stress, p. 230 — ► QCM d'auto-évaluation, p. 233

Annales & sujets blancs, p. 242**NSI 263****Méthode et stratégie**, p. 264**Fiches de cours**, p. 266

1 ► Culture générale sur l'informatique, p. 266 — **2** ► Les données en Python, p. 270 — **3** ► Algorithmie élémentaire, p. 289 — **4** ► Quelques algorithmes classiques, p. 308 — **5** ► Structures de données avancées, p. 316 — **6** ► Bases de données, p. 334 — ► QCM d'auto-évaluation, p. 345

Annales & sujets blancs, p. 349

PARTIE 1

PRÉSENTATION GÉNÉRALE DU CONCOURS GEIPI POLYTECH

1 Introduction

Créé en 1992, le concours Geipi Polytech est l'un des concours d'entrée les plus anciens et les plus prestigieux des écoles d'ingénieurs publiques en France. Il offre un accès commun à 35 écoles d'ingénieurs publiques, permettant aux étudiants de terminale générale et aux titulaires d'un bac général obtenu en 2023 dans un lycée homologué, ainsi qu'aux candidats préparant un bac européen scientifique, de postuler pour intégrer ces établissements. Les épreuves du concours se déroulent le mardi 30 avril après-midi dans environ 200 centres d'examen en France et à l'étranger, avec un QCM de mathématiques et deux sujets au choix parmi plusieurs options. Les résultats seront publiés à partir du 30 mai sur Parcoursup. Les frais d'inscription sont de 60 euros, et sont gratuits pour les candidats bénéficiant d'une bourse sur critères sociaux de l'État français (sauf bourse AEF).

En 2024, le concours Geipi Polytech offre 3 812 places réparties dans ses écoles membres, toutes délivrant un diplôme reconnu par la Commission des titres d'ingénieur.

2 Contexte

Le concours Geipi Polytech s'adapte également aux nouvelles exigences en ajustant son processus de sélection pour accueillir les profils diversifiés des candidats de terminale générale et des titulaires d'un bac général 2023, ainsi que ceux préparant un bac européen scientifique. Trois processus de sélection distincts sont proposés, chacun avec des critères spécifiques basés sur les spécialités suivies en terminale et renseignées sur Parcoursup, déterminant ainsi le classement des candidats et le nombre de places allouées. Ces ajustements visent à offrir à chaque candidat les meilleures opportunités d'intégration dans l'une des 35 écoles d'ingénieurs publiques membres du concours Geipi Polytech.

3 Modalités d'inscription au concours Geipi Polytech

Pour s'inscrire au concours Geipi Polytech, il est crucial de choisir la spécialité mathématiques en classe de première, ainsi que deux autres spécialités, de préférence scientifiques. En classe de terminale, il est recommandé de maintenir la spécialité mathématiques et de sélectionner une deuxième spécialité parmi physique-chimie, NSI, SVT ou sciences de l'ingénieur pour optimiser ses chances. Opter pour mathématiques complémentaires est conseillé, car l'épreuve obligatoire est basée sur le programme commun à la spécialité mathématiques et à cette option. Bien que possible, abandonner la spécialité mathématiques en première pour choisir deux spécialités scientifiques en terminale est déconseillé, sauf si l'option mathématiques complémentaires est également prise.

Les candidats éligibles sont les élèves en terminale générale dans un lycée français ou homologué, ainsi que ceux préparant un baccalauréat européen scientifique ou un bi-bac (Abibac, Bachibac, Esabac).

L'inscription se fait exclusivement via Parcoursup entre la mi-janvier et la mi-mars, moyennant une contribution de 60 euros (non remboursable).

4 Choisir sa spécialité au lycée

Pour réussir au concours Geipi Polytech, il est impératif de choisir la spécialité mathématiques au lycée. En complément, vous pouvez opter pour d'autres spécialités telles que physique-chimie, NSI, SVT ou sciences de l'ingénieur. Ces choix sont cruciaux pour acquérir les compétences nécessaires à l'intégration réussie dans une école d'ingénieurs.

5 Sélection au concours

La procédure de sélection des élèves issus de terminale générale se déroule en trois étapes :

- **L'évaluation du dossier scolaire** se base sur les notes obtenues dans les matières scientifiques et linguistiques tout au long du lycée, telles que les mathématiques, la deuxième spécialité, le français et l'anglais. Ces notes sont utilisées pour calculer une note de dossier qui influence l'admission à l'épreuve écrite du concours. Avoir un bon dossier est essentiel pour être sélectionné dans le concours Geipi Polytech sans même passer l'épreuve écrite. Dans le concours Geipi Polytech, l'évaluation de l'anglais et du français repose sur les notes obtenues par les candidats au bac de français et en anglais de terminale. Ces notes sont essentielles pour évaluer leurs compétences linguistiques, ce qui est critique pour les études d'ingénierie. Elles sont intégrées dans le calcul de la note de dossier, qui est déterminante pour l'admission aux épreuves écrites du concours Geipi Polytech.
- **Une seule épreuve écrite** pour tous les candidats, sauf ceux exemptés d'épreuves (pour les meilleurs dossiers).

QCM Maths <i>(basé sur le programme commun à la spécialité maths et à l'option maths compl.)</i>	Calculatrice non autorisée	Coef.	Durée épreuve	QCM à traiter	Nombre de QCM à traiter obligatoirement	Plusieurs réponses exactes parmi
		1	1h	9 QCM	9	A-B-C et parfois D
Coef.		Durée épreuve	Exercice à traiter	2 exercices	Correction professeur	
1		1h	3 exos (sauf pour maths, NSI et SVT : 2 exos)	Case à compléter ou entourer/ cocher des réponses	Nécessite la correction d'un professeur	
2° spécialité parmi maths, physique-chimie, SVT, sciences de l'ingénieur ou NSI		Coef.	Durée épreuve	Exercice à traiter	3 exercices à traiter obligatoirement	3 exos sur 10 points chacun
		1	1h	3 exos (sauf pour maths, NSI et SVT : 2 exos)	Case à compléter ou entourer/ cocher des réponses	Nécessite la correction d'un professeur

6 Un concours

Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement. Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré. Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous.

7 Contenu des épreuves

Les épreuves de Geipi Polytech comprennent une seule épreuve écrite pour tous les candidats, sauf ceux exemptés en raison de leur excellent dossier. Cette épreuve dure trois heures et se divise comme suit :

1. **Mathématiques QCM** : cette partie dure une heure et comporte neuf exercices à choix multiples.
2. **Spécialités** : les candidats choisissent deux spécialités parmi les suivantes, avec une heure allouée à chaque spécialité :
 - Mathématiques : deux exercices.
 - Physique-chimie : trois exercices.
 - SVT/biologie-écologie : deux exercices.
 - NSI (Numérique et Sciences Informatiques) : deux exercices.
 - Sciences de l'ingénieur : trois exercices.

Ces épreuves sont conçues pour évaluer la compréhension, les compétences et la capacité à résoudre des problèmes dans les domaines clés requis pour les études d'ingénierie.

8 Préparer le concours

8.1 Soigner son dossier

Les notes obtenues en français lors du baccalauréat et les évaluations continues en anglais en terminale jouent un rôle déterminant dans le calcul final de la note de dossier. Ces éléments reflètent non seulement la maîtrise linguistique nécessaire mais aussi la capacité à maintenir des performances constantes tout au long de l'année scolaire. L'importance d'un bon dossier scolaire réside dans le fait qu'il constitue la première étape de sélection. Les notes obtenues en première et en terminale, notamment en mathématiques et physique-chimie, ainsi que dans les spécialités choisies, sont déterminantes pour le classement des candidats. Un bon dossier permet non seulement de se qualifier pour l'épreuve écrite mais peut également exempter les meilleurs d'une participation obligatoire à cette dernière, soulignant ainsi l'importance de la constance dans les résultats académiques tout au long du parcours scolaire.

8.2 Préparer les épreuves écrites

Les candidats doivent se préparer pour les épreuves écrites en participant à des journées de préparation et en consultant les sujets des années précédentes.

La note finale intègre les résultats du dossier scolaire et des épreuves écrites. Les réponses d'admission seront disponibles sur Parcoursup fin mai. Pour Geipi Polytech, les résultats des épreuves sont généralement disponibles environ deux à trois semaines après la date de passation du concours. Les candidats peuvent les consulter en se connectant à leur es-

pace personnel sur le site officiel du concours Geipi Polytech. Les notes détaillées pour chaque épreuve, y compris les épreuves de mathématiques, physique-chimie, SVT, NSI et sciences de l'ingénieur, sont alors accessibles. En plus des résultats individuels, les candidats peuvent également voir leur classement global parmi tous les participants. Pour que leur utilisation soit la plus efficace possible, nous vous recommandons de vous entraîner dans les conditions « réelles » prévues le jour des épreuves (respect des consignes, du temps imparti, etc.).

8.3 Prendre connaissance des écoles et de leurs débouchés

Les écoles du concours Geipi Polytech offrent une formation scientifique de haut niveau, enrichie par l'expertise d'intervenants issus de l'industrie ou du secteur tertiaire, des opportunités de stages en entreprise, des collaborations avec la recherche, des infrastructures modernes, et une ouverture internationale. Elles proposent également des enseignements en langues, management et communication.

Toutes ces écoles, au nombre de 35, sont publiques et délivrent un diplôme d'État accrédité par la Commission des titres d'ingénieur.

Intégrer une école du concours Geipi Polytech offre également la possibilité de changer d'établissement à la fin de la première ou de la deuxième année du cycle préparatoire, en fonction du projet professionnel de l'étudiant.

École	Spécialités	Débouchés
EEIGM Nancy – Groupe INP	Matériaux pour l'énergie, matériaux pour la santé, matériaux pour les mobilités	Secteurs variés : énergie, environnement, automobile, aéronautique, santé, nanotechnologies
ENIB Brest - École Nationale d'Ingénieurs de Brest	Électronique, informatique, mécatronique, développement durable, engagement sociétal	Électronique, informatique, mécatronique, recherche, développement, production
ENIM Metz	Génie mécanique, génie des matériaux, génie industriel	Secteurs industriels variés : automobile, génie civil, autres secteurs industriels
ENISE Saint-Étienne	Génie civil, génie mécanique, génie sensoriel	Bâtiment, travaux publics, ingénierie des matériaux, mécatronique
ENIT Tarbes - École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes	Génie mécanique, génie industriel, bâtiment et travaux publics, systèmes intégrés, génie des matériaux	Aéronautique, automobile, BTP, énergie, recherche, production, management
ENSGSI Nancy – Groupe INP	Génie des systèmes, innovation, management de l'innovation, organisation industrielle, aide à la décision	Nouveaux processus de production, développement de produits, logistique
ENSIBS Lorient-Vannes	Informatique, cybersécurité, cyberdéfense, mécatronique, génie industriel 4.0, génie civil 4.0, énergies, hydrogène	Cybersécurité, mécatronique, génie industriel, génie civil, énergies renouvelables
ENSIM Le Mans	Acoustique, instrumentation, micro-technologies, informatique, systèmes temps réel, interaction personnes-systèmes	Aéronautique, automobile, télécommunications, technologies de l'information

ESGT Le Mans	Géomètres, topographes, géomatique, imagerie 3D, urbanisme, aménagement, expertise foncière et immobilière	Collectivités territoriales, entreprises publiques et privées du BTP, bureaux d'études et d'aménagement
ESIR Rennes	Informatique, matériaux, systèmes numériques et réseaux, technologies de l'information pour la santé	Informatique, matériaux, systèmes numériques et réseaux, technologies de l'information pour la santé
ESIROI La Réunion	Agroalimentaire, bâtiment durable, énergies renouvelables, informatique (télécommunications avancées)	Agroalimentaire, bâtiment durable, énergies renouvelables, informatique avancée
Grenoble INP – Esisar Valence	Cybersécurité, systèmes embarqués, électronique de mesure et communication, contrôle-commande, informatique avancée	Cybersécurité, systèmes embarqués, architecture de systèmes d'information, chef de projet
ISAT Nevers	Automobile, transports, mécanique, matériaux, énergétique, systèmes embarqués	Automobile, transports, recherche et développement, conception, qualité des produits et procédés
ISEL Le Havre	Logistique, mécanique, production, économie, développement durable	Gestion de projets logistiques, développement de solutions innovantes, secteur industriel et services
ISTY Mantes-Vélizy	Informatique, mécatronique, systèmes électroniques embarqués, systèmes numériques industriels	Informatique, mécatronique, systèmes électroniques embarqués, systèmes numériques industriels
Institut Agro Dijon	Alimentation, agronomie, production végétale et animale, transformation alimentaire	Transformation alimentaire, production végétale et animale, innovations agricoles
Polytech Angers	Systèmes automatisés, génie informatique, bâtiment, santé, qualité, fiabilité, innovation	Industrie, services, santé, bâtiment, systèmes automatisés, génie biologique et santé
Polytech Annecy-Chambéry	Bâtiment durable, écologie industrielle et territoriale, informatique, mécanique, matériaux composites, systèmes numériques	Bâtiment durable, écologie industrielle, informatique, mécanique, matériaux composites, systèmes numériques
Polytech Clermont	Génie biologique, génie civil, génie électrique, ingénierie mathématique et data science, génie physique, systèmes de production	Biologie, génie civil, électricité, data science, physique, systèmes de production
Polytech Dijon (ex-ESIREM)	Matériaux, informatique, électronique, robotique	Matériaux, informatique, électronique, robotique
Polytech Grenoble	Génie civil, informatique, matériaux, gestion des risques, santé, électronique	Génie civil, électronique embarquée, matériaux innovants, gestion des risques industriels
Polytech Lille	Génie biologique, matériaux, mécanique, informatique, systèmes embarqués	Ingénierie alimentaire, mécanique, informatique, systèmes embarqués, génie civil
Polytech Lyon	Génie biomédical, mécanique, matériaux, informatique, systèmes industriels	Génie biomédical, systèmes industriels, informatique avancée, recherche en matériaux, mécanique de précision

Polytech Marseille	Génie biologique, génie biomédical, génie civil, génie industriel, matériaux, informatique, énergétique, électronique, télécommunications, systèmes numériques	Ingénierie biomédicale, développement durable, gestion de projets industriels, systèmes numériques avancés
Polytech Montpellier	Informatique, matériaux, mécanique, électronique, biologie, agroalimentaire, technologies de l'eau, génie civil	Informatique, gestion des matériaux, mécanique industrielle, électronique embarquée, biologie, génie civil
Polytech Nancy	Énergie, mécanique, matériaux, environnement, management, maintenance, risques, informatique, automatique, robotique, réseaux	Chef de projet, recherche et développement, qualité, génie civil, informatique, automatisation
Polytech Nantes	Électronique, informatique, données et intelligence artificielle, matériaux, thermique énergétique mécanique, génie civil, génie des procédés, énergie électrique, télécommunications	Divers secteurs avec spécialisations variées, ingénierie de pointe et gestion de projets
Polytech Nice Sophia	Bâtiments durables, électronique embarquée, génie de l'eau, informatique, mathématiques appliquées, robotique	Bâtiments durables, électronique embarquée, génie de l'eau, informatique, mathématiques appliquées, robotique
Polytech Orléans	Génie civil, géo-environnement, physique et systèmes embarqués, technologies pour l'énergie, aérospatial et motorisation, cosmétique, pharmacie et agroalimentaire, management de la production, smart building.	Génie civil, systèmes embarqués, innovations en conception et matériaux, industrie cosmétique, pharmaceutique, agroalimentaire, smart building.
Polytech Paris-Saclay	Électronique, énergie, informatique, mécanique, matériaux, photonique, télécommunications	Électronique, énergie, informatique, mécanique, matériaux, photonique, télécommunications
Polytech Sorbonne	Énergétique, génie industriel, informatique, management, mathématiques, mécanique, physique, systèmes embarqués	Énergétique, génie industriel, informatique, management, mathématiques, mécanique, physique, systèmes embarqués
Polytech Tours	Bâtiments, énergétique, géotechnique, génie civil, mécatronique, photonique, réseaux et télécommunications, systèmes embarqués	Bâtiments, énergétique, génie civil, mécatronique, photonique, réseaux et télécommunications, systèmes embarqués
Polytech UPMC Paris	Biotechnologies, énergétique, informatique, matériaux, mécanique, photonique, systèmes embarqués, télécommunications	Biotechnologies, énergétique, informatique, matériaux, mécanique, photonique, systèmes embarqués, télécommunications
Polytech Lille - IMT	Architecture et génie civil, électronique et informatique, ingénierie mécanique et matériaux, sciences pour l'ingénieur	Architecture et génie civil, électronique et informatique, ingénierie mécanique et matériaux, sciences pour l'ingénieur
Université de Technologie de Belfort- Montbéliard (UTBM)	Bâtiment et énergie, bio-ingénierie, informatique et systèmes d'information, matériaux et mécanique, systèmes électriques et automatiques	Industrie, services, recherche, développement durable, management de l'innovation

9 Posture

Pour réussir le concours Geipi Polytech, un élève de terminale doit adopter une posture et développer des traits de personnalité spécifiques.

Tout d'abord, il est essentiel d'avoir une détermination inébranlable et un engagement continu. Ce concours est réputé pour sa rigueur et son niveau élevé, ce qui demande à l'élève de faire preuve d'une motivation intrinsèque et d'une vision claire de ses objectifs pour surmonter les défis rencontrés tout au long de sa préparation. La rigueur et la précision sont également des qualités cruciales. Une approche méthodique et précise est nécessaire non seulement pour résoudre les problèmes techniques et scientifiques complexes du concours, mais aussi pour structurer efficacement sa préparation. Cela permet à l'élève de maximiser son temps et ses efforts en se concentrant sur les domaines clés du programme.

Par ailleurs, l'élève doit cultiver un esprit aiguisé et une curiosité intellectuelle. Comprendre en profondeur les concepts scientifiques et techniques nécessite une capacité d'analyse développée et une soif naturelle de connaissances pour explorer de nouveaux domaines et approfondir ses compétences. La capacité à travailler en équipe est une compétence indispensable dans le domaine de l'ingénierie, et donc au concours Geipi Polytech. L'élève doit être capable de collaborer efficacement avec ses pairs, partager des idées et contribuer de manière constructive à des projets communs. Cette compétence montre non seulement sa capacité à interagir positivement dans un environnement collaboratif, mais aussi son aptitude à contribuer au succès collectif.

En outre, une communication claire et convaincante est essentielle. L'élève doit pouvoir expliquer des concepts complexes de manière précise tant à l'écrit qu'à l'oral. Cette compétence est cruciale non seulement pour le concours, mais aussi pour le métier d'ingénieur, où la communication efficace est indispensable pour collaborer avec des équipes multidisciplinaires et pour présenter des solutions techniques de manière convaincante. Face aux défis constants du concours et aux évolutions du domaine de l'ingénierie, l'élève doit également être flexible et capable de s'adapter rapidement aux nouvelles situations et exigences. Cette flexibilité lui permet de naviguer efficacement dans un environnement en constante évolution et de s'adapter aux différentes phases du concours.

Enfin, la résilience est une qualité fondamentale. L'élève doit être capable de rebondir après des échecs, apprendre de ses erreurs et utiliser ces expériences pour se renforcer et progresser. Cette capacité à gérer l'adversité et à se remettre en question est cruciale pour maintenir une motivation élevée et une croissance personnelle continue tout au long de sa préparation et au-delà.

10 Réussir le concours Geipi Polytech

10.1 Planifiez à l'avance

Pour réussir au mieux le concours Geipi Polytech, il est essentiel de commencer à planifier vos révisions bien à l'avance. Établissez un calendrier de révision réaliste en fonction du temps disponible avant le jour du concours. Divisez les sujets à étudier en petites sections afin de les rendre plus gérables et moins intimidants. Cela vous permettra de couvrir l'ensemble du programme de manière progressive et méthodique, sans vous sentir submergé par la quantité de matière à réviser. Assurez-vous de réserver des plages horaires régulières pour chaque matière, en vous concentrant sur les domaines dans lesquels vous

vous sentez le moins à l'aise. L'anticipation et la régularité dans vos révisions sont des clés essentielles pour une préparation efficace.

10.2 Comprenez le format du concours

Une des premières étapes de votre préparation consiste à vous familiariser avec le format du concours Geipi Polytech, notamment le type de questions posées. Consultez des annales ou des exemples de concours précédents pour bien comprendre la structure des épreuves, le style des questions, et les pièges à éviter. Connaître le format du concours vous permettra d'anticiper les attentes et de vous entraîner spécifiquement sur les compétences requises. Cela réduira également le stress le jour du concours, car vous saurez à quoi vous attendre. Prenez également le temps de bien comprendre le barème de notation afin de maximiser vos points en évitant les erreurs coûteuses.

10.3 Utilisez des ressources variées

Pour une révision complète et efficace, il est important d'utiliser une variété de ressources. Révisez à partir de manuels scolaires, suivez des cours en ligne, regardez des vidéos explicatives, et utilisez des applications éducatives interactives. Chacune de ces ressources offre des perspectives et des méthodes d'apprentissage différentes, ce qui peut renforcer votre compréhension des sujets abordés. Faites des fiches de révision résumant les points clés de chaque sujet, ce qui vous aidera à mémoriser les informations importantes et à réviser rapidement à l'approche du concours. Utiliser plusieurs types de ressources permet également de briser la monotonie des révisions et de maintenir votre intérêt et votre motivation élevés.

10.4 Pratiquez régulièrement

La pratique régulière est cruciale pour réussir au concours Geipi Polytech. Effectuez des exercices et des tests blancs pour vous habituer au format et au timing du concours. Plus vous vous entraînez, plus vous deviendrez à l'aise avec le type de questions posées et la gestion du temps. Corrigez systématiquement vos erreurs et prenez le temps de comprendre où vous avez des lacunes. Cela vous permettra de cibler vos révisions sur les points faibles et de les renforcer avant le jour du concours. L'entraînement régulier aide également à renforcer votre confiance en vos capacités et à réduire le stress lié à l'examen.

10.5 Rejoignez une structure privée telle que Les Cours du Parnasse

Travailler avec d'autres candidats dans un cadre structuré peut grandement bénéficier à votre préparation. Rejoindre une structure privée, comme Les Cours du Parnasse, vous permettra de bénéficier de l'encadrement de professeurs spécialistes du concours Geipi Polytech. Ces enseignants peuvent vous offrir des révisions intensives, des bilans clairs pour progresser et identifier les axes de progression importants pour vos révisions. De plus, échanger avec d'autres candidats peut vous aider à partager des idées, des techniques de révision, et des explications de concepts difficiles. L'esprit de groupe peut également vous motiver et vous soutenir moralement tout au long de votre préparation.

10.6 Prenez soin de vous

Une préparation efficace passe aussi par un bon équilibre de vie. Assurez-vous de dormir suffisamment, de bien manger et de faire de l'exercice pour maintenir votre énergie et votre concentration. Une alimentation saine et un sommeil régulier contribuent à une meilleure performance cognitive. Prenez des pauses régulières pour éviter la surcharge cognitive et rester productif. Les activités de détente comme le sport, la méditation ou simplement passer du temps avec des amis et la famille sont essentielles pour réduire le stress et maintenir un bon équilibre mental.

10.7 Utilisez des techniques de mémorisation

Pour améliorer votre rétention d'informations, utilisez des techniques de mémorisation efficaces. Les cartes mentales sont un excellent moyen de visualiser les connexions entre les concepts et de structurer l'information de manière logique. Les mnémoniques peuvent vous aider à mémoriser des listes ou des informations complexes en les associant à des images, des phrases ou des acronymes faciles à retenir. Les résumés et les fiches de révision peuvent également vous aider à condenser l'information et à la réviser plus rapidement. Expérimentez différentes techniques pour trouver celles qui fonctionnent le mieux pour vous.

10.8 Simulez les conditions du concours

Pour vous habituer au stress et à la pression du concours, créez un environnement semblable à celui du jour J lors de vos sessions de révision. Respectez le temps imparti pour chaque section et évitez toute distraction. Simuler les conditions réelles du concours vous permettra de tester votre capacité à gérer votre temps et votre stress, et d'ajuster vos stratégies en conséquence. Cela vous aidera également à identifier les éventuels problèmes de gestion du temps ou de compréhension des instructions, que vous pourrez corriger avant le jour du concours.

10.9 Soyez positif et restez motivé

Enfin, il est crucial de garder une attitude positive et de croire en vos capacités tout au long de votre préparation. Fixez-vous des objectifs réalistes et atteignables, et célébrez vos progrès pour rester motivé. Entourez-vous de personnes positives qui vous soutiendront et vous encourageront. N'oubliez pas que la confiance en soi est un facteur clé de succès. Si vous avez préparé consciencieusement et que vous avez confiance en vos compétences, vous serez mieux à même de rester calme et concentré le jour du concours.

PARTIE 2

MATHS

QCM ET SPÉCIALITÉ

MÉTHODE ET STRATÉGIE

1 Pour réussir le QCM de maths

En 2022, le concours Geipi Polytech a changé de format et depuis la calculatrice n'est plus autorisée.

La durée de l'épreuve de mathématiques est de trois heures et les réponses sont à donner dans une grille sur laquelle il est indispensable de s'entraîner afin de ne pas avoir de surprise le jour de l'épreuve.

1.1 Le QCM obligatoire

Cette partie s'adresse à **tous les candidats** ayant ou non la spécialité mathématiques. Le contenu sera donc issu du tronc commun enseigné en première, en terminale en mathématiques obligatoire et spécialité.

1. **La structure** : en 2023, 40 points avec 33 questions réparties en 9 exercices ; en 2024, 40 points avec 29 questions réparties en 7 exercices.
2. **La notation** : les questions sont regroupées en exercices. En 2024, les 7 exercices contenaient respectivement 6, 5, 3, 3, 2, 4 et 5 questions. Pour chaque exercice, on comptera le nombre de bonnes réponses, sachant **qu'une réponse fausse apporte des points négatifs** et qu'aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse. Les exercices sont tous indépendants. À la suite de ce comptage, une note sera affectée à l'exercice.
3. **Le principe** : il ne faut répondre qu'aux questions maîtrisées dans chacun des exercices, quitte à laisser une ou deux questions sans réponse.
4. **Le contenu** : les thématiques abordées sont les suites, fonctions, probabilités et géométrie dans le plan, avec sur les deux dernières années une répartition respective d'environ 18 %, 47 %, 21 % et 14 %.
5. **Le minutage** : le temps qui est disponible pour répondre à une question et pour indiquer la réponse sur la grille est d'environ 2 minutes.
6. **Le format** : les questions sont, comme indiqué précédemment, regroupées en exercices, ce qui permet de les classer en thématiques. L'avantage de cette structure réside dans le fait que l'on peut facilement décider des exercices à traiter en priorité, compte tenu des appétences sur les contenus.

1.2 La méthodologie

On classera, après une rapide lecture de **tout le QCM**, les questions par ordre de préférence. On commencera par traiter les exercices dont les contenus sont maîtrisés, les questions sont très proches du cours et les réponses aux premières questions facilement accessibles. La lecture doit être précise, aucune rédaction n'est demandée dans cette partie ni aucune justification, il s'agit donc de **cocher la bonne case** dans le formulaire de réponse.

Lorsqu'il est nécessaire de faire quelques calculs, par exemple pour déterminer la fonction dérivée, on sera minimaliste dans la production typographique, nul besoin d'écrire « $f'(x) =$ ». Une fois toutes les questions maîtrisées traitées, on essaiera de répondre dans chaque exercice restant (s'il en reste) aux questions qui ont été laissées de côté en pre-

mière lecture. On veillera à bien surveiller le temps pour ne pas dépasser une heure. Il sera toujours possible d'y revenir ponctuellement en fin d'épreuve.

À noter que chaque minute gagnée pour une réponse rapide (conséquence d'un cours bien maîtrisé) permet de stocker du temps pour effectuer par la suite des calculs plus longs.

Parlons maintenant de **la stratégie** de lecture thème par thème lors du QCM.

1.3 Comment se préparer à cette épreuve

1. **Réviser les fondamentaux** : assurez-vous de maîtriser le programme de mathématiques de terminale, en particulier les notions les plus souvent abordées dans le concours (calculs numériques, fonctions, dérivées, intégrales, probabilités, géométrie). Pour les chapitres essentiels du programme, téléchargez ou écrivez des fiches de révision avec la liste des formules classiques et des théorèmes fondamentaux. Il faudra apprendre ces fiches par cœur pour le concours. Une grande partie des questions présentes au concours Geipi sont directement des questions de cours.

2. **Ce que je dois apprendre par cœur en plus du cours de terminale** : l'absence de calculatrice oblige à des connaissances indispensables si on ne veut pas passer son temps le jour du concours à faire des multiplications inutiles. On apprendra par cœur les carrés jusqu'à 10 ainsi que les cubes. On connaîtra les puissances de 2 jusqu'à 10, la valeur approchée de racine de 2 et de racine de 3, de e , de $\ln 2$ et enfin de $\ln 3$.

Pour quoi faire? Pour les reconnaître! En effet, celui qui sait que $512 = 2^9$ et que $16 = 2^4$ peut facilement simplifier $\sqrt{512}$ et dire que c'est égal à $16\sqrt{2}$, tout comme ceux qui savent que $16^2 = 256$. Parfois, un petit schéma est préférable à de longs calculs, il ne faut donc pas hésiter.

3. **Apprendre à lire efficacement les questions** : observez bien les mots clés dans les problématiques afin de mettre rapidement en place une méthodologie de résolution.

Les **fonctions** représentent le thème principal et environ la moitié des questions, avec toutes les méthodes et connaissances qui gravitent autour. L'objectif est de tester vos connaissances. Le premier exercice du sujet 2024 en est un parfait exemple : il reprend dans l'ordre les connaissances sur les puissances, puis sur les racines carrées, les propriétés algébriques de la fonction $\ln$, puis celles de la fonction exponentielle, la mise au même dénominateur et enfin la factorisation. En un exercice, les principales techniques sont abordées.

1.4 Comment procéder pour se préparer?

Il faut apprendre à recueillir les informations et pour cela, il **faut lire** les questions avec une grande précision.

Voici une liste des points sur lesquels il faut être très attentif :

1. **Les ensembles de définition**

Commençons par un exemple : « Pour tout réel x , $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = x + 1$. » Est-ce une proposition juste ou fausse?

Avant même de remarquer que $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$, il faut remarquer : « Pour tout réel x ».

Cette assertion rend nécessairement cette proposition fausse car il faut dans le contexte que x soit différent de -1 .

Ainsi, pour que la proposition soit vraie, il faudrait écrire : « Pour tout réel x différent de -1 , $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = x + 1$. »

Pour reprendre le sujet 2024 exercice 1, question E :

« Pour tout nombre réel x différent de -2 et de 2 , $\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{8}{x^2-4} = \frac{1}{x-2}$. »

L'assertion « Pour tout nombre réel x différent de -2 et de 2 » nous oblige à faire le calcul car il correspond à l'ensemble de définition.

Si l'énoncé avait été : « Pour tout nombre réel x différent de 2 , $\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{8}{x^2-4} = \frac{1}{x-2}$ », la réponse aurait été immédiatement fausse, nul besoin d'effectuer des calculs.

Cette précision de lecture se retrouve également dans les ensembles de dérivabilité.

2. Les dérivées fonctions composées

Il s'agit de bien faire la différence entre $f(x)$ et $f(g(x))$, c'est-à-dire entre une fonction et la composée de cette fonction avec une autre fonction.

La dérivée de e^x est e^x mais la dérivée de e^u est $u' e^u$.

Prenons pour exemple la question A de l'exercice 2 de 2024 : « La fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = e^{1/x}$ admet pour dérivée $f'(x) = e^{1/x}$. » Cette proposition est fausse **immédiatement**, puisqu'il s'agit là d'une composée et que la bonne réponse serait

$$f'(x) = \frac{-1}{x^2} e^{1/x}.$$

On gagnera du temps aussi à se souvenir que la dérivée d'une fonction paire est impaire et réciproquement.

3. Les limites

Le plus important dans cette thématique est d'être attentif à la valeur pour laquelle la limite est demandée.

Il faut connaître les formes indéterminées classiques par cœur ; je vous renvoie aux formulaires classiques et en rajoutant quelques bonus faciles à mémoriser et très utiles :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ x > 0}} \frac{e^{ax} - 1}{bx} = \frac{a}{b} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln ax - \ln a}{x - 1} = 1$$

Ainsi, on ne confondra pas $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln x}{x} = -\infty$ avec $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$.

On fera également attention aux limites à gauche et à droite, par exemple $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$ n'existe pas tant qu'il n'est pas précisé si $x < 1$ ou $x > 1$.

4. La convexité

Une notion qui devient très fréquente ; elle est abordable à la fois par le sens de variation de la dérivée (si la dérivée est croissante, f est convexe et si la dérivée est décroissante, f est concave) mais également par le signe de la dérivée seconde. Il faut donc rester très attentif dans la lecture de la question. On connaîtra par cœur les convexités des fonctions classiques, pour rappel : la fonction logarithme népérien et logarithme décimal, la fonction racine carrée et la fonction inverse sont concaves ; la fonction exponentielle et la fonction carrée sont convexes.

En ce qui concerne le point d'inflexion, il faut faire attention au fait que la dérivée seconde doit s'annuler **et** changer de signe.

5. Les primitives

Il est conseillé quand c'est possible de vérifier les primitives en dérivant F , en ayant pris soin de vérifier que F est dérivable.

On connaîtra par cœur une primitive de $\ln x$ qui est $x \ln x - x$.

6. Les équations de tangentes

La question se pose fréquemment, il faut toujours vérifier, si possible, avant de se lancer dans les calculs la cohérence entre la pente proposée dans l'énoncé et le sens de variation de la fonction.

Par exemple, la fonction $\ln$ qui est strictement croissante sur son ensemble de définition ne peut pas avoir en 3 une tangente de la forme $y = -x/3 + \ln 2$ (le coefficient de la tangente étant négatif, il s'agit d'une tangente relative à une fonction décroissante).

7. Le signe de la fonction

La question est maintenant fréquente car il y a de plus en plus de confusion entre signe de la fonction et sens de variation. Ces deux notions sont différentes. Le signe de la fonction nous indique la position de la courbe représentative de la fonction par rapport à l'axe des abscisses et répondre à cette question revient à résoudre une inéquation. Alors que le sens de variation nous parle de la croissance ou de la décroissance de la fonction qu'un calcul de dérivée va nous permettre de résoudre, là encore par une inéquation.

Par exemple, la fonction $\ln$ est strictement croissante pour tout réel strictement positif, elle sera strictement négative sur $]0; 1[$.

8. Les probabilités

Les thématiques sont dans cette partie : les probabilités conditionnelles et la loi binomiale.

On veillera à ne pas confondre événements indépendants et événements incompatibles. Si A et B sont des événements incompatibles, $p(A \cap B) = 0$; s'ils sont indépendants, $p(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

On connaîtra par cœur l'espérance et la variance d'une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale $B(n; p)$: $E(X) = n \times p$ et $V(X) = n \times p \times (1 - p)$.

9. Les suites

Les questions sur les suites amènent souvent à des confusions, il est donc impératif de lire les énoncés avec une extrême précision. Pourquoi cette difficulté? Simplement parce que les informations essentielles se nichent aussi bien dans l'intitulé que dans la question. Il faut donc avoir les yeux partout. Dans un même temps, avant d'imaginer que la réponse est juste, il faut penser à l'existence d'un contre-exemple. Si par exemple on considère l'intitulé de l'exercice 4 de 2024, on lit :

« Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite telle que $u_n \neq 0$ pour tout entier naturel n . Pour tout entier naturel n , on définit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $v_n = -2/u_n$ »

10. La géométrie

Pour les questions de géométrie, elles portent sur les connaissances de géométrie analytique dans le plan.

Il faut savoir déterminer la distance entre deux points, déterminer l'équation d'une médiatrice, l'équation d'une droite qui passe par deux points distincts $A(x_a; y_a)$ et $B(x_b; y_b)$, qu'il est peut-être utile de rappeler ici dans sa version rapide :

$$y = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b}(x - x_a) + y_a.$$

Il est aussi important de connaître la notion de produit scalaire dans sa version analytique.

On connaîtra également l'équation du cercle de centre $A(xa; ya)$ et de rayon r qu'il est peut-être aussi utile de rappeler : $(x - xa)^2 + (y - ya)^2 = r^2$.
Ces questions sont calculatoires mais très abordables.

1.5 Les trois questions de l'exercice

Les trois questions de cet exercice porteront sur la majoration, le sens de variation et la convergence.

1. **Que lit-on à partir des informations de l'énoncé?**

La suite u ne s'annule jamais.

Les termes de la suite v vont être alternativement positifs, puis négatifs.

Si la suite u tend vers 0, alors la suite v tend vers l'infini.

2. **Que lit-on dans la formulation des questions?**

Les questions B « Si $(u_n)n \in \mathbb{N}$ est croissante, alors $(v_n)n \in \mathbb{N}$ est décroissante » et C « Si $(u_n)n \in \mathbb{N}$ converge, alors $(v_n)n \in \mathbb{N}$ converge » prennent leurs réponses directement dans l'énoncé indépendamment de la condition donnée à la suite u .

La question veut faire croire qu'il y a une importance donnée au sens de variation de u pour étudier celui de v ...

Voilà pourquoi il faut lire avec beaucoup de finesse les énoncés sur les suites.

On connaîtra donc les théorèmes de convergence, de majoration, de minoration, le théorème d'encadrement et les limites classiques.

On se souviendra des formules relatives aux suites arithmétiques et géométriques.

1.6 Conclusion

Commencer par le QCM semble être une option intéressante pour deux raisons :

1. Il est obligatoire.
2. Il permet à ceux qui vont par la suite choisir de faire un autre exercice de mathématiques de chauffer la machine.

2 Pour réussir le concours en spécialité maths

Nous allons parler maintenant de la partie spécialité, il y a deux exercices de mathématiques qui sont proposés, ce qui laisse au candidat la possibilité de faire trois heures de mathématiques!

Tous les conseils pratiques pour se préparer au QCM demeurent, il nous reste donc à parler maintenant du côté spécifiquement spécialité.

Ces deux exercices sont thématiques et portent sur les suites, la géométrie dans l'espace, les études de fonctions, les équations différentielles et les probabilités.

Ces exercices n'ont pas comme objectif de piéger les candidats, ils sont là pour mettre en évidence les connaissances classiques et les déroulés logiques des exercices types.

Comment procéder pour y faire face?

Comme indiqué ci-dessus, il faudra faire preuve de régularité dans la préparation.

On fera comme dans une valse à trois temps.

2.1 Apprendre à lire

Pour être efficace, il faudra lire l'énoncé dans sa totalité en dégagant les liens entre les questions afin de repérer les réponses qui se cachent dans les questions précédentes.

La rédaction est minimaliste et favorise donc celles et ceux qui auront la capacité de faire preuve d'une forte compréhension dans la lecture du sujet.

Être capable de lire le lien entre chaque question, entrevoir le théorème qu'il faut utiliser, anticiper la réponse avant même le commencement des calculs, c'est cela lire.

Cette force que donne la capacité de lecture favorise la confiance, la précision, la réflexion. La question qui se pose alors est la suivante : comment acquérir une capacité de lecture affûtée et précise, cohérente et juste ?

Cette capacité de lecture n'est possible que grâce au deuxième temps.

2.2 La connaissance des enchaînements dans les exercices types

Il ne faut pas cacher les choses et tous les exercices de ce concours sont des exercices types répondant à une structure basée sur les enchaînements classiques des cours de terminale spécialité mathématiques.

L'objectif est d'établir des fiches regroupant les méthodes de résolution des questions qui sont posées de façon classique.

La mise en place de ces fiches aura aussi une forte utilité le jour du baccalauréat. Effectivement, on a pu observer en 2024 une augmentation des niveaux des questionnements qui se rapprochent maintenant de ceux des exercices du concours Geipi.

Voici donc un listing des problématiques les plus classiques et les enchaînements qui en découlent. Ceci va vous permettre de constituer la structure des fiches que vous allez rédiger.

Ces fiches pourront prendre soit la forme d'une suite logique d'informations, soit d'un exercice que vous aurez commenté faisant référence au cours lui-même.

2.2.1 La boîte à outils de première

- Le second degré avec les techniques des racines évidentes ($a + b + c = 0$, 1 est racine et l'autre c/a) ($a - b + c = 0$, -1 est racine et l'autre $-c/a$). Le signe du trinôme (du signe de « a », si delta est négatif ; du signe de « a » à l'extérieur des racines, si delta est strictement positif), somme et produit des racines ($-b/a$ et c/a).
- Les formules de dérivées usuelles, équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction en un point.
- Le produit scalaire dans le plan : les six définitions selon les informations contenues dans les sujets (distance et angle, projeté, coordonnées, vecteurs et somme, vecteurs et différence, somme et différence). Les théorèmes de la médiane, la formule de Héron et enfin la distance d'un point à une droite. On saura lire une équation de cercle et réciproquement on sera capable de déterminer une équation de cercle en partant de la connaissance du diamètre, ou du centre et du rayon.
- La trigonométrie : les formules des sommes des angles remarquables $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ et $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.
- Le sens de variation des fonctions trigonométriques.
- La fonction cosinus est paire et la fonction sinus impaire.

- Les suites arithmétiques : $u_n = u_p + (n - p)r$; elles ne convergent que si la raison est nulle. Somme des termes : (moyenne des extrémités $\times$ nombre de termes).
- Les suites géométriques : $u_n = u_p \times q^{(n-p)}$; elles ne convergent que si $-1 < q < 1$ et pour $q = 1$, elles sont constantes. Somme des termes : ((premier – suivant du dernier) / (1 – raison)).

2.2.2 Les suites arithmético-géométriques

On les retrouve en 2023 et en 2024.

On sait que la forme générale est : $u_{n+1} = a u_n + b$.

Si $-1 < a < 1$, cette suite aura une limite $b/(1-a)$.

La suite auxiliaire v définie par $v_n = u_n - (b/(1-a))$ sera géométrique de raison a .

Ces quelques connaissances suffisent à survoler tout le sujet en confiance et en efficacité.

Et ce très rapidement !

2.2.3 La géométrie dans l'espace en 2024

Pour ce thème, on aura listé les méthodes pour répondre aux questions suivantes : milieu, norme, orthogonalité, équation de plan à partir d'un vecteur normal, à partir de trois points non alignés, équation de sphère, équation paramétrique de droites, distance d'un point à une droite, plan médiateur, ainsi que les formules des volumes classiques.

2.2.4 Les équations différentielles en 2024

Voici le procédé :

- On détermine une solution particulière notée P .
- On détermine les solutions de l'équation homogène notée H .
- On additionne les deux solutions pour obtenir les solutions générales $G = H + P$.
- On détermine s'il y a lieu la solution répondant aux conditions initiales données.

2.2.5 Les probabilités

- Les variables aléatoires et les probabilités conditionnelles : th des probabilités totales.
- La loi binomiale, $B(n; p)$ avec $E(X) = np$ et $V(X) = np(1-p)$.
- La somme de variables aléatoires, espérance et variance.

2.2.6 Les études de fonctions

- La fonction exponentielle, ses formes indéterminées classiques, formules algébriques.
- La fonction logarithme népérien, ses formes indéterminées classiques, formules algébriques.
- Le théorème des valeurs intermédiaires et son corollaire.
- Le calcul intégral avec les intégrations par partie, où la règle dit que l'on dérivera les logarithmes et intégrera les exponentielles.
- Dernier conseil : n'hésitez pas à écrire sur l'énoncé en mettant des flèches qui relient les questions entre elles.

Pour conclure ce second temps :

- Le jour du concours, ces fiches seront l'ossature qui structurera la lecture de l'énoncé.
- On restera vigilant car tous les sujets ne sont pas de la même longueur et ne rapportent donc pas le même nombre de points.
- Il faudra rester attentif au temps qui passe (toujours trop vite).

2.3 Le masque de saisie

Pas de copie à ce concours mais une fiche à trous à retrouver sur le site du concours.

Il est indispensable de se familiariser avec le format de réponse qui est un masque de saisie.

Les emplacements dédiés indiquent la forme que doit prendre votre réponse, faut-il ou non justifier la réponse.

Lors de vos entraînements, il faut prendre cette habitude qui peut surprendre au départ, c'est pour cela qu'il ne faudra jamais séparer de votre préparation le remplissage de la grille!

2.4 Conclusion

Le jour du concours :

- En trois temps, vous aurez préparé.
- En deux temps, vous composerez!

En effet, le jour du concours, vous lirez l'énoncé en entier et dès la fin de la lecture, vous complèterez la fiche de réponse en effectuant peut-être quelques calculs au brouillon.

FICHES DE COURS

Fiche 1 Calculs numériques

1.1 Calculs sur les puissances

- Puissance entière négative : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ et puissance nulle : $a^0 = 1$.

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0,001 \quad , \quad 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = 0,04 \quad , \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 16$$

- Règles sur les puissances : soit a, b deux réels et p, q deux entiers relatifs.

$$a^p \times a^q = a^{p+q} \quad , \quad \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q} \quad , \quad (a^p)^q = a^{pq} \quad , \quad (ab)^p = a^p \times b^p \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$\frac{5^6 \times 5^3}{5^7} = 5^2 = 25 \quad , \quad 18^3 = (2 \times 3^2)^3 = 2^3 \times 3^6 = 8 \times 729 = 5\,832$$

Connaître les puissances de 2 :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024

Identités remarquables au carré et au cube :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad : \quad (3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad : \quad (2x-5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad : \quad (x+4)^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad : \quad (2x-1)^3 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$$

1.2 Racines carrées



À retenir

Définition : pour tout $a \geq 0$, on a $(\sqrt{a})^2 = a$ et pour tout $a \in \mathbb{R}$, $\sqrt{a^2} = |a|$.

Des approximations à connaître :

$$\sqrt{2} \approx 1,414 \quad , \quad \sqrt{3} \approx 1,732 \quad , \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \quad , \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,577$$

Simplification : décomposer le radicande avec le plus grand carré.

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} \quad , \quad \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3} \quad , \quad \sqrt{150} = \sqrt{25 \times 6} = 5\sqrt{6}$$

Rendre rationnel un dénominateur. Si le dénominateur est composé :

- d'un radical, on multiplie numérateur et dénominateur par ce radical :

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \quad , \quad \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

- d'un entier et d'un radical ou de deux radicaux, on multiplie numérateur et dénominateur par la quantité conjuguée :

$$\frac{3}{2+\sqrt{3}} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{4-3} = 6-3\sqrt{3}$$

1.3 Fonctions logarithme népérien et exponentielle

Retenir les valeurs :

$\ln 1$	$\ln 2$	$\ln e$	$\ln 3$	$\ln 5$	$\ln 10$
0	$\approx 0,69$	1	$\approx 1,10$	$\approx 1,61$	$\approx 2,30$

e	e^{-1}	e^2
$\approx 2,718$	$\approx 0,37$	$\approx 7,39$



À retenir

La fonction $\ln$ transforme les produits en somme (relation fonctionnelle). On en déduit pour tout a, b réels positifs et pour tout entier relatif n :

$$\ln ab = \ln a + \ln b, \quad \ln a^n = n \ln a, \quad \ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$$

$$\ln \frac{1}{b} = -\ln b, \quad \ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\ln 50 = \ln(2 \times 5^2) = \ln 2 + 2 \ln 5 \quad \text{et} \quad \ln \sqrt{12} = \frac{1}{2} \ln(2^2 \times 3) = \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 3$$

La fonction $\exp$ transforme une somme en produit (relation fonctionnelle). On en déduit pour tout a, b réels positifs et pour tout entier relatif n :

$$e^{a+b} = e^a \times e^b, \quad e^{na} = (e^a)^n, \quad e^{-a} = \frac{1}{e^a}, \quad e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$e^{2(x-1)} = e^{2x} \times e^{-2} = (e^x)^2 \times \frac{1}{e^2}$$

La fonction $\ln$ est la fonction réciproque de la fonction $\exp$ et réciproquement :

$$\forall a \in \mathbb{R}, \ln e^a = a \quad \text{et} \quad \forall a \in \mathbb{R}_+^*, e^{\ln a} = a$$

$$e^{4 \ln 2} = e^{\ln 2^4} = 2^4 = 16 \quad \text{et} \quad \ln(\sqrt{e^4}) = \frac{1}{2} \ln e^4 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

Fiche 2 Suite et somme de termes

2.1 Calcul des termes d'une suite

- Suite définie par une forme explicite : $u_n = f(n)$

$$u_n = \frac{3^{2n} - 1}{8(n+1)} \text{ on a alors } u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{10}{3} \text{ et } u_{n+1} = \frac{3^{2n+2} - 1}{8(n+2)}$$

- Suite définie par une relation de récurrence : u_0 et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2 \end{cases} \text{ d'où } \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline n & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline u_n & 4 & 10 & 28 & 82 \\ \hline \end{array}$$

- Suite définie par une relation de récurrence : u_0 et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n, n)$

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 2n^2 - n \end{cases} \text{ d'où } \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline n & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline u_n & 4 & 9 & 24 & 63 \\ \hline \end{array}$$



Attention !

Pour calculer u_1 , il faut prendre $n = 0$ dans la relation de récurrence.

- Suite arithmétique de premier terme u_0 ou u_p et de raison r :

$$\begin{cases} u_n = u_0 + nr \\ u_n = u_p + (n-p)r \end{cases} \text{ et } r \text{ connaissant deux termes } u_p \text{ et } u_q : r = \frac{u_q - u_p}{q - p}$$

$$u_2 = 5 \text{ et } u_7 = 20 \text{ alors } r = \frac{20 - 5}{5} = 3 \text{ et } u_{10} = u_2 + 8r = 29$$

- Suite géométrique de premier terme u_0 ou u_p et de raison q :

$$\begin{cases} u_n = u_0 q^n \\ u_n = u_p q^{n-p} \end{cases} \text{ et } q \text{ connaissant deux termes } u_p \text{ et } u_r : q = \sqrt[r-p]{\frac{u_r}{u_p}}$$

$$u_2 = 80 \text{ et } u_5 = 5\,120 \text{ alors } q = \sqrt[3]{\frac{5\,120}{80}} = \sqrt[3]{64} = 4 \text{ et } u_4 = u_2 q^2 = 1\,280$$

- Suite arithmético-géométrique : u_0 et $u_{n+1} = a u_n + b$ avec $a \neq 1$

$$u_n = k a^n + \frac{b}{1-a} \text{ on détermine } k \text{ avec } u_0$$

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2 \end{cases} \Rightarrow u_n = k 3^n + \frac{-2}{1-3} = k 3^n + 1 \xrightarrow{u_0=2} \begin{cases} k+1 = 2 \\ u_n = 3^n + 1 \end{cases}$$

2.2 Étude d'une suite

Pour montrer que la suite (u_n) est :

- **arithmétique** de raison r , il faut montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = r$;
- **géométrique** de raison q , il faut montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = q u_n$;
- **croissante**, il faut montrer que :
 1. $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n \geq 0$,
 2. ou si les termes sont positifs, $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$;
- **décroissante**, il faut montrer que :
 1. $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n \leq 0$,
 2. ou si les termes sont positifs, $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$.

2.3 Somme des termes d'une suite

- Suite arithmétique (u_n) de raison r :

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n k &= 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \\ \sum_{k=0}^n u_k &= (n+1) \left(\frac{u_0 + u_n}{2} \right) \end{aligned} \right\} = \text{Nb de termes} \times \frac{\text{Somme des termes extrêmes}}{2}$$

$$S = 5 + 9 + 13 + 17 + 21 + \dots + 85 \stackrel{r=4}{=} \left(\frac{85-5}{4} + 1 \right) \left(\frac{5+85}{2} \right) = 21 \times 45 = 945$$

- Suite géométrique (u_n) de raison $q \neq 1$:

$$\sum_{k=0}^n u_k = u_0 \sum_{k=0}^n q^k = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = 1^{\text{er}} \text{ terme} \times \frac{1-q^{\text{Nb de termes}}}{1-q}$$

$$S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1\,024 = \sum_{k=0}^{10} 2^k = \frac{1-2^{11}}{1-2} = 2^{11} - 1 = 2\,047$$

- Somme des carrés et des cubes :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n k^2 &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ \sum_{k=1}^n k^3 &= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \end{aligned}$$

Fiche 3 Limites de suites et récurrence

3.1 Limite d'une suite

- **Convergence d'une suite**

Une suite (u_n) **converge** vers $\ell \in \mathbb{R}$ si et seulement si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$.

Une suite (u_n) **diverge** si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm\infty$ ou si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ n'existe pas.

La suite (u_n) définie par $u_n = \frac{2}{n+1} + 3$ converge vers 3.

La suite (v_n) définie par $u_n = 3n - 2$ diverge vers $+\infty$.

- **Opération sur les limites**

Pour une suite définie explicitement, on peut calculer sa limite par somme, produit et quotient, sauf dans l'un des quatre cas de formes indéterminées suivantes. Dans ces cas, on changera la forme ou on utilisera des limites de référence :

1. $+\infty - \infty$: mettre sous la forme d'un produit.
2. $0 \times \infty$: mettre sous la forme d'une somme.
3. $\frac{0}{0}$: factoriser, puis simplifier pour une fraction rationnelle.
4. $\frac{\infty}{\infty}$: factoriser par le terme prépondérant du numérateur et du dénominateur.
5. Lorsque la forme indéterminée contient des radicaux, multiplier par la quantité conjuguée.

- **Limite par encadrement et par comparaison**

Théorème des gendarmes

Si une suite (u_n) peut être encadrée par deux suites convergentes vers une même limite ℓ , alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$.

Théorème de comparaison

1. Si une suite (u_n) est minorée par une suite divergeant vers $+\infty$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.
2. Si une suite (u_n) est majorée par une suite divergeant vers $-\infty$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

- **Limite d'une suite géométrique**

On détermine la limite d'une suite géométrique de raison q par les limites suivantes :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ si $q > 1$
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$ si $-1 < q < 1$

3.2 Convergence des suites monotones

Dans le cas d'une suite définie par récurrence et monotone :

- Une suite **croissante et majorée** par M converge vers une limite $\ell \leq M$.
- Une suite **décroissante et minorée** par m converge vers une limite $\ell \geq m$.



Attention!

Ces théorèmes ne donnent pas la valeur de la limite.

3.3 Théorème du point fixe

Si une suite (u_n) définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ **converge** vers ℓ et si la fonction f est **continue** en ℓ , alors la limite ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$.

3.4 Axiome de récurrence : initialisation et hérédité

Les trois étapes de raisonnement par récurrence :

- **Initialisation** : on s'assure que la propriété à démontrer est vérifiée pour le rang initial n_0 . Dans le cas contraire, inutile d'aller plus loin, la propriété est fausse.
- **Hérédité** : on prouve que la propriété se transmet à l'ordre suivant. On suppose que la propriété est vraie à un ordre quelconque $n \geq n_0$, hypothèse de récurrence (HR), et l'on montre que la propriété est alors vraie à l'ordre suivant $(n+1)$.
- **Conclusion** : si la propriété est initialisée et héréditaire, alors la propriété est vraie pour tout $n \geq n_0$.

3.5 Inégalité de Bernoulli

Soit un réel $a > 0$, alors $\forall n \in \mathbb{N}, (1+a)^n \geq 1+na$.

Fiche 4 Factorisation et équations

4.1 Factorisation d'un polynôme

- Par un facteur commun : $ab + ac = a(b + c)$

$$(x+3)(3x+4) - 2x - 6 = (x+3)(3x+4) - 2(x+3) = (x+3)(3x+4-2) \\ = (x+3)(3x+2)$$

- Par une identité remarquable :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) ; \quad a^2 \pm ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$(2x+3)^2 - 16 = (2x+3-4)(2x+3+4) = (2x-1)(2x+7)$$

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$$

- Par décomposition partielle :

$$x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = x^2(x-2) - 9(x-2) = (x-2)(x^2-9) = (x-2)(x-3)(x+3)$$

- Par une racine évidente :

Si un polynôme s'annule en $x = a$, alors on peut factoriser le polynôme par $(x - a)$.

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + x - 4, \text{ 1 racine évidente d'où } P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c).$$

- On détermine les coefficients extrêmes $a = 1$ et $c = -4$.
- En considérant le terme en x^2 , on a : $b - a = 2 \Leftrightarrow b = a + 2 = 3$.
- donc $P(x) = (x-1)(x^2 + 3x + 4)$.
- Retenir la factorisation standard :

$$x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$$

4.2 Équations du second degré

Soit l'équation $ax^2 + bx + c = 0$:

- Si x_1 est une racine évidente, alors : $x_2 = \frac{P}{x_1}$ avec $P = \frac{c}{a}$

$$3x^2 + 7x + 4 = 0, \quad -1 \text{ racine évidente } P = \frac{4}{3} \text{ donc } x_2 = \frac{P}{-1} = -\frac{4}{3}$$

- Sinon, on calcule $\Delta = b^2 - 4ac$:

$$\text{si } \Delta > 0 \text{ deux solutions } x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$2x^2 - 4x - 7 = 0, \quad \Delta = 72 = (6\sqrt{2})^2 > 0 \text{ deux solutions } x = \frac{4 \pm 6\sqrt{2}}{4} = 1 \pm \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{si } \Delta = 0 \text{ une solution } x = -\frac{b}{2a} \text{ et si } \Delta < 0 \text{ pas de solution}$$

4.3 Équations avec les fonctions ln et exp

- Avec la fonction ln : $\ln x = a \Leftrightarrow x = e^a$

$$3\ln x + 5 = 3 \Leftrightarrow 3\ln x = -2 \Leftrightarrow \ln x = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow x = e^{-\frac{2}{3}}$$

- Avec le changement de variable $X = \ln x$:

$$\ln^2 x - 2\ln x - 3 = 0 \xrightarrow{X=\ln x} X^2 - 2X - 3 = 0 \Leftrightarrow X = -1 \text{ ou } X = 3$$

$$\xrightarrow{x=e^X} \Leftrightarrow x = e^{-1} \text{ ou } x = e^3$$

- Avec la fonction exp : $e^x = a, a > 0 \Leftrightarrow x = \ln a$

$$2e^x - 5 = 1 \Leftrightarrow e^x = 3 \Leftrightarrow x = \ln 3$$

- Avec le changement de variable $X = e^x, X > 0$:

$$e^{2x} - 2e^x - 3 = 0 \xrightarrow{X=e^x, X>0} X^2 - 2X - 3 = 0 \Leftrightarrow X = -1 \text{ (non retenu) ou } X = 3$$

$$\xrightarrow{x=\ln X} \Leftrightarrow x = \ln 3$$

4.4 Équations irrationnelles

On détermine l'ensemble de définition, puis on élève au carré :

- du type $\sqrt{A(x)} = \sqrt{B(x)}$: soit $\sqrt{4x-1} = \sqrt{3-x}$

$$\begin{cases} 4x-1 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow D_f = \left[\frac{1}{4}; 3\right] \quad \text{et} \quad 4x-1=3-x \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} \in D_f$$

- du type $\sqrt{A(x)} = B(x)$: soit $\sqrt{2x-6} = x-7$

$$x-7 \geq 0 \Leftrightarrow D_f = [7; +\infty[\quad \text{et} \quad 2x-6 = (x-7)^2 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 55 = 0$$

$$\Delta = 36 \text{ d'où } x_1 = \frac{16-6}{2} = 5 \notin D_f \text{ ou } x_2 = \frac{16+6}{2} = 11 \in D_f$$

Fiche 5 Inéquations et systèmes

5.1 Inéquation

- Signe du trinôme : $ax^2 + bx + c$

– Si $\Delta > 0$, du signe de a à l'extérieur des racines et de $(-a)$ à l'intérieur.

$$2x^2 - 3x + 1 \leq 0 \quad x_1=1, x_2=\frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow S = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$$

– Si $\Delta \leq 0$, du signe de a : $x^2 + x + 1 > 0 \quad \Delta = -3 \quad \Leftrightarrow S = \mathbb{R}$.

- Inéquation produit : $(x-4)(2x^2+5x+3) \geq 0$

On détermine les racines, puis on dresse un tableau de signes.

$$(x-4)(2x^2+5x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -1 \text{ ou } x = -\frac{3}{2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	-1	4	$+\infty$
$x-4$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$2x^2+5x+3$	$+$	0	$-$	0	$+$
$(x-4)(2x^2+5x+3)$	$-$	0	$+$	0	$-$

On conclut par l'ensemble solution : $S = \left[-\frac{3}{2}; -1\right] \cup [4; +\infty[$

- Inéquation quotient : même méthode que dans l'inéquation produit en intégrant l'ensemble de définition pour l'ensemble solution.

**Attention!**

Pas de produit en croix avec les inéquations : $\frac{4}{x+1} \leq 3 \Leftrightarrow \frac{-3x+1}{x+1} \leq 0$

- Inéquation avec les fonctions $\ln$ et $\exp$
Les fonctions $\ln$ et $\exp$ étant croissantes sur $]0; +\infty[$ et $\mathbb{R}$, on a :

$$\ln a < \ln b \Leftrightarrow a < b$$

$$e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$$

- Inéquation avec les valeurs absolues avec $a > 0$:

$$|x| < a \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x^2 > a^2 \Leftrightarrow x > a \text{ ou } x < -a$$

- Inéquation avec la fonction carrée croissante sur $\mathbb{R}_+$ et décroissante sur $\mathbb{R}_-$:

$$\forall a, b \in [0; +\infty[, \quad a^2 < b^2 \Leftrightarrow a < b$$

$$\forall a, b \in]-\infty; 0], \quad a^2 < b^2 \Leftrightarrow a > b$$

5.2 Règles sur les inégalités

- Fonctions monotones :

$$a < b \xrightarrow{f \nearrow} f(a) < f(b) \quad \text{et} \quad a < b \xrightarrow{f \searrow} f(a) > f(b)$$

$$x > 4 \xrightarrow{\sqrt{\cdot} \nearrow} \sqrt{x} > 2, \quad x < 2 \xrightarrow{(\cdot)^3 \nearrow} x^3 < 8, \quad x > 3 \xrightarrow{(\cdot)^{-1} \searrow} \frac{1}{x} < \frac{1}{3}$$

- Multiplication par un réel non nul :

$$a < b \xrightarrow{\times k > 0} ka < kb \quad \text{et} \quad a < b \xrightarrow{\times k < 0} ka > kb$$

- Majorer et minorer :

$$- \forall x \in]-\infty; 5[\Rightarrow x < 5 \xrightarrow{\times(-1)} -x > -5 \xrightarrow{+3} 3-x > -2 \xrightarrow{(\cdot)^{-1}} \frac{1}{3-x} < -\frac{1}{2}$$

$$- \forall x \in]1; +\infty[\Rightarrow 0 < x^2 - 1 < x^2 \xrightarrow{\sqrt{\cdot}} \sqrt{1-x^2} < x \xrightarrow{(\cdot)^{-1}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} > \frac{1}{x}$$

5.3 Systèmes

- Dans un système 2×2 , on détermine les valeurs des deux inconnues par combinaisons linéaires des deux équations.

$$\begin{cases} 4x - 7y = -19 & (1) \\ -3x + 2y = -2 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \times (1) + 4 \times (2) : -13y = -65 \Leftrightarrow y = 5 \\ 2 \times (1) + 7 \times (2) : -13x = -52 \Leftrightarrow x = 4 \end{cases}$$

- On peut également, après avoir déterminé la première inconnue par combinaison linéaire, remplacer sa valeur dans l'une des deux équations.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 17 & (1) \\ 5x + 4y = 8 & (2) \end{cases} \Rightarrow 5 \times (1) - 2 \times (2) : -23y = 69 \Leftrightarrow y = -3$$

En remplaçant dans (1) : $2x + 9 = 17 \Leftrightarrow x = 4$

- Dans un système 3×3 , on recherche une combinaison linéaire qui permet de déterminer une inconnue. Le système ensuite revient à un système 2×2 à résoudre par les méthodes précédentes.

$$\begin{cases} x + y + z = 35 & (1) \\ 3x - 4y + 3z = 0 & (2) \\ 7x - 5y - 3z = -15 & (3) \end{cases}$$

$3 \times (1) - (2) : 7y = 105 \iff y = 15$ en remplaçant dans (1) et (3), on obtient :

$$\begin{cases} x + z = 20 & (4) \\ 7x - 3z = 60 & (5) \end{cases} \iff \begin{cases} 3 \times (4) + (5) : 10x = 120 \iff x = 12 \\ \text{en remplaçant dans (4) : } z = 20 - 12 = 8 \end{cases}$$

Fiche 6 Généralités sur les fonctions

6.1 Ensemble de définition, symétrie et composition

- Ensemble de définition : ensemble des réels pour lesquels la fonction est définie. Pour cela, pour déterminer cet ensemble D_f , on observera que :

- la fonction $\frac{u}{v}$ est définie si v est non nul ;
- la fonction $\sqrt{u}$ est définie si u est positif ou nul ;
- la fonction $\ln u$ est définie si u est strictement positif :

$$f(x) = \frac{5}{x+4} \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{-4\}, \quad g(x) = \sqrt{3-x}, \quad D_g =]-\infty; 3],$$

$$h(x) = \ln(x-2), \quad D_h =]2; +\infty[$$

- Axe de symétrie : la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f admet :
 - l'axe (Ox) comme axe de symétrie si f est paire : $\forall x \in D_f, f(-x) = f(x)$;
 - l'axe d'équation $x = a$ si : $f(a-x) = f(a+x)$.

Si $f(x) = \frac{(x-2)^2}{(x-1)(3-x)}$ alors, $\mathcal{C}_f$ admet comme axe de symétrie $x = 2$

$$f(2-x) = \frac{(-x)^2}{(1-x)(1+x)} = \frac{x^2}{(1+x)(1-x)} = f(2+x)$$

- Centre de symétrie : la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f admet :
 - l'origine comme centre de symétrie si f est impaire :

$$\forall x \in D_f, f(-x) = -f(x)$$

- le point $I(a; b)$ comme centre de symétrie si : $f(a-x) + f(a+x) = 2b$

$f(x) = \frac{2 + \ln(x^2)}{x}$ est impaire donc $\mathcal{C}_f$ est symétrique par rapport à l'origine.

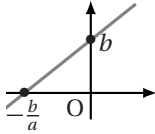
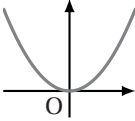
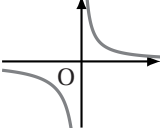
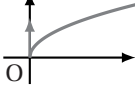
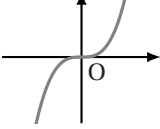
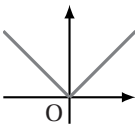
- Composition de fonctions : la fonction $g \circ f$ est définie par $g \circ f(x) = g[f(x)]$.
 - Pour qu’une telle fonction existe, il faut que $f(D_f) \subset D_g$.
 - La composition de deux fonctions n’est pas commutative : $f \circ g \neq g \circ f$.
 - Si f et g ont la **même variation** sur I , alors $g \circ f$ est **croissante** sur I .
 - Si f et g ont des **variations contraires** sur I , alors $g \circ f$ est **décroissante** sur I .

Soit les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - 2$ et $g(x) = 4x + 3$

$g \circ f(x) = 4(x - 2) + 3 = 4x - 5$ et $f \circ g(x) = (4x + 3) - 2 = 4x + 1$ donc $g \circ f \neq f \circ g$

$h(x) = \ln(e^x + 2)$ peut se décomposer en $g \circ f$ avec $f(x) = e^x + 2$ et $g(x) = \ln x$

6.2 Fonctions élémentaires

Fonction	D_f	Variations	Courbe
$f(x) = ax + b$	$\mathbb{R}$	• $a > 0$ croissante • $a < 0$ décroissante	
$f(x) = x^2$	$\mathbb{R}$	décroissante sur $] -\infty ; 0]$ croissante sur $[0 ; +\infty [$	
$f(x) = \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	décroissante sur $] -\infty ; 0]$ décroissante sur $] 0 ; +\infty [$	
$f(x) = \sqrt{x}$	$[0 ; +\infty [$	croissante tangente verticale en 0	
$f(x) = x^3$	$\mathbb{R}$	croissante point d'inflexion en O	
$f(x) = x $	$\mathbb{R}$	décroissante sur $] -\infty ; 0]$ croissante sur $[0 ; +\infty [$ non dérivable en 0	

Fiche 7 Continuité, dérivabilité et convexité

7.1 Continuité

Définition : une fonction f est continue en x_0 si et seulement si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

La courbe $\mathcal{C}_f$ n'admet pas de « cassure » en x_0 .

- Les fonctions obtenues par somme, produit, quotient ou composition de fonctions continues sont continues.
- La fonction partie entière n'est pas continue pour $x_0 \in \mathbb{Z}$.

Théorème des valeurs intermédiaires 1 (TVI 1)

Si une fonction f est **continue** sur un intervalle $[a; b]$ et si k est compris entre $f(a)$ et $f(b)$, alors l'équation $f(x) = k$ admet **au moins** une solution sur $[a; b]$.

Théorème des valeurs intermédiaires 2 (TVI 2)

Si une fonction f est **continue et monotone** sur un intervalle $[a; b]$ et si k est compris entre $f(a)$ et $f(b)$, alors l'équation $f(x) = k$ admet **une unique** solution sur $[a; b]$.

Remarques :

- On peut utiliser les TVI 1 ou TVI 2 pour un intervalle ouvert $]a; b[$, dans ce cas le réel k doit être compris entre $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow b} f(x)$.
- Dans le cas de l'équation $f(x) = 0$, on vérifiera que la fonction change de signe.

7.2 Dérivabilité

- La fonction f est dérivable en x_0 si et seulement si :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \ell \quad \text{on note } \ell = f'(x_0)$$

Retenir que :

- La fonction $x \mapsto |x|$ n'est pas dérivable en $x = 0$.
- La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ n'est pas dérivable en $x = 0$.
- Le nombre dérivé $f'(a)$ donne le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en $x = a$:
 - La courbe de la fonction $x \mapsto |x|$ n'admet pas de tangente en $x = 0$.
 - La courbe de la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ admet une tangente verticale en $x = 0$.
- Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en $x = a$: $y = f'(a)(x - a) + f(a)$
- Le signe de la fonction dérivée f' donne les variations de la fonction f .

7.3 Tableau des dérivées et des règles de dérivation

Fonction	Dérivée	Fonction	Dérivée
$x^n \quad x \in \mathbb{R}$	$nx^{n-1} \quad x \in \mathbb{R}$	$\lambda u + \mu v$	$\lambda u' + \mu v'$
$\frac{1}{x^n} \quad x \neq 0$	$-\frac{n}{x^{n+1}} \quad x \neq 0$	uv	$u'v + uv'$
$\sqrt{x} \quad x \geq 0$	$\frac{1}{2\sqrt{x}} \quad x > 0$	$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$
$\sin x \quad x \in \mathbb{R}$	$\cos x \quad x \in \mathbb{R}$	$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$\cos x \quad x \in \mathbb{R}$	$-\sin x \quad x \in \mathbb{R}$	u^n	$nu'u^{n-1}$
$e^x \quad x \in \mathbb{R}$	$e^x \quad x \in \mathbb{R}$	$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\ln x \quad x > 0$	$\frac{1}{x} \quad x > 0$	$\ln u$	$\frac{u'}{u}$
		e^u	$u'e^u$
		$v \circ u$	$u' \times v' \circ u$

- Produit : $f(x) = (2x+3)\ln x \Rightarrow f'(x) = 2\ln x + (2x+3) \times \frac{1}{x} = \frac{2x\ln x + 2x + 3}{x}$
- Inverse : $f(x) = \frac{1}{3x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-3}{(3x-1)^2}$
- Quotient : $f(x) = \frac{x^2}{5x+2} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x(5x+2) - 5x^2}{(5x+2)^2} = \frac{x(5x+4)}{(5x+2)^2}$
- Puissance : $f(x) = (4-3x)^5 \Rightarrow f'(x) = -15(4-3x)^4$
- Racine : $f(x) = \sqrt{1-5x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{5}{2\sqrt{1-5x}}$
- Fonction $\ln$: $f(x) = \ln(x^2+3x+5) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+5}$
- Fonction $\exp$: $f(x) = e^{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}}$
- Fonction composée : $f(x) = \cos(\ln x) \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x} \sin(\ln x)$

7.4 Convexité

- Une fonction f est **convexe** sur un intervalle I si : $\forall x \in I, f''(x) > 0$
- Une fonction f est **concave** sur un intervalle I si : $\forall x \in I, f''(x) < 0$
- La courbe d'une fonction f est **au-dessus** de ses tangentes si f est convexe, **en dessous** de ses tangentes si f est concave et admet un **point d'inflexion** en x_0 , si la dérivée seconde f'' s'annule et change de signe en x_0 .

Je réussis mon concours post-bac

CONCOURS

GEIPI POLYTECH



Les méthodes, stratégies et entraînements indispensables pour réussir son concours !

L'ouvrage indispensable pour s'entraîner et assurer au concours !

→ **MÉTHODES ET STRATÉGIES DE RÉVISION**
pour **se préparer efficacement** et être prêt le jour J.

→ **75 FICHES DE COURS**
les **notions-clés du cours du lycée** dans chaque matière concernée, pour **revoir ses acquis** et être prêt pour chaque épreuve : mathématiques, spécialité mathématiques, physique-chimie, SVT, biologie-écologie et NSI.

→ **QCM D'AUTO-ÉVALUATION**
pour **tester ses connaissances** et cibler ses révisions.

→ **ENTRAÎNEMENT INTENSIF**
20 annales et sujets type (dont 4 en ligne) pour **s'entraîner et se mettre en situation d'épreuve**.

Des auteurs au cœur de l'enseignement et des attentes des élèves



OFFERT EN LIGNE

- + des **figures en couleurs** pour mieux repérer les éléments
- + des **grilles type de réponses**
- + des **sujets d'annales corrigés supplémentaires**

Dans la même collection



Retrouvez notre catalogue complet sur le site **www.vuibert.fr**

En partenariat avec



ISBN : 978-2-311-21936-4



9 782311 219364

24,50 €