

LE CHOIX DU SUCCES[®]

Collection dirigée par Franck ATTELAN

LA NOUVELLE BIBLE DU TAGE MAGE

**16^e édition
mise à jour et augmentée**

Admissions 2026

Franck ATTELAN

Diplômé de l'ESSEC
Directeur d'Aurlom Education

Avec la contribution de **Louis-Marie VALIN**

Diplômé de NEOMA BUSINESS SCHOOL

À Meirau, Shalom, Tamar et Jonas.

À mon ami Ben.



FRANCK ATTELAN

Je suis né à Aubervilliers en Seine-Saint-Denis. J'ai grandi à Saint-Denis, à la Courneuve et au Blanc-Mesnil avant de rencontrer la femme exceptionnelle qui partage ma vie et qui m'a offert trois merveilleux enfants.

Après l'obtention d'un baccalauréat scientifique, j'ai fait mes armes en classes préparatoires HEC à Paris. J'ai alors intégré l'ESSEC où j'ai suivi un cursus en marketing (chaire LVMH), en stratégie d'entreprise et en japonais.

C'est en 1998 que j'entends parler du TAGE MAGE pour la première fois. J'ai 20 ans et le directeur d'INTÉGRALE à Paris, qui a eu vent de mes performances à la très difficile épreuve de tests psychotechniques du concours d'entrée à l'ESSEC, me demande d'enseigner ce test que personne ne connaît vraiment... à des élèves alors plus âgés

que moi ! C'est le début d'une formidable aventure qui donne rapidement naissance au tout premier livre jamais édité sur les tests de logique et de mathématiques aux concours des écoles de commerce que j'écris à l'âge de 22 ans et qui devient rapidement un best-seller vendu à plusieurs dizaines de milliers d'exemplaires. J'écirai ensuite plus de 50 ouvrages dont LA BIBLE DU TAGE MAGE, déjà écoulee à plus de 45 000 exemplaires.

Avant de créer le GROUPE AURLOM ÉDUCATION en 2006, j'occupe des postes en marketing dans l'industrie de l'hygiène beauté au sein des groupes SHISEIDO, LVMH et L'ORÉAL au Japon, aux États-Unis puis en France. J'y apprends à être polyvalent, tenace et rigoureux. J'y apprends aussi à travailler en équipe et à m'adapter à tout type d'interlocuteur. J'y développe aussi bien sûr ma créativité. Mais par-dessus tout, j'y convoque un sens aigü du produit, du service et du client. Autant de facultés que j'essaie de solliciter aujourd'hui encore aux côtés de mes équipes et des 3500+ étudiants qui nous font confiance chaque année pour la préparation des examens, tests et concours de l'enseignement supérieur.

Passionné de langues vivantes (je parle couramment le français, l'anglais, l'espagnol, l'italien, l'hébreu, l'arabe et le japonais), de boxe, de Pedro Almodóvar, d'échecs et de backgammon, je suis aussi un lecteur assidu du Talmud de Babylone, de Platon, Hannah Arendt ou encore Catherine Chalié.

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE	11
Fiche 1. Présentation du Tage Mage.....	13
Fiche 2. Le Tage Mage en pratique.....	16
Fiche 3. Quel score viser pour quelle école ?	21
Fiche 4. 3 idées reçues sur le Tage Mage	24
Fiche 5. Les secrets d'une préparation réussie	25
Fiche 6. La veille du Tage Mage	31
Fiche 7. Apprenez à gérer votre temps et votre stress.....	32
Fiche 8. Choisissez aurlom pour préparer vos concours.....	35
Fiche 9. Pour aller plus loin	38

PREMIÈRE PARTIE

COURS FONDAMENTAUX / APPLICATIONS CLÉS / MÉTHODES / SAVOIR-FAIRE / ASTUCES

1. COMPRÉHENSION DE TEXTES	43
I. PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE.....	45
1. Pourquoi une épreuve de compréhension de textes ?	45
2. À quoi ressemblent les textes ?	46
3. À quoi ressemblent les questions ?	47
II. MÉTHODES ET TECHNIQUES	49
1. Gérez efficacement votre temps	49
2. Lisez les questions avant les textes.....	50
3. Stylo à la main : surlignez, entourez !	50
4. À la recherche de la bonne réponse.....	51
5. Pensez comme le concepteur de l'épreuve !	54
Fiche 10. 7 conseils pour l'épreuve de compréhension de textes	55
2. CALCUL	57
I. COURS FONDAMENTAL ET APPLICATIONS CLÉS.....	59
1. Arithmétique et manipulation des nombres.....	59
Fiche 11. Mes astuces pour doper vos capacités en calcul mental.....	68
Fiche 12. Tables de multiplication, carrés et cubes.....	71
2. Arithmétique : 20 applications clés.....	73

3. Opérations usuelles : fractions, puissances et racines carrées	79
4. Arithmétique : 40 applications pour vous entraîner	82
5. Pourcentages.....	88
6. Pourcentages : 10 applications pour vous entraîner	94
7. Moyennes	97
8. Moyennes : 10 applications pour vous entraîner.....	100
9. Proportionnalité.....	101
10. Vitesses, temps et distances	104
11. Vitesses, temps et distances : 20 applications pour vous entraîner	109
12. Unités et conversions	110
13. Progressions arithmétiques et géométriques	114
14. Temps de travail	115
15. Géométrie	116
16. Géométrie : 20 applications pour vous entraîner	126
17. Quelques notions de mathématiques financières.....	129
18. Analyse combinatoire.....	130
19. Probabilités.....	136
20. Combinatoire et probabilités : 10 applications pour vous entraîner.....	140

II. MÉTHODE DE LECTURE & TECHNIQUES D'APPROCHE ET DE RÉOLUTION

DES QUESTIONS 143

1. Lire le sujet dans son intégralité.....	143
2. Ne jamais rester bloqué plus de 2 minutes sur une question	144
3. Comment lire une question de calcul au Tage Mage ?	144

III. DES TECHNIQUES ET DES ASTUCES 147

1. Le « <i>Backsolving</i> » ou comment résoudre une question en testant les réponses proposées.....	147
2. La technique du dernier chiffre.....	149
3. La technique des inconnues entières	151

Fiche 13. Formulaire de calcul 155

Fiche 14. 5 règles d'or en calcul..... 156

■ 3. RAISONNEMENT ET ARGUMENTATION 157

I. PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE..... 159

1. Les questions de raisonnement.....	159
2. Les questions d'argumentation	164

II. LES QUESTIONS DE RAISONNEMENT..... 169

1. Menteurs	169
2. Familles et liens de parenté.....	171
3. Placements.....	173
4. Relations d'ordre.....	176
5. Optimisation.....	177

6. Diagrammes d'Euler-Venn.....	178
7. Les séries de raisonnement.....	179
8. Coupable !.....	181
9. Calendriers.....	182
10. Les inclassables.....	183

III. LES QUESTIONS D'ARGUMENTATION..... 189

1. Cours, méthodes et astuces.....	189
2. Applications.....	196
Fiche 15. 5 règles d'or en raisonnement & argumentation.....	201

■ 4. CONDITIONS MINIMALES 203

▼ PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE ET MÉTHODOLOGIE APPLIQUÉE 205

I. PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE..... 207

1. Une épreuve au format original.....	207
2. ... avec trois règles fondamentales à respecter !.....	209

II. MÉTHODOLOGIE 213

1. Une méthode de résolution efficace en 4 étapes.....	213
--	-----

Fiche 16. L'arbre de décision 217

2. Quelques applications clés.....	218
------------------------------------	-----

▼ QUESTIONS OUVERTES ET QUESTIONS FERMÉES..... 223

I. LE CAS DES QUESTIONS OUVERTES..... 225

1. QORU : question ouverte, réponse unique.....	225
2. Une liste type de questions ouvertes.....	227
3. Questions ouvertes : règles et principaux pièges.....	229

II. LE CAS DES QUESTIONS FERMÉES 235

1. QFRF : question fermée, réponse ferme.....	235
2. Une liste de questions-types fermées.....	238

Fiche 17. 5 RÈGLES D'OR EN CONDITIONS MINIMALES 239

■ 5. EXPRESSION 241

▼ PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE / MÉTHODES ET STRATÉGIES..... 243

I. PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE ET CONSEILS GÉNÉRAUX DE PRÉPARATION..... 245

1. Présentation de l'épreuve.....	245
2. Quatre grandes typologies de questions.....	247

II. MÉTHODES ET STRATÉGIES DE RÉPONSES 251

1. Méthode générale de résolution des questions.....	251
2. Stratégies de réponses pour chacun des types de questions de l'épreuve d'expression.....	253

▼ LES FONDAMENTAUX DE LA LANGUE FRANÇAISE 265

I. LES 20 RÈGLES À CONNAÎTRE.....267

II. ORTHOGRAPHE, VOCABULAIRE & STYLE 281

1. Homophones.....	281
2. Mots de sens proche et paronymes.....	287
3. Pléonasmes.....	291
4. Synonymes.....	292
5. Mots de liaison.....	292
6. Associations à éviter.....	294
7. Reformuler avec élégance.....	295

III. PROVERBES, DICTONS ET EXPRESSIONS 297

1. 100 proverbes et dictons.....	297
2. 25 expressions historiques tombées dans le langage courant.....	304
3. 15 expressions désuètes.....	306
4. 60 expressions tirées de la Bible et de la mythologie.....	307

■ 6. LOGIQUE 315

▼ PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE ET MÉTHODOLOGIE GÉNÉRALE..... 317

I. PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE..... 319

1. Pourquoi une épreuve de logique ?.....	319
2. 8 séries doubles et 7 séries graphiques.....	321

II. PRÉSENTATION DES SÉRIES DOUBLES..... 323

1. Comment se présentent les séries doubles ?.....	323
2. Méthode d'approche des séries doubles.....	325

III. PRÉSENTATION DES SÉRIES GRAPHIQUES..... 329

1. Comment se présentent les séries graphiques ?.....	329
2. L'identification de critères simples d'identité.....	329
3. Les raisonnements de type « analogique ».....	330
4. Les raisonnements de type « déductif ».....	331
5. Une règle fondatrice des séries graphiques : les 3 occurrences.....	331

▼ MÉTHODES, SAVOIR-FAIRE, ASTUCES ET APPLICATIONS FONDAMENTALES. 333

I. LES SÉRIES DOUBLES DE LETTRES..... 335

1. Tout commence avec EJOTY.....	335
2. Les cas particuliers à tester en premier.....	337
2. Rangs et opérations associées.....	340
3. Première famille de règles : les INTRA.....	341
4. Deuxième famille de règles : les INTER.....	343

II. LES SÉRIES DOUBLES DE CHIFFRES 347

1. Mouvements de chiffres (logique dynamique).....347

2. Successions INTRA 349

3. Écarts..... 350

4. Propriétés des nombres..... 350

5. Séparations..... 354

III. LES SÉRIES GRAPHIQUES 359

1. Séries graphiques et figures..... 359

2. Séries graphiques et nombres..... 361

3. Séries graphiques et lettres..... 362

4. Séries graphiques et mouvements..... 363

5. Paires de cadres..... 364

Fiche 18. Séries doubles et séries graphiques..... 366

DEUXIÈME PARTIE

15 TESTS BLANCS TAGE MAGE

Fiche 19. Comment tirer le meilleur profit des tests blancs ?..... 371

Fiche 20. Mes ultimes conseils pour chacun des sous-tests374

LES CONSIGNES DES SOUS-TESTS..... 377

TEST BLANC TAGE MAGE 1383

Corrigés..... 412

TEST BLANC TAGE MAGE 2467

Corrigés..... 497

TEST BLANC TAGE MAGE 3 527

Corrigés..... 556

TEST BLANC TAGE MAGE 4 589

Corrigés..... 620

TEST BLANC TAGE MAGE 5 661

Corrigés..... 690

TEST BLANC TAGE MAGE 6717

Corrigés..... 746

TEST BLANC TAGE MAGE 7783

Corrigés..... 811

TEST BLANC TAGE MAGE 8847

Corrigés..... 875

TEST BLANC TAGE MAGE 9	919
Corrigés.....	948
TEST BLANC TAGE MAGE 10	989
Corrigés.....	1018
TEST BLANC TAGE MAGE 11	1051
Corrigés.....	1080
TEST BLANC TAGE MAGE 12.....	1113
Corrigés.....	1141
TEST BLANC TAGE MAGE 13	1179
Corrigés.....	1205
TEST BLANC TAGE MAGE 14	1235
Corrigés.....	1263
TEST BLANC TAGE MAGE 15	1297
Corrigés.....	1327
NOTES PERSONNELLES.....	1358

PRÉFACE

Ceux qui sèment dans les larmes, moissonneront dans la joie.

Extrait du Livre des Psaumes

Le Tage Mage n'est pas un test. C'est une épreuve initiatique. Une frontière invisible entre l'ombre et la lumière, entre les candidats qui rêvent et ceux qui veulent. Il ne récompense ni les plus brillants, ni les plus rapides, mais les plus constants, les plus lucides, les plus résolus. Ceux qui décident de prendre le pouvoir sur leur avenir.

C'est avec cette conviction que j'ai voulu repenser en profondeur cet ouvrage. Cette seizième édition de ce qu'on appelle désormais *La Bible* n'est pas une simple réédition. C'est un manifeste. Une arme. Un compagnon de route pour toutes celles et ceux qui veulent transformer la peur du concours en désir de victoire.

Face à ce défi, il me fallait répondre. Par un outil à la hauteur. Par un livre qui ne transige ni sur le fond, ni sur la forme.

Cette nouvelle édition a donc été entièrement repensée : les chapitres retravaillés, les difficultés récentes intégrées, les pièges récents analysés, et surtout 15 tests blancs complets entièrement corrigés et commentés. Quinze tests, c'est-à-dire quinze combats, quinze défis, quinze occasions d'apprendre à penser plus vite, plus juste, plus stratégiquement. À cela s'ajoutent des fiches méthodologiques, des rappels de cours ciblés, des astuces concrètes pour chaque type d'épreuve.

En tout, plus de 2 000 questions.

Plus de 2 000 occasions de progresser.

Plus de 2 000 chances de se rapprocher du score qui changera votre avenir.

Depuis 2006, des dizaines de milliers d'étudiants m'ont fait confiance. Certains m'ont écrit, d'autres m'ont téléphoné, quelques-uns m'ont interpellé lors de salons étudiants. Leurs retours, leurs remerciements, leurs critiques aussi, ont nourri cet ouvrage. Et je tiens à les remercier sincèrement. J'ai reçu tant de messages, certains presque naïfs, d'autres d'une lucidité désarmante, de candidats qui m'écrivaient leurs angoisses, leurs petites victoires, leurs doutes infinis. J'y ai lu ce que je portais déjà en moi, à vingt ans : le refus obstiné de l'échec, la soif d'un avenir choisi, et cette rage douce de ne pas laisser les circonstances décider à ma place.

Préparer le Tâge Mage, c'est préparer bien plus qu'un test ou un concours. C'est apprendre à se discipliner, à se dépasser, à viser haut. Ce n'est jamais facile, mais c'est toujours possible. Et vous n'êtes pas seuls.

Alors travaillez. Persévérez. Visez les 450, visez au-dessus. Lisez. Apprenez. Résistez. Et avancez.

Ce monde n'appartient qu'à ceux qui s'arment pour y entrer.
Et moi, je crois en vous.

Je suis convaincu que vos efforts vous mèneront là où vous méritez d'aller.

Bonne lecture, bon courage et... bonne réussite.

Franck Attelan

Directeur d'**Aurlom Éducation**

Directeur de la Collection ***Le Choix du Succès***

PRÉSENTATION DU TAGE MAGE

1



Le TAGE Mage a été créé en 1996 par la Fondation nationale pour l'enseignement de la gestion des entreprises (FNEGE). En moins de 15 ans, le TAGE Mage est devenu un outil de sélection incontournable pour les candidats souhaitant se former au sein des meilleures Écoles de commerce et de gestion françaises.

Trois publics différents sont régulièrement amenés à passer le TAGE Mage :

- (1) Les candidats qui souhaitent intégrer en admission parallèle (*i.e.* au niveau Licence 3, M1, M2 ou plus) les *programmes Grande École* des prestigieuses HEC Paris, ESCP Europe, ESSEC, EM Lyon, Audencia, Grenoble EM, NEOMA Business School, EM Strasbourg, SKEMA, KEDGE Business School, Toulouse Business School ou encore EM Normandie.
- (2) Les candidats à l'admission en Mastère Spécialisé (MS) de HEC Paris, ESSEC, ESCP Europe, EM Lyon, Audencia Nantes, SKEMA ou encore les candidats aux cursus MBA et EMBA de certaines Écoles de commerce françaises.
- (3) Les candidats français et étrangers ayant acquis *a minima* une licence à l'étranger, qui souhaitent intégrer les *programmes Grande École* d'HEC Paris, de l'ESCP Europe, de l'EM Lyon, d'Audencia et de SKEMA par le biais du Service des admissions internationales (SAI), de l'Essec MBA par le biais du concours Join a School in France ou encore du concours ECRICOME.

Les questions qui composent le TAGE Mage sont créées par des professeurs reconnus pour leur expertise du test, des psychologues et des logiciens. Elles sont renouvelées chaque année par la FNEGE.

▼ Le TAGE Mage est un test d'aptitudes

Le TAGE Mage ne repose pas sur des connaissances spécifiques (littérature, droit, histoire, économie...) mais sur des compétences, des aptitudes générales de nature mathématique, linguistique et logique. Il permet en outre de sélectionner des candidats de formations diverses. C'est ainsi que des étudiants issus de filières comme le Droit, l'Économie, les Langues, la Médecine, la Musicologie, les Sciences politiques, la Pharmacie, les Lettres modernes, l'Histoire, la Philosophie ou encore les Mathématiques appliquées se retrouvent chaque année autour de ce test dont l'ambition est de permettre à chacun de le passer avec les mêmes chances de réussite. La filière d'origine du candidat n'a donc

pas d'impact sur ses chances de succès. Si un ingénieur ou un économiste aura, *a priori*, plus de facilités à aborder l'épreuve de calcul ou de conditions minimales, l'étudiant en droit ou en sciences politiques fera quant à lui preuve d'une plus grande aisance pour déchiffrer les textes de l'épreuve de raisonnement/argumentation ou d'expression. Cela étant, ces aspérités sont gommées dès lors que les candidats prennent connaissance des spécificités relatives à chacune des épreuves du test et qu'ils entreprennent une préparation personnelle sérieuse et assidue visant à mettre en pratique des stratégies efficaces pour chacune des épreuves.

▼ Le Tage Mage : un outil de sélection ambitieux

Le Tage Mage se propose de vérifier que le candidat possède bien les qualités irréductibles de tout dirigeant (maîtrise de la langue française et de ses rouages, capacités de calcul endurcies, agilité à conduire un raisonnement logique fluide et « straight to the point »), qu'il est capable de gérer le temps mis à sa disposition, qu'il sait contenir son stress et surtout qu'il parvient à s'adapter rapidement à des situations nouvelles tout en maintenant un très haut niveau de concentration.

6 épreuves, 90 questions, 5 choix de réponses, 2 heures, 600 points

▼ 6 épreuves

Le Tage Mage évalue *via* 6 épreuves, vos aptitudes verbales, vos aptitudes à la résolution de problèmes ainsi que vos aptitudes au raisonnement logique.

Épreuve 1 : **compréhension de textes** {aptitudes verbales}

Épreuve 2 : **calcul** {aptitudes à la résolution de problèmes}

Épreuve 3 : **raisonnement & argumentation** {aptitudes au raisonnement logique}

Épreuve 4 : **conditions minimales** {aptitudes à la résolution de problèmes}

Épreuve 5 : **expression** {aptitudes verbales}

Épreuve 6 : **logique** {aptitudes au raisonnement logique}

▼ 2 heures pour 90 questions

Chacune des 6 épreuves du Tage Mage est composée de **15 questions** et le temps alloué à chaque épreuve est de **20 minutes**. Vous disposez donc au total de 2 heures (6 × 20 minutes) pour résoudre un total de 90 questions (6 × 15 questions).



Mais attention ! Vous n'avez pas la possibilité d'utiliser le temps alloué comme bon vous semble. Ainsi, si vous avez terminé, disons, l'épreuve de compréhension de textes en 15 minutes, vous devez attendre la fin des 20 minutes allouées à l'épreuve avant de pouvoir passer à l'épreuve suivante de calcul ou à toute autre épreuve. De même, si vous terminez par exemple l'épreuve d'expression en 15 minutes, vous ne pouvez revenir sur l'une des épreuves précédentes ni ne pouvez avancer sur la dernière épreuve de logique.

Enfin, vous devez savoir que le test débute par 10 minutes d'explication sur la façon dont vous devez remplir la grille de réponses. Vous disposez également de 3 ou 4 minutes entre les épreuves pendant lesquelles le responsable de salle lit les consignes de l'épreuve suivante.

En conclusion, le Tage Mage dure au total **2 heures et 30 minutes** si l'on prend en compte le temps consacré aux différentes explications relatives au bon fonctionnement du test et les temps de lecture des consignes des épreuves.

▼ 5 choix de réponses

Le Tage Mage se présente sous la forme d'un QCM. Vous n'aurez absolument rien à rédiger. Vous devrez seulement cocher des cases. Chaque question comporte 5 choix de réponses possibles : A, B, C, D et E. **Une seule est bonne.**

▼ Score minimal : 0 point / Score maximal : 600 points

Au Tage Mage, les bonnes réponses sont créditées de 4 points, alors que les mauvaises réponses ou les absences de réponses ne sont pas pénalisées.

Bonne réponse :	+ 4
Mauvaise réponse :	0
Pas de réponse :	0

Comme il y a 6 batteries de 15 questions, soit 90 questions, vous pouvez donc potentiellement obtenir entre 0 et +360. Le score total sur 360 points est ensuite ramené sur 600 points (100 points par épreuve donc) pour une meilleure lisibilité. Pour votre information, si vous souhaitez convertir un score sur 360 en un score sur 600, **il vous suffit simplement de multiplier le score sur 360 par 5/3**. Ainsi, si vous obtenez par exemple 294/360 (c'est tout le mal que nous vous souhaitons !), alors votre score sur 600 sera égal à $(294 \times 5) / 3$, soit 490 sur 600.

Votre score final établi sur un total de 600 points est détaillé par catégories d'aptitudes (aptitudes verbales, résolution de problèmes et raisonnement logique). Il est ainsi possible pour certaines Écoles (dans le cas des admissions en Mastère spécialisé notamment) d'effectuer des évaluations relativement fines en fonction des profils de recrutements souhaités.

Quand et auprès de qui s'inscrire au Tage Mage ?

Il vous est possible de passer le Tage Mage à tout moment de l'année. De très nombreuses dates vous seront proposées, en France comme à l'étranger, vous offrant ainsi une souplesse très appréciable pour organiser au mieux vos révisions.

Vous devez cependant respecter deux contraintes.

Tout d'abord, pour que votre test soit pris en compte, vous devez vous renseigner sur les dates des concours des Écoles que vous visez puisqu'elles imposent toujours une date limite au-delà de laquelle il ne vous est plus possible de leur communiquer votre score.

Ensuite, vous ne pouvez passer le Tage Mage que deux fois par an.

Depuis le 1^{er} juillet 2014, vous pouvez désormais passer le test Tage Mage deux fois par an au lieu d'une fois comme c'était le cas jusqu'à présent.

Vous avez donc la possibilité de passer le test Tage Mage deux fois (et pas une de plus !) au cours d'une année civile : une fois au cours du semestre 1, de juillet à décembre, et une seconde fois au semestre 2, de janvier à juin.

Concernant la procédure d'inscription, cette dernière est aujourd'hui totalement dématérialisée et se fait obligatoirement sur le site **tagemage.fr**

À savoir !

Vous êtes actuellement en Bac+2 (Licence 2, en deuxième année de BTS ou DUT...) ? Alors il vous est possible de passer le **Tage Mage 3 fois** en vue des concours d'entrée aux Grandes Écoles accessibles à Bac+3 !

Les scores obtenus au Tage Mage étant valables deux ans, vous pouvez en effet le passer une première fois au second semestre (entre janvier et juin 2024) de votre deuxième année d'études (à Bac+2 donc), une seconde fois au premier semestre (entre juillet à décembre 2024)

à Bac+3 et une troisième fois au premier semestre de votre année à Bac+3 (entre janvier et juin 2025). À vous ensuite de communiquer le meilleur score aux écoles !

Ce que dit la Fnege :

Le test est valable 2 ans (années civiles : année N et année N+1).

Exemple : un score Tage Mage 2025 (obtenu entre le 1^{er} janvier 2025 et le 31 décembre 2025) sera valable jusqu'au 31 décembre 2025.

Il n'est ainsi pas rare que nos étudiants à Aurlom préparent déjà le Tage Mage en mars ou avril de leur année d'études à Bac+2 pour le passer une première fois au cours de la dernière session de juin proposée par la Fnege. Certains obtiennent d'ailleurs parfois de très bons scores à l'issue de ce premier essai, ce qui les dédouane de travailler leur Tage Mage à Bac+3. « Débarrassés » de leur Tage Mage, ils peuvent alors se consacrer pleinement à leur Toeic et à la constitution / rédaction de leurs dossiers de candidature.

Où passer les épreuves ?

L'organisation des épreuves est assez souple puisque l'on trouve de nombreux centres en France, mais également un peu partout dans le monde. Si vous devez voyager dans les mois qui précèdent votre intégration dans une École, sachez que vous pouvez même passer le test à l'étranger. Vous trouverez la liste complète de ces lieux sur le site officiel : tagemage.fr

Il faut aussi savoir que certaines Écoles de commerce proposent de passer ce test dans leur enceinte. C'est notamment le cas de l'Essec pour ses recrutements en Mastères spécialisés (MS).

Pas de brouillon, pas de calculatrice

Pendant l'épreuve, vous aurez le droit d'avoir avec vous un ou deux stylos... Et c'est tout ! Pas de brouillon, ni de calculatrice. Votre seul et unique brouillon sera votre livret lui-même qui, il faut l'avouer, contient suffisamment de place pour y gribouiller calculs et autres schémas.

Voici un précieux retour de Ludovic Buzaglo, ancien élève à AURLOM, aujourd'hui diplômé d'HEC Paris, qui a réussi l'exploit d'obtenir le score inégalé de 576 au Tage Mage.

« J'ai passé le Tage Mage jeudi dernier. Cela s'est déroulé de la manière suivante :

Convocation à 13 h 30, pour un début d'épreuve prévu à 14 h. Chacun prend place (les noms sont étiquetés sur les tables), le surveillant vérifie les identités, fait signer la fiche de présence. Il distribue ensuite un cahier scellé contenant les 6 épreuves du Tage Mage. Le format du

cahier est un peu plus grand qu'un A4 et ce dernier est scellé à l'aide d'un bout de scotch qui empêche ainsi son ouverture avant le début officiel du test. La feuille sur laquelle on coche ses réponses est distribuée de façon séparée et est donc indépendante du cahier (feuille volante).

Une fois les cahiers distribués, le surveillant nous explique comment remplir la feuille de réponses et comment reporter nos nom et numéro d'identifiant sur la feuille de réponses.

Au premier signal, tout le monde ouvre alors son cahier à la première page sur laquelle figurent les consignes de la première épreuve (compréhension de textes). Le surveillant lit alors les consignes, puis déclenche le chrono, et on a alors 20 minutes pour répondre aux questions de l'épreuve. Ce qui est appréciable et tout aussi stressant, c'est que le surveillant annonce successivement "Il vous reste 10 minutes", "Il vous reste 5 minutes" et "Il vous reste 2 minutes". Stressant donc... Mais également très stimulant.

Une fois le temps écoulé, le surveillant nous dit de passer à la page sur laquelle figurent les consignes de l'épreuve suivante (l'épreuve de calcul), les lit, déclenche le chrono... Et ainsi de suite jusque la sixième et dernière épreuve du test.

Lorsque l'on travaille sur une épreuve, on n'a le droit ni de passer à l'épreuve suivante, ni de revenir sur une épreuve précédente sous peine d'expulsion. Et si on a fini avant les 20 minutes, et bien... on attend l'épreuve suivante !

*La grande question que je me posais avant d'entrer en salle était : comment fait le surveillant pour vérifier que les dizaines de candidats qui passent le test sont bien à la bonne page et que personne ne triche ? Et bien en fait, vous verrez que dans le cahier, tout en haut de la première épreuve, il y a une rangée de gros / / / / / / ou \$\$\$\$\$\$\$ (je ne sais plus vraiment mais peu importe !), pour la deuxième épreuve, ce sont des * * * * *. Etc. Ainsi, en un coup d'œil, le surveillant peut vérifier si quelqu'un est ou non en train de travailler sur la bonne épreuve. Pas de triche possible donc !*

Pour ce qui est du brouillon, tout se passe sur le cahier. Vous aurez largement la place d'écrire ce que vous voulez ! Et même si les cahiers sont ramassés par le surveillant à la fin du test, personne ne s'amuse à lire votre cahier et vos brouillons car les cahiers sont immédiatement détruits.

Enfin, il n'y a pas de pause durant le test. Les seules "pauses" sont celles qu'il y a entre une épreuve et une autre, et il s'agit en fait du temps pendant lequel le surveillant lit les consignes d'une épreuve (à ce propos, pendant qu'il lit les consignes, vous n'avez pas le droit de travailler sur une épreuve !!). Comptez entre 2 et 3 minutes à chaque fois qu'il lit les consignes, soit le temps de boire un peu d'eau, d'avaler un morceau de chocolat et de souffler un coup !

Bon courage à toutes et à tous ! »

Ludovic Buzaglo, diplômé HEC Paris, score de 576 au Tage Mage.

Si vous souhaitez obtenir davantage d'informations pratiques relatives à l'organisation pratique du Tage Mage, nous vous invitons à consulter tout d'abord le site **tagemage.fr** puis le site **aurlom.com**

Avant de passer le test

Comment s'inscrire ?	Sur le site www.tagemage.fr
Quel est le coût ?	En 2025 : • 70 € pour les sessions organisées en France. • 140 € pour les sessions organisées à l'étranger. Les inscriptions se font via Internet avec paiement en ligne sécurisé. Les tarifs des tests et le calendrier des épreuves sont fixés chaque année et annoncés pour chaque session.
Conseil	Lors de votre inscription à une session de Tage Mage, choisissez la possibilité que les écoles consultent votre score en ligne en cochant la totalité des écoles de la liste proposée par la FNEGE. Cela vous offre ainsi plus d'opportunités de candidature.
Combien de fois par an puis-je passer le Tage Mage ?	Vous pouvez passer le Tage Mage 2 fois par an, plus précisément 1 fois par semestre : 1 fois entre janvier et juin inclus et 1 fois entre juillet et décembre inclus.
Conseils	Repérez sur Google Maps la localisation précise de votre centre d'examen, ainsi que le moyen de vous y rendre. Prévoyez bien d'y être <u>au moins</u> une heure en avance

Le jour du Tage Mage

Documents nécessaires	Votre convocation à l'examen et votre carte d'identité.
Matériel autorisé	Stylo-bille noir et montre digitale avec un chronomètre silencieux à votre poignet. Sachez toutefois que la FNEGE vous oblige souvent à utiliser un stylo qu'ils mettent à votre disposition.
Matériel interdit	Calculatrice, brouillon, surligneur, effaceur, typex, téléphone...
Les surveillants	Pour chaque sous-test, le surveillant lit les consignes (généralement au micro) donne l'autorisation de commencer un sous-test, annonce à haute voix le temps restant (au bout de 10 minutes, puis 5 minutes, puis 2 minutes) et enfin annonce la fin du sous test.
En cas de triche	Toute triche est évidemment éliminatoire. Les surveillants ne laissent rien passer et sont même plutôt du genre à faire du zèle... Il y a déjà eu par le passé plusieurs scandales où des candidats ont été poursuivis en justice par la FNEGE pour avoir triché... C'est vous dire.
Déroulement	Pendant toute la durée d'un sous-test (disons que vous planchez sur le sous-test de calcul par exemple) il est interdit de revenir au sous-test précédent (compréhension de textes dans le cas présent) ou de commencer le sous-test suivant (raisonnement et argumentation).

QUEL SCORE VISER POUR QUELLE ÉCOLE ?

3

F3

Quel est le score minimum moyen que vous devez obtenir au Tage Mage pour être admissible ?

Attention, il s'agit ici de scores minimum moyens. Autrement dit, ce sont les scores qu'il faut viser – et dépasser surtout – pour espérer être admissible dans ces écoles.

Sachez toutefois que le Tage Mage n'est qu'une partie d'un tout dans une candidature. Vous pouvez ainsi très bien obtenir 360 au Tage Mage et ne pas être admissible à EM LYON du fait d'un CV « vide » ou d'un dossier affichant des résultats jugés insuffisants. A l'inverse, un bon / très bon dossier de candidature assorti d'un CV solide et d'une lettre de motivation rédigée avec brio peut tout à fait compenser un Tage Mage défaillant. Il n'est ainsi pas rare que certains candidats soient déclarés admissibles à l'ESSEC avec un Tage Mage à 320 et à EM LYON avec un Tage Mage à 290. Il ne faut toutefois pas jouer avec le feu et votre ambition doit être sans appel : décrocher le meilleur score possible pour mettre toutes les chances de votre côté.

Et si vous obtenez un mauvais score au Tage Mage ?

Et bien déjà dites-vous qu'il n'y a pas d'école aujourd'hui qui exige un score minimal en dessous duquel vous seriez éliminé. **Donc pas de score éliminatoire ! C'est plutôt une bonne nouvelle, non ?**

Ceci étant dit, vous pensez bien qu'avec un score de 200 ou 220 au Tage Mage, vos chances de réussite s'amointrissent comme peau de chagrin et qu'il faudra que votre dossier de candidature et votre score TOIEC (si on vous en demande) soient absolument excellents.

Ma longue expérience m'oblige à vous prodiguer ce conseil qui me semble très important : dans le cas où vous obtenez un score inférieur à 270, ne stoppez pas tout net vos actes de candidature. Surtout pas.

Bien sûr, si votre dossier est mauvais (CV avec zéro stage, zéro expérience à l'étranger, zéro petit job, zéro associatif et que votre relevé de notes comporte plusieurs rattrapages), alors arrêtez l'hémorragie. Mais si votre dossier est très bon voire juste bon, alors foncez ! Les processus d'admission en Grande École ne sont pas toujours très rationnels et il y a parfois de belles surprises à l'arrivée.

Si vous obtenez un score inférieur à 270 et que vous pensez que cela est dû à un accident (vous étiez malade, dans un mauvais jour, etc.) **alors mon conseil est sans appel : prenez le temps de le justifier** et joignez une lettre dans laquelle vous expliquez qu'en dépit de vos efforts et de votre travail assidu de préparation, vous avez trébuché et que le score que vous avez obtenu ne reflète pas votre niveau. Ainsi, si votre dossier est bon alors il y a des chances que le jury en charge de votre candidature fasse preuve de clémence.

Voici un exemple de document avec votre résultat au test que vous recevez après avoir passé le Tage Mage :



**TEST D'APTITUDE AUX ETUDES
SUPERIEURES DE GESTION**

XXX XXX

Résultat au test
TAGE MAGE 2017 - Semestre 2

Nom :	XXX	
Prenom :	XXX	Date de naissance : XX/XX/1996
Session de test		N° d'inscription
07/12/2017		XXX-XXXXXX

Score final : 477 sur 600

Résolution de problèmes	Aptitudes verbales	Raisonnement logique
50 sur 60	40 sur 60	53 sur 60

Toute déclaration fausse, erronée, falsification de documents, attestation de résultats TAGE MAGE ® entraînera des poursuites pénales. Il est ainsi rappelé que toute personne effectuant une fausse déclaration ou falsifiant les attestations délivrées par la FNEGE est susceptible d'être poursuivie des chefs d'escroquerie, faux et usage de faux conformément aux dispositions des articles 313-1 et 441-1 du Code Pénal.

FNEGE - 2, avenue Hoche 75008 Paris
www.tagemage.fr

4

3 IDÉES REÇUES
SUR LE TAGE MAGE**Idée reçue numéro 1 : je suis nul en maths. Je n'ai aucune chance d'obtenir un bon score au Tage Mage.**

Ceci est faux bien sûr ! Le Tage Mage évalue certes vos aptitudes calculatoires (Calcul et Conditions minimales) mais aussi vos aptitudes verbales (Compréhension de textes et Expression) et logiques (Raisonnement et argumentation et Logique). Les « nuls » en maths conservent donc assurément toutes leurs chances. Et puis soyons honnêtes : les notions convoquées en calcul au Tage Mage relèvent du programme de mathématiques de troisième. Tout cela n'a rien de bien méchant. Aussi, avec une bonne préparation, toutes les ambitions sont permises, et il n'est d'ailleurs pas rare que des étudiants d'AURLOM issus de filières littéraires performent mieux (voire beaucoup mieux) que leurs camarades matheux ! C'est dire...

Idée reçue numéro 2 : je passe le Tage Mage dans 20 jours et je n'y connais rien. Je n'ai aucune chance.

Ceci est encore faux bien évidemment ! Il n'est pas prouvé qu'il faille nécessairement réviser le Tage Mage des centaines d'heures pour atteindre un bon score. L'expérience montre qu'il est tout à fait possible d'être au point en 2 ou 3 semaines si tant est qu'on s'impose un programme de préparation ambitieux et rigoureux, à hauteur disons de 4 à 5 heures par jour pendant 15 jours (de 7 h à 8 h puis de 19 h 30 à 23 h par exemple ;) N'oubliez jamais que les notions, formules, méthodes, techniques et astuces qui sont utilisées au Tage Mage sont accessibles à tous... Vraiment à tous. Ayez confiance. C'est mon expérience de 15 ans en tant que professeur et coach auprès de plusieurs milliers d'élèves qui parle !

Idée reçue numéro 3 : le jour J, il est conseillé d'être très prudent et de ne répondre que lorsque l'on est sûr de son coup.

Il est vrai que le fait qu'une réponse fausse donne lieu à une pénalité est plutôt dissuasif. Ceci étant dit, mes meilleurs étudiants – ceux qui obtiennent des scores de l'ordre de 540 sur 600 au Tage Mage, c'est-à-dire des scores exceptionnels – sont unanimes sur le sujet. Il faut être prêt à prendre quelques risques pour aller chercher un score de champion au Tage Mage ! Cela ne souffre d'aucun doute. Et ceci vaut bien évidemment aussi pour celles et ceux d'entre vous qui visent un joli 350 ou un très beau 420. **Mon conseil est donc le suivant** : construisez dans un premier temps votre score pour assurer vos arrières et faites de votre mieux pour accumuler entre 8 et 10 bonnes réponses par sous-test. Ensuite, sur les questions qui restent, et bien si vous hésitez entre 2 réponses (les plus téméraires diront 3 !), offrez donc à votre feeling toute la place qu'il mérite et répondez au hasard. Vous verrez, en travaillant sur les tests blancs, cette stratégie est très souvent payante.

LES SECRETS D'UNE PRÉPARATION RÉUSSIE

5

Si vous souhaitez obtenir un excellent score au TAGE Mage, vous devez absolument tout mettre en oeuvre pour que rien ne soit laissé au hasard. Et cela commence par une organisation de tous les instants.

Je souhaite vous livrer ici les meilleurs usages que l'on peut faire de **La Bible du TAGE Mage**.

Un grand merci à Paul et Eden, deux de mes étudiants à Aurlom qui ont respectivement obtenu 497 et 513 sur 600 au TAGE Mage et qui ont partagé avec moi leur expérience de préparation et leurs conseils pour exploiter au mieux le potentiel de mon livre. J'ai justement demandé à Eden (admise à l'Essec, l'ESCP Europe, l'EM Lyon et l'Edhec) de nous parler de son expérience. C'est un peu long à lire mais cela vaut le coup ;)

« Je ne faisais pas partie des meilleures étudiantes à la fac mais j'étais assez constante d'une année sur l'autre. Environ 12 de moyenne dans toutes les matières. Je suis très travailleuse et régulière dans les efforts que je fais mais j'ai du mal à décrocher d'excellentes notes. Je pensais que cela allait être pareil avec le TAGE Mage (beaucoup de travail pour un résultat autour de 300 ou 320...) mais la grosse différence qu'il y a entre le TAGE Mage et la macroéconomie par exemple c'est que pour le TAGE Mage, il est clairement possible d'en venir à bout ! J'avais acheté la Bible fin septembre et je m'étais donnée 4-5 mois pour la travailler avec au milieu un stage d'un weekend à Aurlom. J'avais prévu de passer le TAGE Mage une première fois en décembre et une seconde fois en février pour pouvoir rendre mes dossiers de candidature début mars et me concentrer sur mon Master. J'ai donc commencé à travailler le TAGE Mage début octobre **en me fixant une règle immuable : 1 heure par jour quoiqu'il arrive et 4 heures en bibliothèque le vendredi après-midi** car je n'avais pas cours. Au début, je me suis dit que je n'en viendrais jamais à bout mais j'ai compris très vite qu'avec beaucoup de travail et de révisions ça irait. Le premier score que j'ai obtenu au TAGE Mage était de 341 et le second était de 513. Ce qui m'a permis de faire un bond aussi énorme entre la première et la seconde fois, c'est une meilleure gestion de mon stress (ma façon d'aborder les questions n'avait rien à voir avec la première fois où j'avais passé le test en décembre), une bonne prise de recul sur les questions et surtout une petite prise de risque quand j'hésitais, ce qui m'a aidé à dépasser les 500.

Ce qui m'a permis d'atteindre dès la première fois un bon score (j'ai d'ailleurs failli ne pas repasser le TAGE Mage une seconde fois), **c'est qu'à la différence de mes amis**

qui travaillaient le Tage Mage en même temps que moi, j'avais tout misé sur la qualité plutôt que la quantité. Clairement, je n'ai jamais fini la Bible et je n'ai fait que 9 ou 10 tests blancs au total. Au lieu de faire des tests blancs à répétition, j'ai privilégié le cours, j'ai essayé de détricoter les énoncés et j'ai passé un temps fou à approfondir chaque question sur laquelle je travaillais. Je pense que c'est ça qui a payé. J'ai creusé très profond dans mon cerveau et au final, plus aucune question ne me perturbait et je me sentais vraiment en position de force face au test.

Donc si j'ai trois conseils à donner aux étudiants pour travailler au mieux sur la Bible, ce serait les suivants : (1) se faire un programme de travail et s'y tenir, (2) donner la priorité au cours, (3) travailler les tests de façon très approfondie en privilégiant la qualité à la quantité.

Voilà, je souhaite à tous les futurs candidats une très bonne réussite au Tage Mage et d'intégrer une top école ! »

Conseil # 1 : fixez-vous des temps d'étude

Je crois sincèrement que vous n'avez que très peu de chances d'obtenir un excellent score au Tage Mage si vous ne prenez pas la décision ferme d'y consacrer un temps fixe chaque jour. Bien sûr, nombreuses seront les occasions de trouver de bonnes excuses pour zapper votre séance quotidienne de travail. Les excuses, je ne les connais que trop pour avoir accompagné depuis 20 ans des milliers d'étudiants qui préparent le Tage Mage. La nature humaine est ce qu'elle est : on se trouve toujours de bonnes excuses pour ne pas avoir à affronter certaines difficultés.

Or la clé de la réussite réside justement dans votre force et votre détermination à fixer des temps d'étude et à ne pas les modifier au gré des aléas de votre vie quotidienne.

Idéalement, je vous conseillerais d'inscrire votre préparation au Tage Mage sur **3 ou 4 mois, pas plus. Selon moi, commencer à se préparer 12 ou 18 mois à l'avance ne présente vraiment aucun intérêt.** Si vous avez du temps à tuer en L1 ou L2 à la fac, alors autant consacrer votre temps libre à des petits jobs qui prouveront votre intérêt pour les métiers du commerce et de la vente, à l'apprentissage d'une nouvelle langue avec une bonne méthode telle qu'Assimil pour prouver votre désir d'international, ou encore à une association dans laquelle vous essaieriez de jouer un rôle moteur. 3 ou 4 mois de préparation suffisent amplement pour faire le tour de la question... à condition toutefois que vous fixiez ces fameux temps d'étude quotienne.

Si vous inscrivez votre préparation sur 3 ou 4 mois, mon conseil est de consacrer entre 1 heure et 1 heure 15 par jour au Tage Mage. 1h pour celles et ceux qui ont des facilités dans les épreuves calculatoires, 1h15 pour les autres. Ajoutez à cela

un ou deux créneaux plus importants de 4 heures (un créneau pour celles et ceux qui consacrent plutôt 4 mois à leur préparation, un seul créneau pour ceux qui y consacrent 3 mois ou moins).

Pour respecter ce temps fixe d'étude, certains étudiants prennent la décision de modifier leur rythme de vie durant quelques mois en se levant par exemple chaque jour plus tôt ou en se couchant chaque jour plus tard. Leur force consiste à fixer leur temps d'étude entre 7h et 8h chaque matin par exemple ou entre 21h et 22h chaque soir. Ils organisent ainsi leur vie autour de cette séance quotidienne de Tâge Mage. J'ai toujours eu beaucoup d'admiration pour mes étudiants qui se levaient à 7h ou 7h30 et qui changeaient radicalement leurs habitudes en se levant chaque matin à 6 heures pour se laver, s'habiller, déjeuner et travailler ensuite leur Tâge Mage entre 6h30 et 7h45 avant de filer en cours. Et je suis encore plus admiratif quand je vois comment ils s'organisaient la veille pour être au lit à une heure décente et s'assurer ainsi qu'ils n'aient pas de difficulté à se réveiller le lendemain. **Le plus important est que cette séance de travail soit fixe dans le temps. Je ne crois pas à l'efficacité des séances de travail quotidiennes nichées dans certains trous de la journée quand bien même ces trous seraient fixes.** Je crois beaucoup plus en une organisation qui privilégie toujours le même créneau, chaque jour le même.

Pour ce qui est du ou des deux créneaux plus longs de 4 heures, vous devez là aussi trouver des créneaux fixes. Certains étudiants privilégient un 16h-20h tous les mardis ou un 8h-12h tous les mercredis par exemple car ils n'ont jamais cours à ce moment-là ou bien un 14h-18h le vendredi ou le samedi ou encore un 8h-12h le dimanche. Naturellement ce ou ces créneaux de 4 heures ne doivent pas empiéter sur votre heure quotidienne ou la phagocyter. Votre heure quotidienne fixe de préparation ne doit jamais disparaître, jamais !

Conseil # 2 : planifiez le contenu de vos temps d'étude

Les créneaux d'1h (ou 1h15) doivent être consacrés au cours, aux applications et à la revue en profondeur des questions étudiées dans le cadre d'un test blanc. Quant aux créneaux hebdomadaires de 4 heures, ceux-ci seront consacrés aux tests blancs.

Les trois premières semaines de travail ne seront consacrées qu'au cours et à ses applications, car vous n'aurez pas encore commencé à travailler sur un test blanc.

Je vous imagine surpris en lisant les quelques lignes précédentes : « 3 semaines sans toucher à un test blanc ??? Sérieux ?? ». Et oui, vous devez savoir que je déconseille très fortement à mes étudiants de commencer à travailler sur un test blanc avant trois semaines, car je suis convaincu que vos trois premières semaines de préparation doivent être exclusivement consacrées au cours et à ses applications. Et avec **La Bible du**

Tage Mage, vous ne serez pas en reste étant donné que près de 500 pages du livre sont justement consacrées au cours et à ses applications.

Alors comment organiser vos séances de travail durant les trois premières semaines de cours ? Et bien c'est très simple, vous devez planifier vos séances grâce à la table des matières très détaillée qui figure en début de livre. Le but étant de finir le cours en 3 semaines. Pour ce qui est du ou des créneaux hebdomadaires de 4 heures, ceux-ci doivent être consacrés pendant les 3 premières semaines à la révision de tout ce qui a été vu précédemment ainsi qu'à la rédaction de vos fiches.

Voici le programme que je préconise (programme indicatif bien sûr) en partant du principe que vous commencez un lundi et que vous fixez le vendredi après-midi comme étant le jour avec le créneau additionnel de 4 heures.

1. **Lundi jour 1** : cours de compréhension de textes + présentation de l'épreuve de calcul.
 2. **Mardi jour 2** : cours de calcul : arithmétique et manipulation des nombres + applications.
 3. **Mercredi jour 3** : cours de calcul : opération usuelles, pourcentages, moyennes, proportionnalité.
 4. **Jeudi jour 4** : cours de calcul : équations, vitesse-temps-distance, unités et conversions.
 5. **Vendredi jour 5** : cours de calcul : progressions arithmétiques, temps de travail, géométrie.
+ **Créneau de 4 heures** : fiches en compréhension de textes et calcul + applications.
 6. **Samedi jour 6** : cours de calcul : notions de mathématiques financières, combinatoire et probabilités.
 7. **Dimanche jour 7** : cours de calcul : applications + chapitre méthode de lecture & techniques d'approche et de résolution des questions.
-
8. **Lundi jour 8** : cours de calcul : applications + chapitre méthode de lecture & techniques d'approche et de résolution des questions.
 9. **Mardi jour 9** : cours de calcul : relire le chapitre méthode de lecture & techniques d'approche et de résolution des questions + chapitre des techniques et des astuces.
 10. **Mercredi jour 10** : terminer les applications que vous n'avez pas eu le temps de faire.
 11. **Jeudi jour 11** : cours de raisonnement et argumentation : étudier le chapitre sur les questions de raisonnement avec l'étude des 10 cas.
 12. **Vendredi jour 12** : écrire sur une feuille blanche par coeur toutes les formules de cours vues en calcul (inclus : carrés, cubes, nombres premiers).
+ **Créneau de 4 heures** : refaire vos fiches en calcul en les allégeant, c'est-à-dire en éliminant tout ce qui a été parfaitement compris + terminer toutes les applications de calcul + faire une fiche sur les 10 cas de questions de raisonnement vues la veille.
 13. **Samedi jour 13** : cours de raisonnement et argumentation : les questions d'argumentation.

14. Dimanche jour 14 : cours de conditions minimales : présentation de l'épreuve et conseils préliminaires.

15. Lundi jour 15 : cours de conditions minimales : chapitre méthodologie.

16. Mardi jour 16 : cours de conditions minimales : chapitre questions ouvertes et questions fermées.

17. Mercredi jour 17 : cours d'expression : chapitre présentation de l'épreuve et méthodes et stratégies de réponses.

18. Jeudi jour 18 : cours d'expression : fondamentaux de la langue française : les 25 règles à connaître.

19. Vendredi jour 19 : cours d'expression : vocabulaire et style.

+ **Créneau de 4 heures :** tableaux de conjugaison, proverbes, dictons et expression + 250 applications d'entraînement + fiche en raisonnement & argumentation + fiche en conditions minimales.

20. Samedi jour 20 : cours de logique : présentation de l'épreuve et séries doubles de lettres.

21. Dimanche jour 21 : séries doubles de chiffres et séries graphiques.

Comme vous le voyez, à chaque jour suffit sa peine ! En 3 semaines, vous aurez réussi à travailler l'entièreté des cours relatifs aux 6 sous-épreuves du Tage Mage et vous pourrez être fiers de vous.

C'est psychologiquement très stimulant de se dire que « ça y est... » vous avez une vue globale de toutes les notions à connaître pour aborder sereinement les différentes questions qui composent les tests blancs. Et puis durant ces 3 semaines, vous aurez même déjà commencé à faire quelques fiches !

Vous allez maintenant pouvoir travailler sur vos tests blancs. Le problème, c'est que si l'on suit le programme décrit précédemment, votre prochaine séance consacrée à un test blanc est vendredi. Alors que faire du lundi (jour 22) au vendredi ? La réponse est très simple, vous allez réviser en accéléré votre cours et faire de nouvelles fiches encore plus allégées.

Cela peut donner :

22. Lundi jour 22 : cours de calcul : révision accélérée de tous les chapitres et fiches allégées.

23. Mardi jour 23 : cours de raisonnement & argumentation et de conditions minimales : révision accélérée et fiches allégées.

24. Mercredi jour 24 : cours d'expression : révision accélérée et fiches allégées.

25. Jeudi jour 25 : cours de logique : révision accélérée et fiches allégées.

26. Vendredi jour 26 : révision de toutes les fiches allégées.

+ **Créneau de 4 heures :** premier test blanc

Remarque : si votre créneau hebdomadaire est un samedi ou un dimanche, et bien faites encore quelques révisions globales accélérées sur vos différents chapitres de cours.

Vous aurez donc remarqué que vous ne commencerez à travailler sur un test blanc qu'à partir de votre 26^e jour de préparation. Cela peut vous paraître long 26 jours sans faire le moindre test blanc, mais faites-moi confiance, l'expérience montre que comme dans tout sport de haut niveau (et le Tâge Mage est un test de haut niveau), vous devez absolument passer par une phase d'échauffement et d'entraînement avant d'aller au combat, il n'y a rien de plus normal à cela !

Je vais vous apprendre à présent à tirer le meilleur profit des tests blancs.

LA VEILLE DU TAGE MAGE

6

F6

- 1 **Relaxez-vous !** Mais relaxez-vous vraiment (sport, cinéma, séries TV...)
- 2 **Désacralisez !** Au pire vous vous plantez et vous le repassez. Et puis la candidature est un tout, ne l'oubliez jamais ! Vous pourrez compenser un score moyen ou faible avec un super TOEIC ou un super dossier.
- 3 **Préparez bien tous les documents dont vous aurez besoin.**
- 4 **Calculez à la minute près** le temps de trajet qu'il vous faut pour vous rendre au centre d'examen.
- 5 **Réveillez-vous très tôt la veille** et suffisamment tôt aussi le Jour J.
- 6 **Ne vous couchez pas tard** (mais si vous suivez le point 5 et que vous vous réveillez tôt vous serez clairement fatigué plus tôt que d'habitude !)
- 7 **Mangez light :** légumes, fruits, poissons, viandes blanches... Ce conseil est très sérieux.
- 8 **Si ça vous rassure,** relisez vos fiches mais surtout ne faites plus d'exos.
- 9 **Projetez-vous mentalement** dans la salle d'examen et prenez le temps d'imaginer comment ça va se passer le lendemain, sous-test après sous-test.
- 10 **Et puis n'oubliez pas de sourire et de respirer :) ça va bien se passer !**

APPRENEZ À GÉRER VOTRE TEMPS ET VOTRE STRESS

La gestion du temps comme la gestion du stress sont bien sûr essentielles à l'obtention d'un excellent score au Tage Mage. Temps et stress sont intimement liés : qui sait gérer son temps sait gérer son stress... et inversement !

Une chose est sûre : vous manquerez de temps au Tage Mage et vous serez forcément un peu stressés. C'est normal, le test a été conçu de telle sorte qu'il est quasiment impossible de répondre à toutes les questions et le score que vous allez y obtenir aura une influence certaine sur l'appréciation de vos dossiers de candidature.

Donc arrêtons dès à présent de tourner en rond en croyant que vous pourrez tenir votre stress en respect tout au long du test et essayons plutôt de réfléchir à des mécanismes qui permettront de le neutraliser.

Règle # 1

Arrivez très en avance sur le lieu du test, au moins 1 heure avant l'heure de la convocation

Il n'est pas question d'être en proie au moindre stress lié à des embouteillages ou à un bus, métro ou RER en retard ou à l'arrêt. Prenez donc vos dispositions en vous couchant tôt la veille, en vous levant tôt le matin et ce, même si le test se déroule l'après-midi.

Portez des vêtements amples et confortables. Arrivez à l'avance, idéalement une heure avant l'heure à laquelle vous serez convoqué. Pendant cette attente, écoutez de la musique, remémorez-vous toutes les règles d'or que vous devrez appliquer pour chaque épreuve puis hydratez-vous et mangez un petit en-cas sucré avant d'entrer en salle. Pensez enfin à des choses positives, des choses qui vous font plaisir (la sortie que vous ferez avec des amis le weekend qui arrive ou le film que vous irez voir au cinéma juste après). Il est important que vous vous mettiez dans de bonnes dispositions.

Règle # 2

**Pas de paranoïa : tous les candidats manqueront de temps et seront stressés...
Pas juste vous !**

Cela doit vous rassurer. Vous ne serez pas seul à manquer de temps, à être stressé ou à trouver certaines questions difficiles ou infaisables. Pour peu que vous ayez bien travaillé, appris votre cours, planché sur 8 à 10 tests blancs et appris à appliquer consciencieusement les méthodes et astuces expliquées dans ce livre, alors soyez certain que si c'est dur pour vous, nul doute c'est dur pour tout le monde... et pas juste pour vous :)

Aussi, il est essentiel que vous soyez capable de surmonter une difficulté rencontrée en cours d'épreuve en redoublant d'effort et de concentration, car seuls ceux parmi vous qui réussiront à dépasser une première difficulté, puis une deuxième, puis une troisième se verront récompenser par un excellent score.

Règle # 3

Apprenez à respirer

Il est connu que pendant un test ou un examen où le temps joue un rôle important, vous êtes amené à oublier de respirer à certains moments où vous êtes stressé. En respirant moins, votre cerveau est moins oxygéné et vous diminuez par conséquent automatiquement vos capacités de réflexion et de concentration.

Cela peut avoir des conséquences catastrophiques sur votre réussite au TAGE MAGE. Il est donc essentiel que vous ayez le réflexe de penser à respirer le jour J.

Je vous conseille de prendre l'habitude d'inspirer profondément à chaque fois que vous découvrez une nouvelle question en faisant entrer une bonne quantité d'air dans votre ventre. Bloquez alors cet air 3 ou 4 secondes et relâchez-le lentement.

Bien respirer est essentiel car cela permet d'une part d'être toujours bien oxygéné et d'être au top de ses capacités mentales mais aussi de neutraliser ce temps qui semble régulièrement vous échapper tout au long du test.

Règle # 4

Plus vous serez lents et plus vous irez vite !

Alors que vous avez l'habitude de vous précipiter sur une épreuve en tournant les pages frénétiquement et en lisant les énoncés à toute allure, osez prendre le contrepied de ce comportement qui ne porte malheureusement pas ses fruits.

En prenant l'habitude de diviser votre vitesse de lecture des énoncés par deux, autrement dit en lisant vos énoncés lentement, voire très lentement, vous profitez au mieux du temps qui vous est imparti.

Il n'y a rien de pire que de lire vite le jour J. Les risques de sauter des mots, de mal lire une question, de devoir relire une deuxième voire une troisième fois le même énoncé sont en effet nombreux. Veillez donc à convoquer à chaque fois une certaine forme de lenteur qui, vous le verrez avec l'expérience, vous aidera à dépasser régulièrement les 400 au Tâge Mage.

Règle # 5

Apprenez à gérer le temps qui précède le début de chaque sous-épreuve

Comme vous le savez, vous aurez une pause d'environ 3-4 minutes avant le début de chaque sous-épreuve. Durant cette pause, une personne dans la salle aura pour mission de lire à voix haute ou au micro les consignes relatives à la sous-épreuve sur laquelle vous devrez plancher. Inutile de vous dire que vous connaîtrez ces consignes par coeur et que vous n'aurez donc aucun intérêt à les écouter.

Pendant ces 3-4 minutes, saisissez l'opportunité qui vous est offerte pour vous remémorer les règles d'or relatives à la sous-épreuve qui va suivre, pensez au fait que vous devrez bien respirer avant de lire un énoncé ou que vous devrez lire lentement pour aller vite. Et puis, 3 ou 4 minutes, c'est long. **Aussi, je vous conseille d'en profiter pour effectuer l'exercice de relaxation suivant :**

- Assis, la tête et le dos bien droits, les pieds bien à plat sur le sol, tirez les épaules vers l'arrière puis, levez les bras vers l'avant à hauteur de la poitrine.
- Fléchissez les coudes pour que les avant-bras forment un angle droit avec les bras.
- En inspirant lentement par le nez, écartez les bras vers l'extérieur, comme si vous ouvriez une fenêtre.
- Gardez l'air dans les poumons pendant quelques secondes, puis ramenez les bras, toujours fléchis devant vous en expirant par la bouche comme si vous refermiez la fenêtre.
- Recommencez trois fois, avant de relâcher les bras.

Cet exercice est d'une efficacité redoutable pour bien se détendre avant de commencer une nouvelle sous-épreuve.

Pour terminer, je sais d'expérience que vous pensez que ces conseils sont un peu «pipo» ou sur-réalistes. Croyez-moi pourtant, nombreux sont mes étudiants à avoir réussi à augmenter très sensiblement leur score en appliquant ces règles. D'ailleurs, appliquez-les quand vous plancherez sur les tests blancs et vous pourrez ainsi librement en juger par vous-mêmes !

CHOISISSEZ AURLOM POUR PRÉPARER VOS CONCOURS

8

8
F

En tant que Directeur de la Prépa AURLOM, je ne peux évidemment que vous recommander AURLOM pour vous préparer au TAGE MAGE et plus généralement aux épreuves écrites et orales des concours d'entrée des Grandes Écoles.

AURLOM est depuis 2006 l'institut numéro 1 pour la préparation des concours d'entrée des Grandes Écoles accessibles via les admissions parallèles. Numéro 1 par le caractère exceptionnel de ses résultats (72 % de ses étudiants admis dans au moins une école du TOP 5 et 96 % de ses étudiants admis dans au moins une école du TOP 10 ; 372 sur 600 de moyenne au TAGE MAGE, 26% des étudiants qui dépassent le score de 400 sur 600, 931 sur 990 de moyenne au TOEIC) mais aussi numéro 1 par le taux de satisfaction de ses étudiants qui atteint 18,3 sur 20 en 2022 !

Choisir AURLOM pour ses résultats

AURLOM est depuis 2006 la première prépa de France pour les admissions parallèles aux grandes écoles de commerce et de management.

Sur les 3 dernières années, ce sont :

- **633 étudiants** qui ont rejoint les bancs de l'EM Lyon, de l'EDHEC, d'Audencia (Nantes) ou de Grenoble EM.
- **988 étudiants** qui ont rejoint les bancs des écoles du concours PASSERELLE, TREMPIN, de SKEMA ou encore Toulouse Business School.
- **113 étudiants** qui ont rejoint les bancs d'HEC, ESSEC ou ESCP Europe.

Au total : 96 % de réussite pour l'ensemble des étudiants qui ont choisi de préparer les concours parallèles avec Aurlom.

Choisir AURLOM pour sa parfaite connaissance des épreuves et de leurs rouages

AURLOM s'est forgée une réputation exceptionnelle dans son expertise et sa connaissance pointue des épreuves écrites et orales des concours. Les professeurs qui interviennent à AURLOM sont des auteurs d'ouvrage à succès, concepteurs de sujets, correcteurs ou encore membres de jurys de concours et sont reconnus par leurs pairs comme les meilleurs spécialistes de leur épreuve.

Soucieux de suivre les moindres évolutions des épreuves, ils prodiguent année après année les méthodes, conseils et astuces qui permettent de viser les meilleurs scores aux concours.

Choisir AURLOM pour ses méthodes pédagogiques

AURLOM, c'est l'alliance parfaite de méthodes d'enseignement traditionnelles éprouvées par des milliers d'étudiants (cours en classe), avec les techniques d'apprentissage les plus innovantes (intranet).

- Cours en classe.
- Cours à distance.
- Des vidéos pédagogiques de qualité : idéales pour apprendre dès qu'on a 5 ou 10 minutes de libre en journée.
- Un Intranet, espace de préparation en ligne, accessible dès l'inscription. Annales, extraits d'ouvrage, exercices, revues de presse, vidéos, devoirs à rendre... Tout est mis en œuvre pour vous accompagner dans votre préparation.
- Une disponibilité totale de l'équipe pédagogique par mail, téléphone et même WhatsApp !

Choisir AURLOM pour son réseau d'albumi

AURLOM a accueilli depuis sa création plus de 18 000 étudiants dans des classes à taille humaine pour favoriser la proximité élèves-professeurs ainsi qu'un suivi individualisé. En vous préparant avec AURLOM, vous rejoignez une communauté active et solidaire d'étudiants avec laquelle vous échangez régulièrement.

Les prochaines sessions de préparation

Pour la saison des concours 2024-2025, AURLOM vous accueille dans le cadre de ses CYCLES CONTINUS, de ses SEMAINES INTENSIVES ou de ses WEEKENDS INTENSIFS dès le mois de septembre 2024.

Cycles continus

Les préparations qui s'étalent sur plusieurs weekends ou soirs en semaine à partir du mois de septembre 2025.

Semaines intensives

Préparations intensives sur 5 jours en été ou pendant les vacances d'été, de la Toussaint, de Noël, d'Hiver ou de Printemps. Inclus : 3 tests blancs TAGE MAGE inédits dans les conditions du jour J.

Weekends intensifs

Préparations intensives sur 2 ou 3 jours pendant les weekends (vendredi, samedi et dimanche ou samedi et dimanche). Plusieurs weekends au choix tout au long de l'année. Inclus : un test blanc TAGE MAGE inédit dans les conditions du jour J.

9

**POUR ALLER
PLUS LOIN****Restons en contact !**

Vous avez des questions au sujet du Tâge Mage ou de toute autre épreuve ? Un point de cours qui vous résiste ? Une question sur un exercice ? Remonter une erreur que vous avez croisée dans l'ouvrage ? Ou alors vous voulez juste m'envoyer un mot gentil ? Et bien n'hésitez pas à me contacter. Je me ferai un plaisir de vous répondre dans les meilleurs délais.

ÉCRIVEZ-MOI !

franck@aurlom.com



J'anime régulièrement des lives sur mon compte INSTAGRAM ou sur TIKTOK. Je réponds à toutes les questions que vous vous posez sur le Tâge Mage bien sûr mais également sur les ADMISSIONS PARALLELES (programmes Grande école et MS).

**INSTAGRAM
DE L'AUTEUR**

Franck Attelan

(lives thématiques et conseils)

**TIKTOK**

Aurlom

(entraide, partages d'expériences,
questions à l'auteur, tests d'entraînement)



Vidéos

Retrouvez sur YouTube des vidéos de conseils et astuces en calcul et en logique.

VIDEOS DE CONSEILS

Youtube



aurlom.com

Retrouvez de nombreux articles sur le Tâge Mage ainsi que des tests d'évaluation gratuits sur le site aurlom.com (tapez "tâge mage aurlom" sur Google) pour un accès direct à un contenu riche et régulièrement mis à jour.

AURLOM

aurlom.com



PREMIÈRE PARTIE

**COURS FONDAMENTAUX /
APPLICATIONS CLÉS / MÉTHODES /
SAVOIR-FAIRE / ASTUCES**

1.

COMPRÉHENSION DE TEXTES

I. PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE

L'épreuve de compréhension de textes est **la première épreuve du Tage Mage**.

Ce n'est pas l'épreuve la plus difficile mais ce n'est pas non plus celle où vous ferez un sans faute.

L'épreuve est exigeante : elle avantage en effet les candidats habitués à lire beaucoup, vite et bien ! Elle avantage encore celles et ceux qui sont dotés d'excellentes capacités de mémoire et de concentration car l'épreuve comporte son lot de pièges et d'énoncés alambiqués et il n'est pas permis de perdre du temps sur la lecture des textes et des questions.

Le format de l'épreuve est toujours le même : vous devrez lire 2 ou 3 textes et répondre à un total de 15 questions en 20 minutes. Pour chaque question, 5 choix de réponses vous sont proposés et, comme toujours au Tage Mage, **une seule réponse est correcte**. Bien entendu, vous êtes autorisé à revenir sur les textes tout au long de l'épreuve.

À noter : les épreuves de compréhension de textes sur lesquelles les candidats ont planché ces dernières années étaient majoritairement composées de 3 textes.

5 questions étaient associées à chacun des 3 textes et il faut savoir que parfois le texte numéro 2 et le texte numéro 3 se suivaient (ils étaient en effet extraits d'un seul et même texte).

Comme pour toutes les épreuves du Tage Mage, **une bonne réponse** rapporte 4 points, une **mauvaise réponse** fait perdre 1 point et **aucune réponse** ne fait gagner ni ne fait perdre de point.

1. Pourquoi une épreuve de compréhension de textes ?

Si vous passez le Tage Mage, c'est parce que vous vous destinez à des carrières de directeurs, de managers, de décideurs. Il n'est pas donné à tout le monde d'endosser de telles fonctions ! Parmi les nombreuses responsabilités du manager, on trouve en première position la planification et l'organisation du travail. **Or la planification et l'organisation du travail sont intimement liées à la collecte et à la gestion efficace de l'information** ainsi qu'à l'utilisation optimale des savoirs et compétences. Aujourd'hui encore, cette information est surtout accessible via des documents qui se présentent sous forme écrite.

Le manager est ainsi condamné à lire un nombre très important de documents divers et variés : livres, articles de journaux et de périodiques, rapports d'études, analyses

économiques, analyses stratégiques, contrats, conventions, partenariats, plans stratégiques à 5 ans, etc.

Aussi, à chaque fois qu'il prend une décision consécutive à la lecture de ces documents, le manager engage sa responsabilité ainsi que celle de la société dont il défend les intérêts. Il ne peut alors raisonnablement s'affranchir de l'interprétation la plus juste qui soit des textes qu'il lit.

L'épreuve de compréhension de textes remplit donc bien son rôle puisqu'elle vous invite à faire montre de qualités endurcies de lecture rapide, de compréhension et d'interprétation de textes portant sur des sujets variés et ce, dans un climat de fortes contraintes de temps et de stress. Comme dans la vraie vie, vous devrez vous décider vite après avoir lu un texte et mesurer le risque que vous prenez en choisissant une réponse plutôt qu'une autre.

2. À quoi ressemblent les textes ?

Les textes sur lesquels vous serez amené à travailler sont de longueur variable, **entre 300 et 500 mots** (soit un texte qui occupe environ 60 à 100 % d'une page de format A4 avec une police *Times* de taille 12).

Les textes traitent de tous les sujets : vins du Nouveau Monde, gestion de la crise, avenir de l'industrie métallurgique, jeux vidéos et impact sur le développement de l'adolescent, suicide au travail, questions d'éthique, mécénat, responsabilité sociale des entreprises, formation continue, prix des matières premières, place de l'Europe dans le monde, cinéma, arts de la table, histoire de l'automobile, maladies neurologiques, rôle de l'Inde dans le secteur informatique, etc.

Il est à noter cependant que **la majorité des textes sur lesquels les candidats planchent le jour J sont liés de près ou de loin à l'actualité des entreprises et plus généralement à l'actualité économique et politique française et internationale.**

Vous travaillerez principalement sur des articles d'actualité, des interviews, des textes argumentatifs et des discours.

3. À quoi ressemblent les questions ?

▼ Les questions de détail et de repérage

Exemple

En quoi les salariés allemands sont-ils particulièrement remarquables ?

Ils (...)

acceptent, si nécessaire, la mobilité géographique.

déploient beaucoup d'efforts pour s'adapter et se motiver.

savent s'organiser spontanément et collectivement.

(A) 1 + 3

(B) 1 + 2

(C) Uniquement 1

(D) Uniquement 2

(E) Ni 1, ni 2, ni 3

▼ Les questions de titre

Exemple 1

Quel est le meilleur titre pour ce texte ?

Entreprises citoyennes et entreprises responsables.

Les entreprises n'ont que faire d'un contre-pouvoir coopératif.

Les entreprises à la recherche d'une impossible légitimité démocratique.

Comment passer de l'entreprise responsable à l'entreprise citoyenne ?

La responsabilité sociale des entreprises en question.

Exemple 2

Question 1. Quel est le meilleur titre pour cette interview ?

Question 2. Quel est le meilleur sous-titre pour cette interview compte tenu du titre choisi dans la question précédente ?

Comme vous le voyez dans le dernier exemple, certaines questions peuvent être interdépendantes.

▼ Les questions de source

Exemple 1

Ce texte est extrait :

d'un essai autobiographique.

d'un livre sur l'art de la guerre.

d'une revue militaire des années 1930.

d'une thèse universitaire.

d'une analyse historique de la Seconde Guerre mondiale.

Exemple 2

Qui est l'auteur de ce texte ?

(A) Un homme politique.

(B) Un consultant.

(C) Un essayiste.

(D) Un journaliste.

(E) Un professeur d'économie.

▼ Les questions de conclusion

Exemple 1

Finalement, pourquoi les grandes entreprises américaines ont-elles perdu beaucoup de leur attrait en ce début de siècle ?

Exemple 2

Si l'on devait ajouter une conclusion à ce texte, laquelle choisiriez-vous ?

▼ Les questions de résumé

Exemple

Quel est le meilleur résumé de ce texte ?

II. MÉTHODES ET TECHNIQUES

Les épreuves de compréhension de textes ne sont jamais très difficiles ; certains textes sont même agréables dans leur contenu ou dans leur forme. Pourtant, vous devez appliquer la même rigueur dans la marche à suivre.

Les conseils qui suivent vous aideront à adopter les bons réflexes pour être performant le jour J.

1. Gérez efficacement votre temps

Vous disposez de 20 minutes pour une épreuve complète. Le calcul est donc simple :

- **10 minutes par texte s'il y a 2 textes** (6-7 minutes pour la lecture et 3-4 minutes pour répondre aux questions).
- **6 ou 7 minutes par texte s'il y a 3 textes** (4 minutes pour la lecture et 2-3 minutes pour répondre aux questions).

Vous devez être très discipliné et ne pas « déborder » sur le temps imparti, faute de quoi vous risquez de ne pas avoir le temps pour travailler sur le texte suivant. Aussi, si vous êtes en difficulté sur une question, vous devez la sauter sans trop attendre pour ne pas hypothéquer vos chances. Concrètement, cela signifie que vous devez prendre l'habitude de regarder votre montre toutes les 2 minutes et être très attentif aux signaux des surveillants qui décompteront le temps au fur et à mesure de l'épreuve.

▼ Un conseil (très) important

Pour celles et ceux d'entre vous qui lisent lentement et qui ont du mal avec cette épreuve, nous vous conseillons de vous limiter à deux textes lorsque l'épreuve en contient trois. Vous devez penser que nous manquons d'ambition mais l'expérience montre malheureusement que de nombreux lecteurs « lents » obtiennent souvent des scores très faibles à cette épreuve parce qu'ils passent un temps conséquent sur le premier texte (entre 9 et 10 minutes et répondent à 3 ou 4 questions sur 5 seulement) puis se précipitent sur les deux derniers textes en les bâclant et en répondant juste à 3 ou 4 questions seulement sur les 10 restantes. Ainsi, dans bien des cas, ces lecteurs obtiennent un score moyen de 18-20 sur 60 (30-33 sur 100) alors qu'ils auraient pu raisonnablement obtenir un score de 32 ou 33 sur 60 (53 ou 55 sur 100) en ne travaillant que sur 2 des 3 textes proposés. Quand on sait que des candidats manquent d'être admissibles à l'EM Lyon ou à l'Essec à cause de 10 points sur 600 au Tage Mage, cela oblige à se poser les bonnes questions avant le jour J et à adopter les bons comportements.

Sachez que lorsque les lecteurs lents suivent ce conseil, ils terminent généralement les deux premiers textes en 17-18 minutes et disposent ensuite de 2-3 minutes pour le troisième texte. Que font-ils alors pendant les 2-3 minutes qui restent ? Et bien ils se concentrent sur 1 ou 2 questions de « repérage » (les plus faciles) du troisième texte et parviennent à grappiller quelques derniers points précieux. Il n'est pas rare alors de constater qu'ils obtiennent finalement de très bons scores (environ 40-42 sur 60 soit 66-70 points sur 100).

2. Lisez les questions avant les textes

Il est tentant de se jeter sur la lecture du texte, mais non ! Vous pensez gagner du temps, mais en fait vous en perdez.

Vous devez toujours lire les questions en premier.

En revanche, il est inutile, à ce stade, de lire toutes les propositions, surtout si elles sont longues comme celles où l'on vous demande par exemple de résumer un texte.

Vous devez chercher :

- **Les questions qui vous demandent de trouver la phrase ou la proposition exacte / juste / inexacte / fausse / bonne / mauvaise / la pire / la meilleure.**
- **Les questions de titre, de conclusion ou de résumé.**

Ces questions sont particulières car elles vous demandent d'avoir une vision globale du texte. Vous allez devoir prendre un peu de hauteur pour trouver la bonne réponse. Autrement dit, vous ne pourrez pas, pour ce texte, vous contenter de rechercher les éléments de réponse ; il faudra comprendre l'ensemble du texte. Cela aura des conséquences sur la façon dont vous lirez le texte.

- **Et bien sûr tous les mots-clés que vous pouvez souligner / entourer et que vous espérez retrouver en lisant le texte.**

3. Stylo à la main : surlignez, entourez !

Après avoir lu les questions, vous devez lire **EN ENTIER** le texte. Nous disons bien en entier.

Il est hors de question de répondre à une question, aussi simple vous paraît-elle, alors que le texte n'a pas été lu dans son intégralité. Pourquoi ? Parce que souvent (c'est-à-dire pour au moins un tiers des questions) la bonne réponse est éparpillée dans divers endroits du texte. Il serait beaucoup trop simple d'élaborer des questions dont les réponses se situent dans un seul passage du texte. Le piège habituel utilisé par le concepteur

consiste donc à trouver une question qui semble faire référence à un passage bien précis du texte que vous identifiez grâce aux mots-clés alors qu'en fait une partie de la réponse se trouve à un autre endroit, endroit où le concepteur a utilisé un synonyme du mot utilisé dans le texte pour la question !

Cette lecture du texte dans son intégralité s'accompagne toujours d'un **mouvement vif et précis de votre main qui entoure et souligne des mots et phrases repérés dans les questions lues au tout début**. Si vous aviez identifié une question de résumé ou de reformulation, vous devez alors trouver l'idée principale de chaque paragraphe et la noter en marge du document.

Enfin, nous vous conseillons de toujours entourer l'ensemble des **connecteurs logiques** : *en outre, non seulement, mais encore, de surcroît, soit ... soit, tantôt ... tantôt, seulement ... mais encore, l'un ... l'autre, en effet, effectivement, comme, étant donné que, grâce à, à cause de, en dépit de, quoique, certes, bien sûr, évidemment, pour peu que, à supposer que, en supposant que, par conséquent, si bien que, tant et si bien que, enfin, ainsi, aussi, d'ailleurs, cependant, or, en revanche, uniquement, simplement, etc.*

4. À la recherche de la bonne réponse

Vient enfin le moment où vous allez répondre aux questions.

Commencez par les questions qui vous semblent faciles, celles dont vous êtes sûr d'avoir déjà la réponse.

Lisez toutes les propositions, ne vous arrêtez jamais aux premières qui peuvent vous sembler séduisantes.

Forcez-vous à verbaliser la réponse (c'est-à-dire à parler à haute voix... dans votre tête).

Pour les questions (fréquentes) où il faut trouver la bonne (ou la mauvaise) réponse, procédez ainsi :

Exemple

Question : Quelle action le chat de Simone ne fait-il pas ?

Chasser les souris blanches à la cave.

Jouer avec la pelote de laine angora.

Faire ses griffes après sa sieste sur le fauteuil Voltaire.

Ronronner sur les genoux de M. Hubert, tous les lundis, quand il vient en visite.

Sauter fréquemment de la chaise rouge au canapé.

Vous devez vérifier que le chat fait, ou ne fait pas les actions suivantes : chasser, jouer, faire ses griffes, ronronner, sauter.

Mais surtout, vous devez vous intéresser à tous les compléments d'objet, de lieu, de temps, tous les adverbes et les adjectifs présents dans les réponses :

(A) Chasser les souris blanches à la cave.

Le texte parle-t-il de souris ?

Sont-elles blanches ?

L'action se déroule-t-elle à la cave ?

(B) Jouer avec la pelote de laine angora.

Le chat joue-t-il avec une pelote ?

Est-elle bien en laine ?

Est-ce de la laine angora ?

(C) Faire ses griffes après sa sieste sur le fauteuil Voltaire.

L'action se déroule-t-elle après la sieste ?

Est-ce bien sur un fauteuil ?

Le fauteuil est-il de type Voltaire ?

(D) Ronronner sur les genoux de M. Hubert, tous les lundis, quand il vient en visite.

Le chat ronronne-t-il sur les genoux ?

La personne est-elle bien M. Hubert ?

M. Hubert vient-il tous les lundis ?

(E) Sauter fréquemment de la chaise rouge au canapé.

Saute-t-il fréquemment ?

Saute-t-il d'une chaise ?

Est-elle rouge ?

Atterrit-il sur le canapé ?

Évidemment, il faut vérifier en ayant en tête tous les synonymes possibles : Canapé/Sofa ; Fréquemment/Souvent ; Rouge/Écarlate...

Cela peut vous sembler long mais, en fait, vous faites cette vérification assez rapidement, lorsque vous avez compris que **la différence se niche surtout dans les compléments, les adverbes et les adjectifs.**

Une fois la phrase vérifiée, vous lui mettez un V si elle donne des informations exactes par rapport au texte ou un F si l'information est inexacte.

Par exemple, vous avez découvert, dans le texte, que M. Hubert vient, en fait, le mardi. Vous noterez :

- (A) Chasser les souris blanches à la cave V.
- (B) Jouer avec la pelote de laine angora V.
- (C) Faire ses griffes après sa sieste sur le fauteuil Voltaire V.
- (D) Ronronner sur les genoux de M. Hubert, tous les lundis, quand il vient en visite F.
- (E) Sauter fréquemment de la chaise rouge au canapé V.

Tout va bien, vous n'avez qu'une réponse fausse donc vous pouvez cocher la proposition D en n'oubliant pas de vérifier votre raisonnement en verbalisant la question et la réponse :

- Quelle action le chat de Simone ne fait-il pas ?
- Il ne ronronne pas sur les genoux de M. Hubert tous les lundis, car M. Hubert n'est pas là le lundi.

Et si vous ne trouvez aucune phrase fausse ?

Vous devez alors recommencer, vous avez sans doute oublié un détail ou une partie du texte, ou vous n'avez pas vu que 2 mots ne sont pas exactement synonymes.

Par exemple, Amérique n'est pas synonyme d'États-Unis, ni Europe d'Union européenne...

Nous savons que c'est agaçant mais certaines questions sont basées sur ce genre de distinction, d'où l'absolue nécessité de passer en revue tous les mots de la proposition.

Et si vous trouvez plus d'une phrase fausse ?

Vous réexaminez les phrases fausses, et justement, vous avez sans doute été trop rigide dans les synonymes.

Pour vous, « fréquemment » n'est pas synonyme de « souvent ». Ou bien vous pensez qu'un canapé et un sofa, ce n'est pas la même chose.

Vous avez peut-être raison, mais visiblement, pour le correcteur (et une grande partie de la population), ces mots sont des synonymes.

Le problème vient donc essentiellement des synonymes. Il existe très peu de vrais synonymes dans la langue française.

Un mot approchant pourra être considéré comme synonyme par certaines personnes et non par d'autres.

5. Pensez comme le concepteur de l'épreuve !

« Dans le cadre de cette sous-épreuve, le problème de la lecture est encore compliqué par le fait que les candidats doivent prendre en compte **l'interprétation d'un premier lecteur** : le concepteur de l'épreuve. Ils doivent donc s'efforcer de **prendre en compte ce niveau supplémentaire de la lecture** ».

Ces propos sont extraits de *Réussir le test Tage Mage* édité par la FNEGE. Ils expliquent clairement que l'action du concepteur n'est pas neutre. Vous le constaterez particulièrement **quand vous répondrez aux questions de titre ou de résumé.**

Pour ces deux types de questions, le problème est identique car le titre n'est jamais qu'un « super résumé ». Comme il est impossible, par définition, d'avoir toutes les informations dans un résumé, ce dernier ne comporte que les informations essentielles. Oui, mais essentielles aux yeux de qui ?

Pour limiter les risques, utilisez la méthode suivante qui consiste à procéder par élimination :

- Vous pouvez éliminer facilement les propositions qui comportent une erreur factuelle (mais elles sont rares).
- Puis, vous laissez de côté les résumés trop brefs, ou qui passent sous silence toute une partie du texte. Dans ce cas, c'est souvent la fin du texte qui est volontairement omise, car c'est une façon de vous piéger : vous lisez le début, qui est tout à fait exact, et bien précis, et vous pensez que c'est la bonne réponse, alors qu'un bon résumé doit résumer l'ensemble du texte.
- Vous éliminez aussi celui qui utilise un ton, un champ lexical qui trahit le texte.
- Ces propositions éliminées, il vous reste généralement 2 résumés qui vous semblent tous les deux « corrects ». Ce qui permet de faire pencher la balance en faveur d'un résumé plutôt que l'autre est souvent assez léger. On vous donne comme justificatif : « plus détaillé », « plus précis », « respecte mieux l'esprit du texte »... Il faut reconnaître que, dans certains exercices (très peu nombreux cependant), il existe un brin de subjectivité, ce que les concepteurs nomment pudiquement : « **l'interprétation du premier lecteur** »... Sauf que les concepteurs n'expliquent pas comment le candidat doit « s'efforcer de prendre en compte ce niveau supplémentaire de lecture » !!! C'est pour cela que parfois, il faudra vous résoudre à répondre au hasard lorsque vous hésitez entre DEUX propositions (DEUX, pas plus ! Car au-delà de deux, cela ne s'appelle plus hésiter). En espérant que vous saurez lire dans la tête du concepteur...

Bon courage à toutes et à tous !

7 CONSEILS POUR L'ÉPREUVE DE COMPRÉHENSION DE TEXTES

10

F10

1 Commencez par lire le premier texte

Ne perdez pas de temps à choisir le premier texte sur lequel vous allez travailler. Vous ne saurez pas vraiment s'il y en a un plus facile qu'un autre avant d'y avoir passé du temps. Commencez donc par le premier texte et c'est tout !

2 Lire les questions avant le textes

Lisez les questions avant de lire votre texte. Pas les 5 propositions de réponses qui vont avec, juste les questions.

3 Lisez lentement

Divisez votre vitesse de lecture habituelle par 2 ! Cela vous permettra ainsi de prendre le temps de bien comprendre les nuances qui se cachent derrière les lignes du texte.

4 Soulignez des éléments de réponses sur la marge

Privilégiez les dates, les données statistiques mais aussi les adjectifs qui offrent très souvent une bonne indication des partis-pris de l'auteur.

5 Titrez !

Donnez un titre et un sous-titre à chacun des paragraphes de votre texte. Cela vous obligera assurément à bien comprendre les thèmes abordés tout au long du texte.

6 Évitez les réponses extrêmes

La Fnege propose des textes avec des questions qui ne sont pas censées créer quelque polémique que ce soit. Aucun risque donc de tomber sur des réponses où il est question de positions extrêmes.

7 Répondez au hasard si...

Si après avoir éliminé des propositions de réponses, vous hésitez encore entre deux réponses, alors faites confiance à votre instinct et répondez au hasard !

2.

CALCUL

I. COURS FONDAMENTAL ET APPLICATIONS CLÉS

1. Arithmétique et manipulation des nombres

Il est souvent question de manipuler des chiffres et des nombres pendant l'épreuve de calcul du Tage Mage. Des nombres divers et variés, aux propriétés bien définies. **Rassurez-nous !** Vous ne vous aventureriez quand même pas à déchiffrer une partition de musique sans connaître au préalable la signification précise des signes sibyllins que sont les pauses, les demi-soupirs, les blanches, les rondes et autres clés de sol. Il en est de même en arithmétique. Il n'est pas question une seconde que vous vous aventuriez à résoudre les questions qui vous sont posées au Tage Mage sans maîtriser parfaitement au préalable l'ensemble des définitions et formules relatives à ce chapitre.

Nous vous invitons à apprendre sans plus tarder absolument toutes les définitions, formules et propriétés dont vous aurez besoin le jour J pour répondre à une belle majorité de questions.

Nous attirons enfin votre attention sur le fait que **ce chapitre est assurément le plus important du cours fondamental de calcul et de mathématiques.**

1. Rappels sur les nombres

▼ Chiffres ou nombres ?

Il n'existe que dix chiffres : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.**

En revanche, on dit qu'il existe une infinité de nombres (124, 67 615 273 ou encore 17 387 837 929). Les nombres s'écrivent donc avec un ou plusieurs chiffres et vous aurez donc compris que si les chiffres sont considérés comme des nombres (ainsi 3 est un chiffre mais aussi un nombre), les nombres eux, ne sont pas tous des chiffres !

▼ Entiers naturels

Il s'agit de l'ensemble des nombres entiers positifs, 0 inclus : 0, 1, 2, 3, 4... 100 050, 185 175 719 617, etc. il y en a une infinité ! C'est avec l'ensemble des entiers naturels que nous avons tous appris à compter.

▼ Entiers relatifs

L'ensemble des nombres entiers relatifs contient l'ensemble des nombres entiers naturels **plus** l'ensemble des nombres entiers naturels précédés du signe « - » (ce sont des nombres entiers *négatifs*).

Exemples : 918 ; -12 ; -2 232 ; -11 ; 176 516 ; -10 013 303 ; etc. Là encore, il en existe une infinité.

▼ Nombres décimaux

Un nombre décimal est un nombre possédant un développement décimal **limité (i.e. que le nombre éventuel de chiffres après la virgule est limité)** et pouvant s'écrire sous la forme $a \times 10^p$ (où a et p sont des entiers relatifs).

Ainsi, des nombres comme -12,87 ; 1,783 ; 8,819716517 ou tout simplement 10 003 sont des nombres décimaux.

Le nombre π n'est pas un nombre décimal car il possède un développement décimal illimité. En revanche, il existe des approximations dites décimales de π telles que 3,14 ; 3,14159 ou encore 3,1415926.

▼ Nombres rationnels

Il s'agit de l'ensemble des nombres qui s'écrivent sous forme fractionnaire p/q avec p et q des entiers relatifs, q étant naturellement toujours différent de 0. Ces nombres admettent un développement décimal **illimité**.

Ainsi : $1/3$, $3/4$, $2/7$, ou encore $-12/11$ sont des nombres rationnels.

Les nombres rationnels présentent une particularité qui vous est peut-être déjà familière, à savoir que leur écriture sous la forme de nombres décimaux donne après la virgule une séquence finie de chiffres se répétant continuellement. Ainsi, si vous prenez par exemple la fraction $2/7$, vous remarquerez que son écriture décimale donne : 0,285714**285714**28571428... et qu'ici la séquence finie de chiffres qui se répètent continuellement est précisément 285714.

▼ Nombres irrationnels

Il s'agit de l'ensemble des nombres **que l'on ne peut écrire** sous la forme fractionnaire p/q avec p et q des entiers relatifs (q étant différent de 0).

Les premiers nombres irrationnels découverts sont les racines carrées des entiers qui ne sont pas des carrés parfaits. Vous noterez ainsi que les racines de 2, de 7 ou encore de 11 sont des nombres irrationnels. Mais ce n'est pas tout. D'autres nombres tels que **π** ou **e** (nombre exponentiel) sont également des nombres irrationnels puisqu'ils ne peuvent s'écrire, eux non plus, sous formes de fractions.

▼ Nombres réels

L'ensemble des nombres réels est l'ensemble le plus large sur lequel on peut vous demander de travailler aux concours. Cet ensemble contient notamment l'ensemble des nombres entiers naturels et relatifs, des nombres décimaux mais encore l'ensemble des nombres rationnels et irrationnels.

En résumé :

L'ensemble des **nombres rationnels** contient l'ensemble des **nombres décimaux** qui contient **l'ensemble des nombres entiers**.

L'ensemble des **nombres rationnels** et l'ensemble des **nombres irrationnels** ne contiennent aucun élément commun, mais, ensemble, ils forment **l'ensemble des nombres réels**.

▼ Les nombres premiers

Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible **que par lui-même et par 1**.

■ 1 n'est pas considéré comme un nombre premier et 2 est le seul nombre premier pair.

Apprenez par cœur vos premiers nombres premiers jusqu'à 101 !

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73,
79, 83, 89, 97, 101.

■ 2. Décomposition unique en un produit de facteurs premiers

Vous venez d'apprendre vos nombres premiers (n'est-ce pas ?) et vous n'allez pas le regretter puisque nous allons aborder ici *le* théorème fondamental de l'arithmétique, à savoir la décomposition de tout nombre entier en un produit unique de facteurs premiers.

Si les nombres premiers sont des nombres entiers incassables, transparents... qui n'ont rien à cacher, les autres nombres entiers ont pour leur part *tous* une histoire à raconter. Et pour connaître leur histoire, il suffit de les décomposer en produits uniques de facteurs premiers.

Tout nombre entier peut se décomposer comme un produit unique de facteurs premiers.

Autrement dit, 91 par exemple, se décompose en 7×13 avec 7 et 13 qui sont des nombres premiers.

Si l'on qualifie cette décomposition d'**unique**, c'est parce qu'aucun autre nombre ne peut se décomposer de la même façon. On dit ainsi qu'il existe une **correspondance parfaite** entre $[7 \times 13]$ et 91. Pour utiliser une jolie image, on pourrait dire que 7×13 représente le noyau, l'ADN, l'oxygène de 91.

■ 3. Divisibles par... et multiples de...

**Si A est divisible par B alors A est un multiple de B
et B est un diviseur de A**

Prenons à présent le nombre 42. Si l'on décompose 42 en un produit unique de facteurs premiers, cela nous donne : **$42 = 2 \times 3 \times 7$** avec 2, 3 et 7 des nombres premiers.

Comme vous l'aurez deviné, il y a d'autres façons d'écrire 42 en un produit de nombres entiers, mais *une seule* en un produit de nombres premiers. Voici toutes les façons d'écrire 42 comme un produit de nombres entiers :

(1) $42 = 1 \times 42$

(2) $42 = 6 \times 7$

(3) $42 = 2 \times 21$

(4) $42 = 2 \times 3 \times 7$

(5) $42 = 3 \times 14$

Si l'on dresse à présent la liste de tous les nombres qui permettent de décomposer 42 en un produit de nombres entiers, cela nous donne : **1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42.**

On dira alors que 42 **est divisible par** 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42 puisque la division de 42 par l'un de ces nombres donne un nombre entier.

On dira également que 42 **est un multiple de** 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 et 42 puisqu'il est possible d'écrire 42 comme le produit de l'un des nombres « 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42 » par un autre nombre entier.

En règle générale, on dit qu'**un nombre entier A est un multiple d'un nombre entier B s'il existe un entier C tel que $A = B \times C$.**

On dit également qu'**un nombre entier A est divisible par un nombre entier B si le reste de la division de A par B donne un quotient entier et un reste nul.** Cette dernière règle constitue une excellente transition pour notre prochain point : la division euclidienne.

4. Division euclidienne

Si A et B sont deux entiers naturels, B différent de 0, il existe des entiers Q et R déterminés de manière unique par les conditions suivantes :

$$A = B \times Q + R \text{ avec } R \text{ compris entre } 0 \text{ et } B - 1$$

Q s'appelle le quotient de la division de A par B et R s'appelle le reste de cette division. Si le reste est nul, cela signifie qu'il existe un entier Q tel que $A = B \times Q$. On dit alors que B divise A , ou encore que A est un multiple de B .

Exemple : si $A = 15$ et $B = 7$, alors $Q = 2$ et $R = 1$. Et bien sûr, R est bien compris entre 0 et $B - 1 = 6$

5. PPCM et PGCD

Le Plus Petit Commun Multiple (PPCM) de deux entiers naturels A et B est le plus petit entier naturel qui soit à la fois multiple de A et de B .

▼ Exemple 1 : quel est le PPCM de 30 et 84 ?

Prenons les nombres 30 et 84 et décomposons-les en produits de facteurs premiers. Cela nous donne : $30 = 2 \times 3 \times 5$ et $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$

Pour calculer le PPCM de ces deux nombres, nous allons sélectionner les facteurs qui figurent au moins une fois dans l'un des produits. Si ces facteurs figurent avec des exposants, nous leur attribuerons leur plus grand exposant et nous effectuerons alors le produit de tous ces nombres.

Pour le nombre premier 2, le plus grand exposant est 2. Pour les nombres premiers 3, 5 et 7, le plus grand exposant est 1.

On trouve alors $\text{PPCM}[30, 84] = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

▼ Exemple 2 : quel est le PPCM 72 et 132 ?

Prenons nos deux nombres et décomposons-les en produits de facteurs premiers. Cela nous donne : $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$ et $132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11 = 2^2 \times 3^1 \times 11^1$

Pour le nombre premier 2, le plus grand exposant est 3. Pour le nombre premier 3, le plus grand exposant est 2 ; et pour le nombre premier 11, le plus grand exposant est 1.

On trouve alors : $\text{PPCM}[72, 132] = 2^3 \times 3^2 \times 11 = 8 \times 9 \times 11 = 792$

Entraînez-vous à présent à trouver le PPCM des nombres suivants :
[36 et 24] ; [100 et 12] ; [144 et 81] puis [18 et 16]

[36 et 24] : 72 ; [100 et 12] : 300 ; [144 et 81] : 1 296 ; [18 et 16] : 144

Le Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) de deux entiers naturels A et B est le plus grand entier naturel qui divise à la fois A et B.

▼ Exemple : quel est le PGCD de 72 et 132 ?

La décomposition de ces deux nombres en produits de facteurs premiers nous donne :
 $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$ et $132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11 = 2^2 \times 3^1 \times 11^1$

Pour calculer le PGCD de ces deux nombres, **nous allons sélectionner les facteurs communs (i.e. présents dans les deux produits). S'ils figurent avec des exposants, nous leur attribuerons leur plus petit exposant et nous effectuerons alors le produit de tous ces nombres.**

On trouve alors : $\text{PGCD} [72, 132] = 2^2 \times 3^1 = 4 \times 3 = 12$

Entraînez-vous à présent à trouver le PGCD des nombres suivants :
[36 et 24] ; [100 et 12] ; [144 et 81] puis [18 et 16]

[36 et 24] : 12 ; [100 et 12] : 4 ; [144 et 81] : 9 ; [18 et 16] : 2

■ 6. Critères de divisibilité

Vous devez savoir que les épreuves de **calcul** et de **conditions minimales** font largement appel à votre maîtrise parfaite du calcul mental : vous serez en effet souvent amené à faire des calculs simples mais rapides de tête (additions, multiplications, puissances, simplification de fractions). Souvenez-vous que vous n'avez jamais le droit à la calculatrice et que vous serez condamné à identifier rapidement si tel nombre est divisible par 4 ou si tel autre est divisible par 6.

Connaître vos critères de divisibilité est également un prérequis nécessaire si vous souhaitez décomposer rapidement un nombre en un produit de facteurs premiers ou si vous souhaitez simplifier une fraction. Sachez enfin que reconnaître en **logique** (épreuve numéro 6 du Tage Mage) une série composée de nombres qui sont tous divisibles par 9 ou 11 vous permettra de gagner très facilement des points ô combien précieux.

▼ Critère de divisibilité par 2

Un nombre N est divisible par 2 si, et seulement si, il se termine par les chiffres 0, 2, 4, 6 ou bien 8... Autrement dit, si, et seulement si, il est pair.

Exemples de nombres divisibles par 2 : 0 ; 14 ; 898 ; 123456.

▼ Critère de divisibilité par 3

Un nombre N est divisible par 3 si, et seulement si, la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Exemples de nombres divisibles par 3 : 0 ; 12 ; 45 ; 99 ; 111 ; 189 ; 768 ; 123456.

▼ Critère de divisibilité par 4

Un nombre N est divisible par 4 si, et seulement si, il se termine par 2 chiffres AB constituant un nombre divisible par 4.

Exemples de nombres divisibles par 4 : 0 ; 12 ; 96 ; 144 ; 2028 ; 162536 ; 7115308.

▼ Critère de divisibilité par 5

Un nombre N est divisible par 5 si, et seulement si, il finit par 0 ou 5.

Exemples de nombres divisibles par 5 : 0 ; 10 ; 125 ; 121175 ; 1971860.

▼ Critère de divisibilité par 6

Un nombre N est divisible par 6 si, et seulement si, il est divisible par 2 et par 3.

Exemples de nombres divisibles par 6 : 0 ; 42 ; 54 ; 114 ; 594 ; 612 ; 6172194.

▼ Critère de divisibilité par 9

Un nombre N est divisible par 9 si, et seulement si, la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemples de nombres divisibles par 9 : 0 ; 18 ; 54 ; 117 ; 234 ; 504 ; 927 ; 617891751.

▼ Critère de divisibilité par 10

Un nombre N est divisible par 10 si, et seulement si, il se termine par 0.

Exemples de nombres divisibles par 10 : 0 ; 10 ; 110 ; 278270.

▼ Critère de divisibilité par 11

Critère général : un nombre N est divisible par 11 si, et seulement si, la différence entre la somme de ses chiffres de rang impair et celle de ses chiffres de rang pair est un multiple de 11 (0, 11, 22, etc.). Ainsi, le nombre 1 485 est divisible par 11 puisque l'on a bien $(1 + 8) - (4 + 5) = 9 - 9 = 0$

Exemples de nombres divisibles par 11 : 0 ; 22 ; 88 ; 99 ; 275 ; 451 ; 704 ; 814 ; 72556.

Attention ! Erreur fréquente : 111 ou 333 ne sont pas divisibles par 11.

7. Pair ou impair ?

Un nombre pair est un entier positif qui se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre impair est un entier positif qui se termine par 1, 3, 5, 7 ou 9.

▼ Addition de nombres pairs / impairs

Soit P un nombre pair et I un nombre impair ; on a :

$$P + P = P$$

$$P + I = I$$

$$I + I = P$$

▼ Multiplication de nombres pairs / impairs

Soit P un nombre pair et I un nombre impair ; on a :

$$P \times P = P$$

$$P \times I = P$$

$$I \times I = I$$

8. Nombres consécutifs

On dit que deux nombres entiers sont consécutifs s'ils... se suivent ! Ainsi : 3 et 4 sont consécutifs, de même que 167 et 168.

On dit également que 9, 10, 11 et 12 sont des **nombres entiers consécutifs croissants**, tandis que 19, 18, 17, 16 et 15 sont des **nombres entiers consécutifs décroissants**.

On dit enfin que 22, 24, 26, 28 et 30 sont des **nombres entiers pairs consécutifs croissants** et que 87, 85, 83 et 81 sont des **nombres entiers impairs consécutifs décroissants**.

Concernant les nombres consécutifs, nous vous invitons à connaître les propositions suivantes qui pourront vous être utiles dans les épreuves de calcul et de conditions minimales au Tâge Mage :

- (1) La somme de deux nombres entiers consécutifs (croissants ou décroissants) est toujours **impaire**. Ainsi, $16 + 17 = 33$ et $224 + 223 = 447$. **Rappel : $P + I = I$.**
- (2) La somme de quatre nombres entiers consécutifs (croissants ou décroissants) est toujours **paire**. Ainsi, $2 + 3 + 4 + 5 = 14$. **Rappel : $P + I + P + I = I + I = P$.**
- (3) La moyenne de trois nombres entiers consécutifs (croissants ou décroissants) est égale au deuxième d'entre eux. Ainsi, la moyenne des nombres 3, 4 et 5 est égale à 4 et la moyenne de 98, 97 et 96 est égale à 97.
- (4) Le produit de deux nombres entiers consécutifs (croissants ou décroissants) est toujours **pair**. **Rappel : $P \times I = P$.**

9. Jargon arithmétique

Dans certains énoncés du Tâge Mage, vous aurez affaire à du jargon arithmétique qui pourra parfois s'avérer quelque peu déstabilisant.

Si vous savez en effet ce que signifie « le double de », « le triple de » ou le « le quadruple de », vous hésitez parfois sur la signification des mots « quintuple », « nonuple » ou « décuple ».

– Quadruple	4 fois	– Nonuple	9 fois
– Quintuple	5 fois	– Décuple	10 fois
– Sextuple	6 fois	– Dodécuple ou Duodécuple	12 fois
– Septuple	7 fois	– Centuple	100 fois
– Octuple	8 fois		

10. Tables de multiplication, de carrés et de cubes

Aussi bizarre que cela puisse vous paraître, vous devez absolument connaître par cœur vos carrés de 1 à 20 et vos cubes de 1 à 10, absolument par cœur ! **Et oui, que ce soit en calcul, en conditions minimales ou en logique, vous devrez dans de nombreux cas faire appel à eux pour gagner en rapidité et en efficacité.**

Prenez donc cette question tombée au Tâge Mage dans l'épreuve de conditions minimales dont l'énoncé commençait par : « Y est un cube de trois chiffres. Que vaut Y ? ». Et bien, dans la salle, il y avait ceux qui connaissaient leurs cubes par cœur et qui en un coup de crayon, notaient sur le sujet : 125, 216, 343, 512 et 729 ; et il y avait les autres... qui s'évertuaient à calculer à la main $6 \times 6 \times 6$ ou $9 \times 9 \times 9$.

Ainsi, pendant qu'ils terminaient de calculer le cube de 9, les plus malins étaient déjà passés à la question suivante. Ce type de détails peuvent vous paraître dérisoires, mais croyez-moi, si vous avez la ferme intention d'obtenir un excellent score et de figurer parmi les meilleurs candidats, vous comprendrez que gagner 45 secondes dans une épreuve de 20 minutes est clairement ce qui peut vous permettre de faire la différence le jour du test. D'ailleurs, si l'on réfléchit un peu, gagner 45 secondes dans une épreuve de 20 minutes, c'est comme gagner 9 minutes dans une épreuve de dissertation ou de synthèse de 4 heures. Avouez quand même que parfois, on rêverait bien de pouvoir « gratter » 9 minutes supplémentaires pour terminer la rédaction de sa conclusion, non ? Assez parlé. Au travail maintenant ! **Tournez la page et apprenez sans plus tarder vos tables de multiplication, vos cubes et vos carrés.**

11

**MES ASTUCES
POUR DOPER VOS CAPACITÉS
EN CALCUL MENTAL****Astuce 1 : arrondir à la dizaine ou centaine au-dessus**

Quand votre calcul comprend un nombre qui est proche d'un chiffre rond, vous pouvez l'arrondir en prenant soin de bien retenir le nombre que vous ajoutez. Faites alors votre calcul simplifié, sans oublier d'ôter ce que vous aurez rajouté plus tôt.

Pour exemple, si vous devez additionner $918 + 130$, ajoutez 2 à 918, ce qui vous fera calculer $920 + 130 = 1050$. C'est plus simple à retenir.

Retirez ensuite au résultat obtenu le 2 que vous avez ajouté : $1050 - 2 = 1048$.

Astuce 2 : décomposer vos opérations

Dans le cas où vous devez faire par exemple l'opération 13×29 , il est plus facile mentalement de faire $(10 + 3) \times 29$, ce qui veut dire $(10 \times 29) + (3 \times 29)$. Le premier calcul entre parenthèses donne 290 et le second, 87. Le résultat est alors la somme additionnée de $290 + 87$ ce qui donne 377.

Cette technique s'utilise aussi pour décomposer les pourcentages, car ces calculs reviennent à effectuer une multiplication. Suivez alors les mêmes étapes que pour les multiplications.

Si vous devez calculer 15 % de 40, songez qu'au 10 % de 40, vous devez ajouter ensuite 5 % qui sont alors égaux à la moitié de ces 10 %. Cela donne donc 4 pour les 10 % de 40 et 2 pour les 5 %. Nous savons donc que le résultat 15 % de 40 est égal à 6.

Astuce 3 : calculer les carrés de nombres qui se terminent par 5

Pour calculer le carré d'un nombre qui se termine par **5**, il suffit dans un premier temps d'isoler le chiffre ou le nombre qui se trouve avant le dernier chiffre (5, donc) et de le multiplier par son suivant. Et il suffit ensuite d'associer au résultat obtenu le nombre 25.

Premier exemple : si vous désirez calculer 25^2 , il suffit de multiplier le premier chiffre (qui vaut 2) par son suivant (qui vaut 3) : $2 \times 3 = \underline{6}$ puis d'associer **25** à 6 pour obtenir 625. Ainsi, 25 au carré est égal à 625.

Deuxième exemple : calculons 115^2 (pourquoi pas !). Pour cela, on multiplie 11 par son suivant (12) pour obtenir $11 \times 12 = 132$ et on associe ensuite 25 à 132 soit 13 225 et on trouve donc que le carré de 115 est égal à 13 225.

Astuce 4 : calculer des carrés consécutifs

$$(N + 1)^2 = N^2 + 2N + 1$$

Si vous connaissez le carré d'un entier **N**, il suffit d'**ajouter $2N + 1$** à ce carré pour trouver la valeur du carré de l'entier suivant.

Ainsi, si vous connaissez le carré de 20 (soit $N = 20$ et $N^2 = 400$) alors il est très facile de trouver le carré de 21 qui vaut $400 + (2 \times 20 + 1) = 441$.

Astuce 5 : jouer les écarts !

$$(A - B) \times (A + B) = A^2 - B^2$$

Cette astuce est absolument géniale !

En fait, lorsque vous connaissez vos carrés par cœur, il devient très facile de calculer certains produits de nombres entiers.

Exemple 1 : si vous connaissez par exemple le carré de 12, alors 12×13 ne doit plus avoir de secret pour vous puisqu'il suffit d'ajouter 12 au carré de 12. En effet : $12 \times 13 = 12 \times (12 + 1) = 12^2 + 12 = 144 + 12 = 156$. Mais ce n'est pas tout.

Exemple 2 : disons que vous souhaitiez calculer à présent 13×17 .

Dans ce cas, vous devez constater que 13 comme 17 sont « écartés » de 15 de façon égale ($17 = 15 + 2$ et $13 = 15 - 2$) pour conclure que $13 \times 17 = 221$. Il suffit en effet de constater simplement que $13 \times 17 = (15 - 2) \times (15 + 2) = 15^2 - 2^2 = 225 - 4 = 221$.

Exemple 3 : Calculons à présent 19×21 .

19 et 21 sont « écartés » de 20 de façon égale. On peut donc appliquer l'astuce des écarts puisque $19 \times 21 = (20 - 1) \times (20 + 1) = 20^2 - 1^2 = 400 - 1 = 399$.

Quelques applications pour terminer :

$$13 \times 14$$

$$13 \times 14 = 13^2 + 13 = 169 + 13 = 182$$

$$12 \times 16$$

$$12 \times 16 = 14^2 - 4 = 196 - 4 = 192$$

$$23 \times 27$$

$$23 \times 27 = 25^2 - 4 = 625 - 4 = 621$$

$$26 \times 34$$

$$26 \times 34 = 30^2 - 16 = 900 - 16 = 884$$

$$97 \times 103$$

$$97 \times 103 = 100^2 - 9 = 10\,000 - 9 = 9\,991$$

$$17 \times 19$$

$$17 \times 19 = 18^2 - 1 = 324 - 1 = 323$$

TABLES DE MULTIPLICATION, CARRÉS ET CUBES

12

F12

Il n'est malheureusement pas rare que mes étudiants hésitent quand on leur demande de dire combien font 4×9 ou 7×8 . D'autres éprouvent quelques difficultés aussi à calculer de tête un produit comme 18×15 ou 17×12 . Bien évidemment, il n'y a rien de honteux à cela. Si vous faites partie de ceux qui rencontrent des difficultés en calcul mental, dites-vous qu'il n'est jamais trop tard pour combler vos lacunes.

Pour ce qui concerne le tableau qui suit, c'est très simple :

- (1) Apprenez par cœur en récitant à voix haute vos tables de multiplication de 1 à 10.
- (2) Calculez de tête les résultats des tables de 11 à 20 et soyez un peu joueur en cachant les cases du tableau pour essayer de trouver la bonne réponse par vous-même. Prenez votre temps et surtout, ne lâchez rien.

Tables de multiplication, carrés et premiers nombres premiers

▼ Tables de 1 à 10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

▼ Tables de 11 à 20

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

■ Table de carrés

1 ²	1	6 ²	36	11 ²	121	16 ²	256	21 ²	441
2 ²	4	7 ²	49	12 ²	144	17 ²	289	22 ²	484
3 ²	9	8 ²	64	13 ²	169	18 ²	324	23 ²	529
4 ²	16	9 ²	81	14 ²	196	19 ²	361	24 ²	576
5 ²	25	10 ²	100	15 ²	225	20 ²	400	25 ²	625

■ Table de cubes

1 ³	1	4 ³	64	7 ³	343	10 ³	1 000
2 ³	8	5 ³	125	8 ³	512	11 ³	1 331
3 ³	27	6 ³	216	9 ³	729	12 ³	1 728

2. Arithmétique : 20 applications clés

Les applications clés qui suivent ont pour objectif de vous familiariser avec l'ensemble des notions exposées dans le point de cours précédent. N'oubliez jamais qu'un excellent score au Tâge Mage se gagne avec une agilité et une dextérité qui doit toujours résister à l'épreuve du temps. Ne négligez donc jamais ces applications.

Rappel : vous n'avez jamais le droit à la calculatrice. Essayez donc autant que possible de répondre aux questions qui suivent en faisant vos calculs de tête.

1 Parmi les nombres suivants, soulignez ceux qui sont divisibles par 7 :
1 484 – 786 – 128 – 429 – 567 – 111 – 198 – 81 – 91 – 101 – 113 – 1 897 – 896

2 Parmi les nombres suivants, soulignez ceux qui sont divisibles par 13 :
716 – 403 – 123 – 373 – 918 – 767 – 818 – 156 – 838 – 119 – 8 163 – 91

3 Que vaut $9\,999 + 99 + 9\,999$?

4 Que vaut $654 - 98$?

5 Décomposez 716, 123, 365 et 868 en produits uniques de facteurs premiers.

6 Que vaut la somme de tous les entiers naturels qui divisent 28 hormis lui-même ?
Que remarquez-vous ?

7 Parmi les nombres suivants, lesquels sont divisibles par 11 ?
222 – 465 – 909 – 671 – 704 – 869 – 99 – 4 404 – 3 212 – 8 107 – 817 – 762

8 Que vaut la somme de tous les diviseurs de 220 ? Et que vaut la somme de tous les diviseurs de 284 ? Que remarquez-vous ?

9

Vous avez 6 minutes pour effectuer les opérations suivantes, et pas une de plus !

25 + 7 =	25 + 8 =	51 + 73 =
42 × 59 =	56 + 13 =	79 + 14 =
58 + 69 =	77 + 9 =	76 + 67 =
41 + 63 =	90 + 77 =	42 + 49 =
22 + 24 =	62 + 19 =	20 + 63 =
66 + 74 =	46 + 16 =	100 + 43 =
62 + 13 =	86 × 88 =	65 × 80 =
47 + 82 =	93 + 45 =	32 + 21 =
55 + 9 =	9 + 12 =	68 + 46 =
98 + 86 =	87 + 67 =	55 + 31 =
100 + 34 =	72 × 5 =	46 × 33 =
20 + 28 =	60 + 58 =	56 + 4 =
78 + 23 =	99 + 56 =	37 + 25 =
32 + 27 =	88 + 40 =	42 + 39 =
70 + 20 =	81 + 66 =	82 + 6 =
44 × 71 =	32 + 9 =	53 + 13 =
13 + 71 =	39 + 39 =	96 + 40 =
27 × 25 =	86 + 59 =	6 × 63 =
38 + 7 =	48 + 16 =	61 + 53 =
28 + 23 =	56 + 60 =	92 + 47 =
65 + 88 =	58 + 44 =	20 + 61 =
6 × 78 =	24 + 77 =	95 + 46 =
79 + 19 =	48 × 73 =	67 × 53 =
18 + 24 =	11 + 15 =	27 + 76 =
80 + 8 =	19 + 34 =	81 + 23 =
86 + 6 =	76 + 19 =	64 + 56 =
9 + 10 =	85 + 54 =	27 + 64 =
73 × 9 =	98 + 30 =	63 + 60 =
103 + 56 =	8 + 23 =	63 + 75 =
56 + 55 =	37 + 70 =	63 + 37 =

10

Le signe « : » signifie « divisé par » et vous avez 8 minutes, et pas une de plus, pour effectuer les opérations suivantes.

100 : 5 =	60 – 3 =	63 : 7 =
144 : 12 =	84 : 12 =	60 : 10 =
36 : 2 =	33 : 11 =	14 : 7 =
36 : 4 =	72 × 6 =	80 × 8 =
84 × 12 =	64 : 8 =	100 : 10 =
88 : 8 =	54 : 9 =	16 × 8 =
16 – 4 =	21 : 7 =	45 : 5 =
99 × 9 =	27 × 3 =	91 : 13 =
60 : 12 =	132 : 12 =	30 : 5 =
38 : 2 =	28 : 7 =	50 × 21 =
77 : 11 =	14 – 2 =	36 : 4 =
120 : 12 =	14 : 1 =	22 × 2 =
35 + 7 =	36 : 9 =	12 : 4 =
132 : 11 =	24 × 8 =	121 : 11 =
96 : 12 =	77 : 11 =	48 : 12 =
40 : 10 =	40 – 8 =	27 : 9 =
42 – 6 =	60 : 10 =	132 : 12 =
28 × 4 =	65 : 13 =	66 : 11 =
36 : 9 =	66 : 11 =	10 : 5 =
10 : 5 =	121 : 11 =	42 : 6 =
110 : 10 =	60 × 19 =	16 : 4 =
72 × 12 =	42 : 7 =	77 : 7 =
143 : 13 =	48 : 12 =	88 : 22 =
60 : 10 =	54 : 6 =	35 : 7 =
56 – 7 =	100 – 10 =	36 : 4 =
81 : 9 =	40 : 4 =	22 : 11 =
108 : 9 =	12 : 2 =	65 : 13 =
34 : 2 =	24 : 3 =	24 × 4 =
20 : 4 =	40 : 8 =	56 : 7 =
50 : 5 =	70 : 10 =	30 : 2 =

- 11 Que vaut le reste de la division euclidienne de 12 718 par 17 ?

- 12 Que vaut le quotient de la division euclidienne de 12 345 par 12 ?

- 13 Que vaut le PPCM de 102 et 124 ?

- 14 Que vaut le PGCD de 36 et 54 ?

- 15 Écrivez trois nombres qui sont à la fois des carrés et des cubes.

- 16 Que vaut 15×17 ?

- 17 Que vaut 18×22 ?

- 18 Que vaut le carré de 23 sachant que le carré de 22 vaut 484 ?

- 19 Le carré de 64 est-il plus grand ou plus petit que le cube de 16 ?

- 20 Parmi les nombres suivants, soulignez ceux qui sont égaux à trois fois la valeur d'un cube entier :
2 187 – 3 – 91 – 192 – 75 – 648 – 865 – 325 – 24 – 375 – 81 – 1 024 – 1 029
Ne sortez pas la calculatrice ! Non ! Rangez-la immédiatement.

■ Corrigés

1. 1 484 – 786 – 128 – 429 – 567 – 111 – 198 – 81 – 91 – 101 – 113 – 1 897 – 896

S'il existe bien un critère de divisibilité par 7, nous éviterons bien sûr de l'utiliser dans le cadre du Tague Mage. L'application de ce critère sur des nombres à trois chiffres prend plus de temps qu'une simple division à la main ou qu'un calcul mental à tâtons (voir la question suivante pour ce qui concerne la technique de calcul mental à tâtons).

2. 716 – 403 – 123 – 373 – 918 – 767 – 818 – 156 – 838 – 119 – 8 163 – 91

Pour savoir si un nombre est multiple de 13, nous allons raisonner à tâtons. Autrement dit, pour savoir si 716 est multiple de 13, nous allons commencer par multiplier 13 par 10 (ce qui nous donne 130), multiplier ensuite 130 par 5 pour obtenir 650 et remarquer enfin que pour aller de 650 à 716, il faut ajouter 66, autrement dit un nombre qui n'est pas divisible par 13 (puisque les premiers multiples de 13 sont : 13, 26, 39, 52, 65, 78...). En conclusion 716 ne pouvant s'écrire du début à la fin comme une **composition** de nombres multiples de 13, ce nombre n'est donc pas multiple de 13. En revanche, vous aurez noté que 715 est bien un multiple de 13 puisque $715 = 13 \times 10 \times 5 + 65$ (soit une composition de nombres divisibles par 13).

3. Que vaut $9\,999 + 99 + 9\,999$?

Il suffit ici d'ajouter 1 à chacun des trois nombres et on retranchera 3 du total facilement obtenu. Soit : $10\,000 + 100 + 10\,000 - 3 = 20\,100 - 3 = 20\,097$

4. Que vaut $654 - 98$?

On ajoute 2 à chaque nombre, ce qui ne change rien au résultat. Soit $656 - 100 = 556$

5. $716 = 2 \times 358 = 2 \times 2 \times 179$. Stop ! Car 179 est un nombre premier.

$123 = 3 \times 41$. Stop ! Car 41 est un nombre premier.

$365 = 5 \times 73$. Stop ! Car 73 est un nombre premier.

$868 = 2 \times 434 = 2 \times 2 \times 217 = 2 \times 2 \times 7 \times 31$. Stop ! Car 31 est un nombre premier.

Toute la question est maintenant de savoir comment on reconnaît un nombre premier autre que ceux que l'on connaît déjà par cœur.

Et bien il suffit en fait de tester la divisibilité de ce nombre par les nombres premiers inférieurs ou égaux à la racine carrée du premier carré entier supérieur à ce nombre (ouf !).

Ainsi, pour 179, le premier carré supérieur est 196 et la racine carrée de 196 vaut 14. On teste alors la divisibilité de 179 par les nombres premiers inférieurs à 14, soit 13, 11, 7, 5, 3 et 2. Pour cela, il suffit d'appliquer quand c'est possible les différents critères de divisibilité ou de poser tout simplement une division. Ici, la division de 179 par 13 ne donne pas un nombre entier (179 n'est donc pas divisible par 13) et l'application des critères de divisibilité par 11, 7, 5, 3 et 2 nous permet de conclure que 179 n'est divisible par aucun de ces nombres. 179 est par conséquent un nombre premier !

6. Que vaut la somme de tous les entiers naturels qui divisent 28 (hormis lui-même) ?

Les entiers naturels qui divisent 28 sont (hormis lui-même) : 1, 2, 4, 7 et 14.

Vous remarquerez alors que $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$. Autrement dit, 28 est égal à la somme de ses diviseurs. On dit alors que 28 est un **nombre parfait**.

Autres nombres parfaits : 6 ; 496 ; 8 128 ou encore 33 550 336.

7. Parmi les nombres suivants, lesquels sont divisibles par 11 ?
 $222 - 465 - 909 - \underline{671} - \underline{704} - \underline{869} - \underline{99} - 4\,404 - \underline{3\,212} - \underline{8\,107} - 817 - 762$
8. **220** a pour diviseurs : 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 et 110. La somme de tous ces nombres est égale à **284**.
284 a quant à lui pour diviseurs : 1, 2, 4, 71 et 142 dont la somme est égale à **220**.
 Vous ne remarquez toujours rien ?
9. Si vous avez répondu juste à moins de 75 % des opérations, alors cela signifie que vous avez du mal en calcul ! Entraînez-vous encore et encore, chaque jour, sans cesse en calculant tout de tête.
10. À vos calculatrices pour vérifier ! Si vous avez répondu juste à plus de 60 % des opérations, alors vous avez toutes les chances de réussir à conduire de nombreux calculs de tête le jour du test, ce qui est de bonne augure pour vous !
11. $12\,718 = 17 \times 748 + 2$. Le reste est donc égal à 2.
12. $12\,348 = 1\,028 \times 12 + 9$. Le quotient est donc égale à 1 028.
13. PPCM [102 ; 124] = 6 324
14. PPCM [36 ; 54] = 18
15. **0, 1 et 64** ! En effet, 0 est le carré et le cube de 0 ; 1 est le carré et le cube de 1 et 64 est le carré de 8 et le cube de 4.
16. Que vaut **15×17** ?
 $15 \times 17 = (16 - 1) \times (16 + 1) = 16^2 - 1 = 255$
17. Que vaut **18×22** ?
 $18 \times 22 = (20 - 2) \times (20 + 2) = 20^2 - 2^2 = 400 - 4 = 396$
18. **Rappel** : deux carrés entiers consécutifs N^2 et $(N + 1)^2$ sont distants de $2N + 1$ unités.
 Ici, $N = 22$ et 22^2 et 23^2 sont donc distants de $2 \times 22 + 1$ soit 45.
 En conclusion : $23^2 = 484 + 45 = \mathbf{529}$
19. Le carré de 64 est-il plus grand ou plus petit que le cube de 16 ?
 Voici des jeux d'écriture. Très Tâge Mage !
 $16^3 = (2 \times 8)^3 = 2^3 \times 8^3 = 8 \times 8^3 = 8^4$
 $64^2 = (8^2)^2 = 8^{2 \times 2} = 8^4$
 En conclusion : le carré de 64 est EGAL au cube de 16 !
20. Parmi les nombres suivants, soulignez ceux qui sont égaux à trois fois la valeur d'un cube entier :
 $\underline{2\,187} - \underline{3} - 91 - \underline{192} - 75 - \underline{648} - 865 - 325 - \underline{24} - \underline{375} - \underline{81} - 1\,024 - \underline{1\,029}$

3. Opérations usuelles : fractions, puissances et racines carrées

1. Fractions

▼ À retenir !

Dans la fraction $\frac{a}{b}$, a est appelé **numérateur** et b est appelé **dénominateur**.

Soient a , b , c et d des nombres entiers non nuls, alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = b \times c$$

Soient a , b et x des nombres entiers non nuls, alors :

$$x = a \times b \Leftrightarrow a = \frac{x}{b} \Leftrightarrow b = \frac{x}{a} \Leftrightarrow \frac{a}{x} = \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{b}{x} = \frac{1}{a}$$

▼ Manipulations fondamentales

Soient a , b , x et y des nombres entiers non nuls.

$$(1) \frac{a}{b} + \frac{x}{y} = \frac{a \times y + b \times x}{b \times y}$$

$$(2) a \times \frac{x}{y} = \frac{a \times x}{y}$$

$$(3) \frac{a}{b} \times \frac{x}{y} = \frac{a \times x}{b \times y}$$

$$(4) \frac{1}{\frac{1}{a}} = a$$

$$(5) \frac{\frac{a}{b}}{x} = \frac{a}{b \times x} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{x}$$

$$(6) \frac{\frac{a}{b}}{\frac{x}{y}} = \frac{a}{b} \times \frac{y}{x}$$

▼ Simplifier une fraction

Simplifier une fraction consiste à transformer une fraction en une autre **avec un numérateur et un dénominateur qui sont les plus petits possibles**.

Si les fractions $\frac{2}{3}$ ou $\frac{13}{7}$ ne sont pas simplifiables (2 et 3 comme 13 et 7 n'ont pas de facteur commun), des fractions comme $\frac{14}{4}$ ou $\frac{21}{105}$ en revanche le sont !

Pour simplifier une fraction, on utilise le principe suivant :

On ne change pas la valeur d'une fraction si l'on divise ou multiplie le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{14}{4} = \frac{\cancel{2} \times 7}{\cancel{2} \times 2} = \frac{7}{2} \quad \text{et} \quad \frac{21}{105} = \frac{\cancel{7} \times 3}{\cancel{7} \times 15} = \frac{3}{15} = \frac{\cancel{3} \times 1}{\cancel{3} \times 5} = \frac{1}{5}$$

$\frac{7}{2}$ et $\frac{1}{5}$ sont appelées **fractions irréductibles**, c'est-à-dire que l'on ne peut simplifier davantage.

■ 2. Puissances

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à deux et A un nombre réel.

$$A^n = A \times A \times \dots \times A \text{ (n fois)}$$

A^n est lu « A puissance n » ou « A exposant n ». En particulier, le **carré** et le **cube** sont des puissances d'exposant 2 et 3 respectivement.

▼ Manipulations fondamentales

Soient A , B et C des nombres réels non nuls ; soient n et p des entiers naturels.

- | | | |
|---|---|--|
| (1) $A^0 = 1$ | (2) $A^{-n} = \frac{1}{A^n}$ | (3) $A^n \times A^p = A^{n+p}$ |
| (4) $\frac{A^n}{A^p} = A^{n-p}$ | (5) $(A^n)^p = A^{n \times p}$ | (6) $\frac{A^n}{B^n} = \left(\frac{A}{B}\right)^n$ |
| (7) $\sqrt{A} = A^{\frac{1}{2}}$ (A positif) | (8) $A^n \times B^n \times C^n = (A \times B \times C)^n$ | |
| (9) $A^n \times A^{-n} = 1$ | (10) $\sqrt[n]{A^p} = A^{\frac{p}{n}}$ | |

(1) Notez bien que $0^0 = 1$

- (2) Si vous tombez sur la notation : $\sqrt[3]{64}$, pas de panique ! Il vous suffit de comprendre que l'on vous demande de trouver la racine cubique de 64. Et comme 64 est le cube de 4, vous répondez donc que $\sqrt[3]{64} = 4$. Profitons-en pour comprendre la formule : $\sqrt[n]{A^p} = A^{\frac{p}{n}}$.
Dans notre cas présent : $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4^{\frac{3}{3}} = 4^1 = 4$
- (3) Si vous tombez sur l'expression $X^5 \times X^3$, vous savez désormais que vous pouvez la simplifier en écrivant : $X^5 \times X^3 = X^{5+3} = X^8$. Mais si vous tombez disons sur : $X^5 - X^3$ et bien il n'y a malheureusement aucune formule qui permet de simplifier cela. Sachez toutefois qu'il existe un lot de consolation qui peut s'avérer très utile dans certaines questions. En effet, vous devez savoir qu'il vous est possible de factoriser $X^5 - X^3$ de la façon suivante : $X^5 - X^3 = X^3 (X^2 - 1)$. Mais ce n'est pas fini car comme vous le découvrirez juste après : $X^2 - 1 = (X - 1)(X + 1)$. En conclusion, l'expression $X^5 - X^3$ s'écrit aussi : $X^3 (X - 1)(X + 1)$. Pas mal non ?

▼ Identités remarquables

Soient A et B des nombres réels.

$$(1) (A + B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$$

$$(2) (A - B)^2 = A^2 + B^2 - 2AB$$

$$(3) (A - B)(A + B) = A^2 - B^2$$

■ 3. Racines carrées

La racine carrée d'un nombre réel positif A est le nombre positif dont le carré vaut A. Ainsi, la racine carrée de 9 est 3 car 3 au carré est bien égal à 9.

▼ Manipulations fondamentales

Soient A et B deux nombres réels positifs non nuls et C un nombre réel quelconque.

$$(1) \sqrt{C^2} = C \text{ si } C \text{ est positif ou } -C \text{ si } C \text{ est négatif}$$

$$(2) \sqrt{A} = A^{\frac{1}{2}}$$

$$(3) \sqrt{A} \times \sqrt{B} = \sqrt{A \times B}$$

$$(4) \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$(5) (\sqrt{A})^n = A^{\frac{n}{2}}$$

$$(6) \sqrt{A+B} < \sqrt{A} + \sqrt{B}$$

$$(7) \sqrt[n]{A^p} = A^{\frac{p}{n}}$$

Quelques approximations pour terminer :

$$\sqrt{2} \approx 1,414 \quad \sqrt{3} \approx 1,732 \quad \sqrt{5} \approx 2,236 \quad \sqrt{7} \approx 2,646 \quad \sqrt{10} \approx 3,162$$

4. Arithmétique : 40 applications pour vous entraîner

Les 50 applications qui suivent sont selon moi absolument essentielles. La manipulation des fractions, par exemple, est un exercice que vous devez maîtriser avec une grande dextérité car les fractions sont et demeureront toujours partout dans les épreuves de calcul et de conditions minimales du Tage Mage.

N'oubliez pas en outre que l'utilisation de la calculatrice est interdite. Vous devrez donc être capable d'additionner, soustraire, multiplier et diviser des fractions à la main, sans faire la moindre erreur. Si vous pensez que vous êtes déjà un champion des fractions alors lancez-vous le défi de résoudre ces 50 premières applications en moins de 10 minutes. Vous verrez que cet entraînement vous fera progresser énormément.

1 Que vaut en fraction $\frac{2}{9} + \frac{1}{18}$?

2 Que vaut en fraction $\frac{1}{12} - 3$?

3 Que vaut en fraction $12 + \frac{11}{12}$?

4 Que vaut en fraction $13 - \frac{11}{2}$?

5 Que vaut en fraction $3 \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)$?

6 Que vaut en fraction $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}}$?

7 Que vaut en fraction $4 \times \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{2}\right)$?

8 Que vaut en fraction $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}}$?

- 9 Que vaut en fraction $\frac{3}{2} \times \left(\frac{9}{4} - \frac{13}{3} \right)$?
- 10 Que vaut en fraction $\frac{1}{\frac{3}{7}}$?
- 11 Quel nombre est le plus grand : $(-25)^2$ ou $(-25)^3$?
- 12 Calculer l'expression suivante : $(A + B)^2 \times (A - B)^2$.
- 13 Calculer : $\frac{2}{3} - 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{8} + 1$.
- 14 Calculer : $(A^2)^3 - (A^3)^2$.
- 15 Calculer : $(A^2)^3 - A^2 \times A^3$.
- 16 Trouver A tel que pour tout nombre n, $A^n = A$.
- 17 Quel nombre est le plus grand : $(-45\,635)^3$ ou $(-3)^3$?
- 18 Soit x un nombre réel. Que vaut $(2 + x)^2 - 4x$?
- 19 Calculer $3^6 - 12^2$ en utilisant une identité remarquable.
- 20 Soient A et B deux nombres positifs, quel est le signe de $(A - B)^2 - (A^2 + B^2)$?
- 21 Je possède une somme d'argent égale à la racine carrée de la somme que possède ma sœur, qui correspond au triple d'un sixième de 200 €. Quelle somme d'argent ai-je donc ?
- 22 Que vaut $(\sqrt{16})^4$?
- 23 Quel est le triple du double de la racine carrée de 225 ?
- 24 Calculer : $\left(\frac{22}{6} \right)^{-1} + \frac{23}{13}$.

25 Que vaut un tiers de sept douzièmes de la racine carrée de 144 ?

26 Simplifier l'expression suivante : $(\sqrt{16})^3 \times 100^{3/2}$.

27 Que vaut $\sqrt{147} + 4\sqrt{3}$?

28 Calculer $\frac{91}{14} + 3^3$.

29 Soient A et B deux réels positifs, peut-on écrire que $\frac{A^2 + B^2}{2AB} \leq 1$?

30 Quel est le carré de l'inverse de l'opposé de la racine carrée de 81 ?

31 La consommation d'essence d'une voiture est proportionnelle à sa vitesse. Sachant qu'elle consomme 12 litres pour 100 km lorsqu'il roule à 140 km/h, quelle sera sa consommation s'il roule à 210 km/h ?

32 La consommation d'essence d'une voiture est proportionnelle à sa vitesse. Sachant qu'elle consomme 14 litres pour 100 km lorsqu'il roule à 52 km/h, quelle sera sa consommation s'il roule à 39 km/h ?

33 La consommation d'essence d'une voiture est proportionnelle à sa vitesse. Sachant qu'elle consomme 10 litres pour 100 km lorsqu'il roule à 60 km/h, quelle sera sa consommation s'il roule à 120 km/h ?

34 La consommation d'essence d'une voiture est proportionnelle à sa vitesse. Sachant qu'elle consomme 7 litres pour 100 km lorsqu'il roule à 120 km/h, quelle sera sa consommation s'il roule à 144 km/h ?

35 La consommation d'essence d'une voiture est proportionnelle à sa vitesse. Sachant qu'elle consomme 6 litres pour 100 km lorsqu'il roule à 150 km/h, quelle sera sa consommation s'il roule à 100 km/h ?

- 36** La consommation d'essence d'une voiture est proportionnelle à sa vitesse. Sachant qu'elle consomme 8 litres pour 100 km lorsqu'il roule à 90 km/h, quelle sera sa consommation s'il roule à 135 km/h ?
-
- 37** Si je gagne 4 200 € en trois mois, alors que vais-je gagner en 5 mois ?
-
- 38** Si je gagne 2 700 € en trois mois, alors que vais-je gagner en 7 mois ?
-
- 39** Si je gagne 4 000 € en quatre mois, alors que vais-je gagner en 26 mois ?
-
- 40** Si je gagne 5 500 € en onze mois, alors que vais-je gagner en 5 mois ?
-

■ Corrigés

1. $\frac{2}{3} + \frac{1}{18} = \frac{4}{18} + \frac{1}{18} = \frac{5}{18}$
2. $\frac{1}{12} - 3 = \frac{1}{12} - \frac{36}{12} = -\frac{35}{12}$
3. $12 + \frac{11}{12} = \frac{144}{12} + \frac{11}{12} = \frac{155}{12}$
4. $13 - \frac{11}{2} = \frac{26}{2} - \frac{11}{2} = \frac{15}{2}$
5. $3 \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) = 3 \times \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{4}\right) = 3 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{4}$
6. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{(3 \times 6)}{(4 \times 5)} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$
7. $4 \times \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{2}\right) = 4 \times \left(\frac{4}{6} - \frac{21}{6}\right) = 4 \times \left(-\frac{17}{6}\right) = 2 \times \left(-\frac{17}{3}\right) = -\frac{34}{3}$
8. $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

$$9. \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{13}{3} \right) = \frac{3}{2} \times \left(\frac{27}{12} - \frac{52}{12} \right) = \frac{3}{2} \times \left(-\frac{25}{12} \right) = -\frac{75}{24}$$

$$10. \frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{7}{3}$$

11. Le carré d'un nombre négatif est un nombre positif, alors que le cube d'un nombre négatif est un nombre négatif. Donc $(-25)^2 > (-25)^3$.

$$12. (A+B)^2 \times (A-B)^2 = [(A+B)(A-B)]^2 = (A^2 - B^2)^2 = A^4 + B^4 - 2(AB)^2.$$

$$13. \frac{2}{3} - 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{8} + 1 = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 2}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{2} + 1 = \frac{2}{3} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}.$$

$$14. (A^2)^3 - (A^3)^2 = A^{2 \times 3} - A^{3 \times 2} = A^6 - A^6 = 0.$$

$$15. (A^2)^3 - A^2 \times A^3 = A^{2 \times 3} - A^{2+3} = A^6 - A^5 = A^5(A-1).$$

16. La bonne réponse est $A = 1$. Attention, $A = 0$ ne fonctionne pas, car $0^0 = 1$.

17. C'est $(-3)^3$ bien sûr !

$$18. (2+x)^2 - 4x = 4 + x^2 + 2 \times 2x - 4x = 4 + x^2.$$

$$19. 3^6 - 12^2 = (3^3 - 12)(3^3 + 12) = (27 - 12)(27 + 12) = 15 \times 39 = 15 \times (40 - 1) = 600 - 15 = 585.$$

$$20. (A-B)^2 - (A^2 + B^2) = A^2 + B^2 - 2AB - A^2 - B^2 = -2AB$$

Sachant que A et B sont positifs, $-2AB$ est négatif et donc $(A-B)^2 \leq 0$.

$$21. \text{Un sixième de } 200 \text{ € s'écrit } \frac{200}{6}.$$

$$\text{Le triple de cette somme s'écrit donc : } 3 \times \frac{200}{6}.$$

$$\text{Je possède donc : } \sqrt{3 \times \frac{200}{6}} = \sqrt{\frac{3 \times 200}{6}} = \sqrt{\frac{600}{6}} = \sqrt{100} = 10 \text{ €}.$$

$$22. (\sqrt{16})^4 = (\sqrt{16})^2 \times (\sqrt{16})^2 = 16 \times 16 = 256.$$

$$23. \sqrt{225} = 15$$

$$15 \times 2 \times 3 = 90$$

La réponse est donc 90 !

$$24. \left(\frac{22}{6} \right)^{-1} + \frac{23}{13} = \frac{6}{22} + \frac{23}{13} = \frac{3}{11} + \frac{23}{13} = \frac{3 \times 13}{11 \times 13} + \frac{23 \times 11}{13 \times 11} = \frac{39 + 253}{143} = \frac{292}{143}$$

La fraction est irréductible, donc on s'arrête ici !

$$25. \sqrt{144} = 12$$

$$\frac{7}{12} \times 12 = 7$$

$$\frac{1}{3} \times 7 = \frac{7}{3}.$$

26. $(\sqrt[3]{16})^3 \times 100^{3/2} = 16^{3/2} \times 100^{3/2} = (16 \times 100)^{3/2} = 1\,600^{3/2}$.

27. $\sqrt{147} + 4\sqrt{3} = \sqrt{49 \times 3} + 4\sqrt{3} = 7\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$.

28. $\frac{91}{14} + 3^3 = \frac{7 \times 13}{7 \times 2} + 27 = \frac{13}{2} + \frac{54}{2} = \frac{67}{2}$.

29. Non, en effet $(A - B)^2 \geq 0$,
donc $A^2 + B^2 + 2AB \geq 0$,
donc $A^2 + B^2 \geq -2AB$ et comme A et B sont positifs, $2AB$ l'est aussi,
donc $\frac{A^2 + B^2}{2AB} \geq \frac{-2AB}{2AB}$ soit $\frac{A^2 + B^2}{2AB} \geq -1$.

30. La racine carrée de 81 est 9. Son opposé est donc -9 . L'inverse de -9 est $-\frac{1}{9}$. Et $\left(-\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$.

31. Elle consommera $12 \times \left(\frac{210}{140}\right) = 12 \times 1,5 = 18$ litres pour 100 km.

32. Elle consommera $14 \times \left(\frac{39}{52}\right) = 14 \times 0,75 = 10,5$ litres pour 100 km.

33. Elle consommera $10 \times \left(\frac{120}{60}\right) = 10 \times 2 = 20$ litres pour 100 km.

34. Elle consommera $7 \times \left(\frac{144}{120}\right) = 7 \times 1,2 = 8,4$ litres pour 100 km.

35. Elle consommera $6 \times \left(\frac{100}{150}\right) = 6 \times \frac{2}{3} = 4$ litres pour 100 km.

36. Elle consommera $8 \times \left(\frac{135}{90}\right) = 8 \times 1,5 = 12$ litres pour 100 km.

37. Je vais gagner $4\,200 \times \left(\frac{5}{3}\right) = 7\,000$ €.

38. Je vais gagner $2\,700 \times \left(\frac{7}{3}\right) = 6\,300$ €.

39. Je vais gagner $4\,000 \times \left(\frac{26}{4}\right) = 26\,000$ €.

40. Je vais gagner $5\,500 \times \left(\frac{5}{11}\right) = 2\,500$ €.

5. Pourcentages

1. Les trois définitions du pourcentage

▼ Un pourcentage est une fraction

Un pourcentage permet d'exprimer un nombre comme une fraction de cent, généralement en utilisant le signe « % ». Un pourcentage permet alors de comparer une quantité par rapport à la quantité de référence 100 :

$$X \% = \frac{X}{100}$$

Ainsi, n'oubliez jamais qu'un pourcentage est d'abord une fraction. Justement, transformez donc **80 %**, **72 %**, **36 %**, **44 %** en fractions irréductibles (*i.e.* en fractions qui ne peuvent pas être simplifiées davantage).

$$80 \% = \frac{80}{100} = \frac{(4 \times 4 \times 5)}{(4 \times 5 \times 5)} = \frac{4}{5}$$

$$72 \% = \frac{72}{100} = \frac{(9 \times 2 \times 4)}{(5 \times 5 \times 4)} = \frac{18}{25}$$

$$36 \% = \frac{36}{100} = \frac{(4 \times 9)}{(4 \times 25)} = \frac{9}{25}$$

$$44 \% = \frac{44}{100} = \frac{(4 \times 11)}{(4 \times 25)} = \frac{11}{25}$$

▼ Un pourcentage est une part

Le pourcentage représente une proportion, une part d'un ensemble.

Le total est en fait ramené à 100 et le pourcentage représente donc le rapport d'un *sous-ensemble* à son ensemble :

$$\text{Pourcentage} = \left(\frac{\text{Part}}{\text{Total}} \times 100 \right) \%$$

Une galette des rois est coupée en 16 parts. Joe prend 2 parts de galette.
Quel pourcentage de la galette Joe a-t-il mangé ?

$$2 \text{ parts} = \frac{2}{16} \times 100 \% = \frac{1}{8} \times 100 \% = \frac{100}{8} \% = \frac{50}{4} \% = 12,5 \%$$

Dans une classe de 30 élèves, il y a 12 garçons. Quel pourcentage de la classe, les garçons représentent-ils ?

$$\text{Part des garçons} = \frac{12}{30} \times 100 \% = \frac{12 \times 10}{3} \% = 4 \times 10 \% = 40 \%$$

▼ Un pourcentage est un nombre décimal

Le pourcentage est un **nombre décimal** compris entre 0 et 1 lorsque le pourcentage est inférieur à 100 %, et au-dessus de 1 lorsque le pourcentage est supérieur à 100 %.

Transformez 25 % ; 112 % ; 72 % ; 0,5 % en nombres décimaux.

$$25 \% = 0,25 ; 112 \% = 1,12 ; 72 \% = 0,72 ; 0,5 \% = 0,005$$

■ 2. Tableau fondamental de correspondances

Voici les principales correspondances pourcentages / fractions / nombres décimaux que vous devez absolument connaître sur le bout des doigts et entre lesquelles vous serez amenés à jongler régulièrement en calcul !

N'oubliez jamais qu'un bon candidat est un candidat qui sait en une fraction de seconde que $1/8$ est égal à 12,5 % et que 80 % est égal à $4/5$! C'est à ce prix que l'on devient une « bête » dans les épreuves de calcul des concours.

$$1 \% = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$2 \% = \frac{1}{50} = 0,02$$

$$4 \% = \frac{1}{25} = 0,04$$

$$5 \% = \frac{1}{20} = 0,05$$

$$10 \% = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$12,5 \% = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$16,66 \% \approx \frac{1}{6} \approx 0,166$$

$$20 \% = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$25 \% = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$33,33 \% \approx \frac{1}{3} \approx 0,333$$

$$40 \% = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$50 \% = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$60 \% = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$66,6 \% \dots = \frac{2}{3} = 0,66\dots$$

$$70 \% = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$75 \% = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$80 \% = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$100 \% = 1$$

$$200 \% = 2$$

$$250 \% = 2,5$$

$$1\,000 \% = 10$$

- **Doubler** revient à multiplier par **2** ou à ajouter **100 %**.
- **Tripler** revient à multiplier par **3** ou à ajouter **200 %**.
- **Quadrupler** revient à multiplier par **4** ou à ajouter **300 %**.
- **Décupler** revient à multiplier par **10** ou à ajouter **900 %**.
- Augmenter du **cinquième** revient à ajouter **20 %** ou à multiplier par **1,2**.
- Diminuer du **cinquième** revient à baisser de **20 %** ou à multiplier par **0,8**.
- Augmenter du **quart** revient à ajouter **25 %** ou à multiplier par **1,25**.
- Diminuer du **quart** revient à baisser de **25 %** ou à multiplier par **0,75**.

■ 3. Les grands classiques du Tage Mage

▼ Appliquer une augmentation ou une baisse en pourcentage

Si on **augmente** X (ex. : un prix) de a %, alors on obtient une valeur X⁺ telle que :

$$X^+ = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times X$$

X⁺ signifie que l'on a fait subir à X une augmentation en pourcentage.

Retenez ainsi par exemple qu'augmenter X de 35 % revient à multiplier X par 1,35 et qu'augmenter X de 12,8 % revient à multiplier X par 1,128.

Si on **diminue** X (ex. : un prix) de a %, alors on obtient une valeur X⁻ telle que :

$$X^- = \left(1 - \frac{a}{100}\right) \times X$$

X⁻ signifie que l'on a fait subir à X une baisse en pourcentage.

Retenez ainsi par exemple que diminuer X de 35 % revient à multiplier X par 0,65 et que diminuer X de 12,8 % revient à multiplier X par 0,872.

L'action d'une entreprise cotée à 42 € en ouverture du marché gagne 5 % lors de la séance. Quelle est la cote de l'action à la clôture ?

$$42 \text{ €} + 5 \% \times 42 \text{ €} = 42 \text{ €} \times 1,05 = 42 \text{ €} + 2,1 \text{ €} = 44,1 \text{ €}$$

▼ Appliquer des augmentation(s)/baisse(s) successives en pourcentages

Lors d'augmentations ou de baisses successives en pourcentages, **les pourcentages se multiplient entre eux, mais ne s'ajoutent pas !**

Augmentations successives :

Si on **augmente** X de a % et qu'on **augmente** ensuite la quantité obtenue de b %, alors on obtient une valeur X^{++} telle que :

$$X^{++} = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \left(1 + \frac{b}{100}\right) \times X$$

Baisses successives :

Si on **diminue** X de a % et qu'on **diminue** ensuite la quantité obtenue de b %, alors on obtient une valeur X^{--} telle que :

$$X^{--} = \left(1 - \frac{a}{100}\right) \times \left(1 - \frac{b}{100}\right) \times X$$

Augmentation et baisse successives :

Si on **augmente** X de a % et qu'on **diminue** ensuite la quantité obtenue de b %, alors on obtient une valeur X^{+-} telle que :

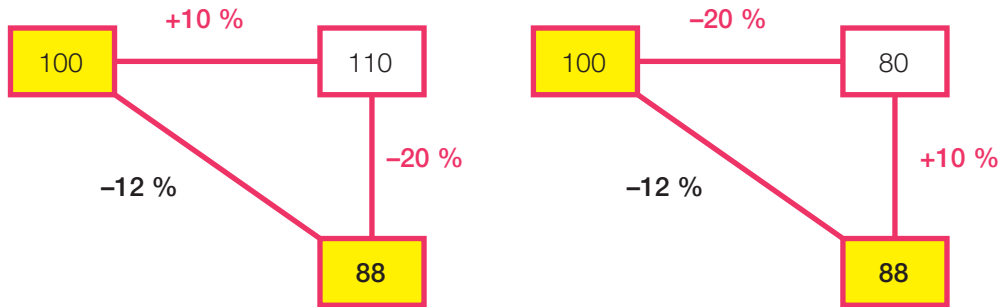
$$X^{+-} = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \left(1 - \frac{b}{100}\right) \times X$$

Si on applique à X une **augmentation** de a % suivie d'une **baisse** de b %, suivie d'une **baisse** de c %, suivie d'une **hausse** de d %, alors on obtient une valeur X^{+---} telle que :

$$X^{+---} = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \left(1 - \frac{b}{100}\right) \times \left(1 - \frac{c}{100}\right) \times \left(1 + \frac{d}{100}\right) \times X$$

Dans des augmentations/baisses successives en pourcentages, l'ordre des variations n'importe pas. Cela revient ainsi strictement au même d'appliquer une hausse de a % suivie d'une hausse de b % que l'inverse (i.e. une hausse de b %, puis une hausse de a %). Aussi, cela revient strictement au même d'appliquer une baisse de a % suivie d'une hausse de b % que l'inverse (i.e. une hausse de b % suivie d'une baisse de a %).

Par exemple, si vous effectuez une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 20 % en partant d'une valeur égale à 100, alors les deux ordres possibles sont :



▼ Trouver un pourcentage d'augmentation ou de baisse

Un problème classique aux concours consiste à vous demander de calculer l'évolution en pourcentage d'une valeur. La variation en pourcentage d'une valeur est égale à :

$$\left(\frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 \right) \%$$

Avec **V_f la valeur finale** (après la baisse ou l'augmentation en pourcentage) et **V_i la valeur initiale** (avant la baisse ou l'augmentation en pourcentage).

Si $V_f > V_i$ alors on trouvera un pourcentage d'augmentation.

Si $V_f < V_i$ alors on trouvera un pourcentage de baisse.

Et si $V_f = V_i$ alors cela signifiera qu'il n'y a eu aucune évolution ; ni baisse, ni augmentation.

Hier, le prix du litre d'essence à la pompe était égal à 1,40 €. Aujourd'hui, il est égal à 1,428 €. Quel est le pourcentage d'augmentation du prix du litre d'essence entre hier et aujourd'hui ?

Ici, $V_f = 1,428$ et $V_i = 1,4$

Le pourcentage d'augmentation est donc égal à :

$$\left(\frac{1,428 - 1,4}{1,4} \times 100 \right) \% = \left(\frac{0,028}{1,4} \times 100 \right) \% = \frac{2,8}{1,4} \% = 2 \%$$

Astuce ! Lorsque vos valeurs *finale* et *initiale* V_f et V_i sont des fractions, nous vous conseillons de calculer le rapport $\frac{V_f}{V_i}$ puis d'en déduire la valeur de l'augmentation ou de la baisse en pourcentage.

On passe de $5/6$ à $3/8$. Quelle est la variation en pourcentage ?

$$\text{C'est } -55 \%. \text{ En effet : } \frac{V_f}{V_i} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{8} \times \frac{6}{5} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} = 45 \% \Leftrightarrow V_f = 45 \% V_i$$

En conclusion, la valeur finale représente 45 % de la valeur initiale et il y a donc une baisse de 55 % (100 % - 45 %).

Rappel : si $\frac{1}{20} = 5 \%$, alors $\frac{9}{20} = 45 \%$

▼ Retrouver une quantité d'origine

Nous attirons ici votre attention sur une erreur terrible que nous continuons de rencontrer régulièrement en tant que professeurs. Cette erreur consiste à penser curieusement que si l'on diminue X de a % et que l'obtient ainsi une valeur Y, alors il suffit d'augmenter Y de a % pour retrouver la valeur X.

Cette erreur n'est pas acceptable ! Imaginez en effet que vous perdiez 50 % des 100 € que vous possédez, alors il vous reste 50 €, n'est-ce pas ? À présent, augmentez ces 50 € de 50 %, quelle somme retrouvez-vous ? Vous ne retrouvez certainement pas les 100 € que vous aviez au départ, mais la somme de 75 € puisque $50 € + 50 \% \times 50 € = 50 € + 25 € = 75 €$. Attention donc à ne pas tomber dans ce vieux piège...

- Si vous retranchez $\frac{1}{N}$ à une valeur, alors vous devez rajouter $\frac{1}{N-1}$ pour retrouver la valeur d'origine. (N étant ici un entier naturel strictement plus grand que 1)
- Si vous ajoutez $\frac{1}{N}$ à une valeur, alors vous devez retrancher $\frac{1}{N+1}$ pour retrouver la valeur d'origine. (N étant ici un entier naturel strictement plus grand que 1)

Une action perd 25 % à la clôture ce mardi. Combien l'action devra-t-elle gagner mercredi en pourcentage pour effacer ses pertes de la veille ?

Vous avez appris grâce au tableau fondamental de correspondances que 25 % est égal à $\frac{1}{4}$. Autrement dit, l'action a perdu $\frac{1}{4}$ de sa valeur et $N = 4$. Aussi, pour effacer ses pertes, l'action devra regagner $\frac{1}{(4-1)} = \frac{1}{3}$ de sa valeur, autrement dit environ 33,33 %.

Le problème maintenant c'est lorsqu'une action perd 23,2 % par exemple, il ne nous est plus possible d'appliquer l'astuce vue précédemment. En effet, cette dernière s'applique avec efficacité lorsque l'on est en mesure de transformer un pourcentage en fraction dont le numérateur est 1. (ex. : $20 \% = \frac{1}{5}$ ou $10 \% = \frac{1}{10}$, etc.)

Voici donc comment nous ferons avec les pourcentages qui ne figurent pas dans le tableau fondamental de correspondances :

Soit X le prix initial et Y le prix final (i.e. après la baisse ou l'augmentation de a %).

L'énoncé vous donne les valeurs de a et de Y. Vous résoudrez alors les équations :

$$X = \frac{Y}{1 - \frac{a}{100}} \text{ dans le cas où X a subi une baisse en pourcentage.}$$

$$X = \frac{Y}{1 + \frac{a}{100}} \text{ dans le cas où X a subi une augmentation en pourcentage.}$$

Après une **baisse** de 15 %, un produit coûte 89,70 €. Quel était son prix initial (à l'unité près) ?

Soit X le prix initial, Y = 89,70 et a % = 15 % = 0,15.

$$\text{On pose } X = \frac{Y}{1 - \frac{a}{100}} = \frac{89,70}{1 - 0,15} = \frac{89,70}{0,85} = \frac{8\,970}{85} = 105,53 \text{ € soit } 106 \text{ € à l'unité près.}$$

▼ Calculer des pourcentages de pourcentages

15 % de la population française habite en Ile-de-France. Parmi les habitants d'Ile-de-France, 20 % habitent Paris intra-muros. Quel est le pourcentage de la population française qui habite Paris intra-muros ?

Le pourcentage de Français franciliens est égal à 20 % de 15 %, soit : 20 % × 15 %
 $= \frac{1}{5} \times 15 \% = \frac{15 \%}{5} = 3 \%$ (facile non, quand on connaît son tableau de correspondances !)

6. Pourcentages : 10 applications pour vous entraîner

1 Quel prix sera le plus faible : si je baisse deux fois de 10 % ou bien une seule fois de 20 % ?

2 Si un produit est vendu d'abord au prix A puis au prix B, quelle est la formule permettant de connaître la variation en pourcentage ?

- 3 Hier, une tonne de sucre valait 42 €. Aujourd'hui elle en vaut 49. Quel est le pourcentage d'augmentation du prix de la tonne de sucre ?
-
- 4 Il y a 20 ans, un café au restaurant valait 1,50 €. Aujourd'hui, il vaut 2,50 €. Quel est le pourcentage d'augmentation du prix du café ?
-
- 5 Après avoir acheté des actions, ma participation dans l'entreprise passe de cinq huitièmes à cinq sixièmes. Quelle est la variation de ma participation en pourcentage ?
-
- 6 J'augmente une quantité de $\frac{1}{N}$ et j'obtiens donc une nouvelle quantité. Si je veux retrouver ma quantité d'origine, alors quelle fraction de ma nouvelle quantité dois-je retirer ?
-
- 7 Je diminue une quantité de $\frac{1}{N}$ et j'obtiens donc une nouvelle quantité. Si je veux retrouver ma quantité d'origine, alors quelle fraction de ma nouvelle quantité dois-je rajouter ?
-
- 8 Quelle est la hausse en pourcentage quand je passe de $\frac{2}{3}$ à $\frac{3}{4}$?
-
- 9 Lorsqu'un prix passe de 120 € à 95 €, il subit une baisse de ... % ?
-
- 10 Si le prix d'un produit baisse de 20 %, de combien faudra-t-il l'augmenter pour revenir au prix initial ?
-

■ Corrigés

1. Diviser par 2 revient à baisser de 50 %.
2. Baisser de 20 %, c'est multiplier par 0,8. Ainsi, les chaussures coûtent maintenant : $120 \times 0,8 = 96$ €.
3. Augmenter de 10 %, c'est multiplier par 1,1. Ainsi, je mesure maintenant : $140 \times 1,1 = 154$ cm, soit 1 m 54 !
4. On doit les multiplier, et surtout pas les additionner !
5. Faux, on ne peut additionner les pourcentages ! Augmenter de 10 % c'est multiplier par 1,1, donc deux hausses de 10 % successives correspondent à une multiplication par $1,1 \times 1,1 = 1,21$. C'est donc une hausse de 21 % !

6. Son nouveau prix se calcule en effectuant l'opération suivante :
 $100 \times 1,1 \times 0,95 = 110 \times 0,95 = 104,50 \text{ €}.$
7. Le nouveau prix sera de : $1,5 \times 1,2 \times 1,1 = 1,8 \times 1,1 = 1,98 \text{ €}.$
8. Il n'y a pas besoin de faire de calculs, deux hausses de 15 % sont supérieures à une seule hausse de 30 %, car leur effet est supérieur à la simple addition de leurs taux !
9. Vrai, augmenter de 10 % puis baisser de 20 % revient à multiplier par $1,1 \times 0,8$, ce qui est exactement la même chose que multiplier par $0,8 \times 1,1$!
10. Non. Exemple : si le prix est de 100 €, en augmentant de 10 % j'obtiens $100 \times 1,1 = 110 \text{ €}$, et en baissant de 10 % j'obtiens $110 \times 0,9 = 99 \text{ €}$!
11. Prenez en effet une base de 100 €. Si je baisse deux fois de 10 %, cela donne : $100 \text{ €} \times 0,9 = 90 \text{ €}$ et $90 \text{ €} \times 0,9 = 81 \text{ €}$. On perd donc 19 €. Et si je baisse une fois de 20 % cela donne : $100 \text{ €} \times 0,8 = 80 \text{ €}$ et on perd donc 20 €.
12. La formule est : $\frac{B - A}{A} \times 100 \text{ \%}$.
 On remarque que si $B < A$, la variation est négative !
13. Le pourcentage d'augmentation est égal à :

$$\frac{49 - 42}{42} \times 100 \% = \frac{7}{42} \times 100 \% = \frac{1}{6} \times 100 \% = 16,666... \text{ \%}.$$
14. $\frac{2,50}{1,50} = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1 + 66,66 \text{ \%}$ soit une augmentation de 66,66 %.
15. Pour ces évolutions, nous vous conseillons de calculer le rapport entre la participation finale et la participation initiale puis d'en déduire la variation :

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{8}} = \frac{5}{6} \times \frac{8}{5} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1,333. \text{ La variation est donc de } 33 \text{ \% !}$$
16. Il faut retirer $\frac{1}{(N + 1)}$.
17. Il faut rajouter $\frac{1}{(N - 1)}$.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1 + \frac{1}{8} \text{ soit une hausse de } \frac{1}{8}, \text{ autrement dit une hausse de } 12,5 \text{ \%}.$$
18. La baisse est de 25 € soit, en pourcentage : $\frac{25}{120} = \frac{5}{24} = 21 \text{ \% environ}.$
20. Le prix baisse de 20 %, c'est-à-dire d'un cinquième. Aujourd'hui il vaut donc $\frac{4}{5}$ du prix initial, et il va donc devoir reprendre $\frac{1}{5}$ du prix initial, soit $\frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$ de son prix actuel.

7. Moyennes

1. Moyennes arithmétiques

▼ Définition

La **moyenne arithmétique** est par définition, la somme des valeurs numériques divisée par le nombre de ces valeurs numériques :

$$\text{Moyenne arithmétique} = \frac{\text{somme des termes}}{\text{nombre de termes}}$$

Trois amies vont faire du shopping : la première dépense 50 €, la deuxième 70 € et la troisième 120 €. Combien ces trois amies ont-elles dépensé en moyenne ?

Ici, on vous demande de calculer une moyenne arithmétique.

La somme des dépenses est égale à $50 + 70 + 120 = 240$. La dépense moyenne (moyenne arithmétique) est donc égale à : $(50 + 70 + 120) / 3 = 80$ €.

▼ Deux corollaires de la moyenne arithmétique à connaître par cœur !

$$\text{Somme des termes} = \text{moyenne arithmétique} \times \text{nombre de termes}$$

$$\text{Nombre de termes} = \frac{\text{somme des termes}}{\text{moyenne arithmétique}}$$

La moyenne des âges des frères de David est 23 ans. David a trois frères. Quelle est la somme des âges des frères de David ?

Pour trouver la somme des âges des frères de David, il suffit d'appliquer le corollaire de la moyenne arithmétique suivant :

$$\text{Somme des âges} = \text{moyenne} \times \text{nombre de frères} = 23 \times 3 = 69$$

2. Moyennes pondérées

▼ Définition

Soient N termes $T_1, T_2, T_3, \dots, T_N$, auxquels on associe des poids respectifs $P_1, P_2, P_3, \dots, P_N$. Alors la moyenne (M) pondérée des N termes est égale à :

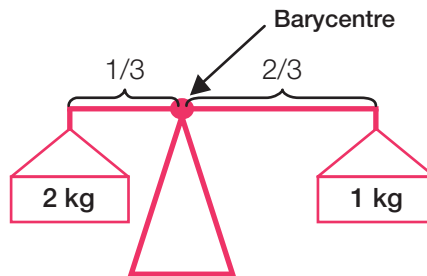
$$M = \frac{T_1 \times P_1 + T_2 \times P_2 + T_3 \times P_3 + \dots + T_N \times P_N}{P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_N}$$

Au cours du dernier trimestre, Frédéric a obtenu la moyenne de 12 en maths, 11 en français, 11 en histoire et 15 en anglais. Sachant que les coefficients des matières sont respectivement 6, 4, 2 et 2 en maths, français, histoire et anglais, quelle est la moyenne générale de Frédéric au dernier trimestre ?

$$\text{Moyenne} = \frac{(12 \times 6 + 11 \times 4 + 11 \times 2 + 15 \times 2)}{(6 + 4 + 2 + 2)} = \frac{168}{14} = 12$$

▼ L'approche par la notion de barycentre

En géométrie, la moyenne pondérée prend le nom de **barycentre**. Le **barycentre** est le centre de gravité de plusieurs points auxquels des poids différents ont été associés.



Comme vous le voyez sur ce schéma, le barycentre (appelé aussi point d'équilibre ou point moyen) est situé à $1/3$ de la distance du poids de 2 kg et $2/3$ de la distance du poids de 1 kg. En d'autres termes, pour atteindre le point d'équilibre, le poids de 1 kg doit compenser le poids de 2 kg par un écart de distance au point d'équilibre deux fois plus grand.

Par une approche analogue, le barycentre permet de trouver une moyenne pondérée grâce aux écarts à la moyenne de chaque terme et en comparant les poids des termes entre eux.

1. Dans une classe de 42 élèves, les garçons ont obtenu 12 de moyenne à un contrôle et les filles ont obtenu 15 de moyenne au même contrôle. La moyenne générale de la classe s'élève à 14. Combien y a-t-il de filles dans la classe ?

Raisonnons à partir de la notion du barycentre.

Le barycentre est ici égal à 14 (c'est la moyenne générale, **le point d'équilibre** de la classe pour ce qui concerne ce contrôle). La moyenne des filles étant plus proche de la moyenne générale que ne l'est celle des garçons, on en déduit que les filles seront plus nombreuses que les garçons. Plus précisément, elles seront **deux fois plus nombreuses** que les garçons. **En effet, comme elles sont deux fois plus proches de la moyenne générale que ne le sont les garçons, elles sont donc deux fois plus nombreuses** (elles pèsent deux fois plus « lourd » que les garçons !). En d'autres termes, **il faut deux filles pour un garçon**, soit : **28 filles et 14 garçons**. Pour trouver 28 et 14, on a simplement multiplié 2 (filles) et 1 (garçon) par 14... Le but étant d'arriver à un nombre total d'élèves égal à 42 !

2. Dans une classe de 30 élèves, les garçons ont obtenu 9 de moyenne à un contrôle et les filles ont obtenu 14 de moyenne au même contrôle. La moyenne générale de la classe s'élève à 12. Combien y a-t-il de filles dans la classe ?

Raisonnons à nouveau à partir de la notion du barycentre.

Le barycentre est ici égal à 12. La moyenne des filles étant plus proche de la moyenne générale que ne l'est celle des garçons (ah ! les filles !), on en déduit là encore que **les filles seront plus nombreuses que les garçons**. Étant donné que la moyenne des filles est à 2 points de la moyenne générale (14 vs 12) et que celle des garçons est à 3 points de la moyenne générale (9 vs 12), on comprend qu'il **va falloir 3 filles pour 2 garçons** pour que le barycentre soit bien à 12. En conclusion, **la classe est composée de 18 filles et de 12 garçons**. Pour trouver 18 et 12, on a simplement multiplié 3 (filles) et 2 (garçons) par 6... Le but étant d'arriver à un nombre total d'élèves égal à 30 !

8. Moyennes : 10 applications pour vous entraîner

- 1 La moyenne de 8 nombres vaut 11. Si je retire un nombre, la moyenne tombe à 10. Quel nombre ai-je retiré ?

- 2 Dans le village il y a 254 femmes et 270 hommes. Les femmes pèsent en moyenne 61,2 kg, et les hommes 83,67. Quel est le poids moyen dans le village ?

- 3 J'ai deux jeans à 76 € et un jean à 134 €. Quelle est la valeur moyenne de mes jeans ?

- 4 Les six filles mesurent en moyenne 1 m 65, et le seul garçon mesure 1,88. Quelle est la taille moyenne ?

- 5 Thomas a eu un 17 coefficient 4, un 12 coefficient 2 et un 8 coefficient 5. Quelle est sa moyenne ?

- 6 Éléonore a eu un 16 coefficient 1, un 20 coefficient 2, et un 0 coefficient 4 car elle était absente. Quelle est sa moyenne ?

- 7 Daniel achète trois cravates à 38 euros chacune et deux ceintures à 67 euros chacune. Combien lui coûte un objet en moyenne ?

- 8 Du lundi au vendredi je cours 7 km par jour, et le week-end je cours 15 km par jour. Quelle est ma distance de course moyenne par jour ?

- 9 Au lycée, les 65 filles ont une moyenne générale de 14. Les 49 garçons ont quant à eux une moyenne générale de 16. Quelle est la moyenne générale du lycée ?

- 10 Deux tiers des trains mesurent 100 mètres de long, et un tiers seulement 85 mètres. Quelle est la longueur moyenne d'un train ?

Corrigés

21. Il suffit d'appliquer le corollaire de la moyenne arithmétique :

- La somme des 8 nombres vaut : $11 \times 8 = 88$

- La somme des 7 nombres après en avoir enlevé un vaut : $10 \times 7 = 70$

On en déduit alors que le nombre que l'on a retiré n'est autre que **18** (i.e. $88 - 70$)

$$22. M = \frac{254 \times 61,2 + 270 \times 83,67}{254 + 270} = 72,78 \text{ kg en moyenne.}$$

$$23. M = \frac{2 \times 76 + 1 \times 134}{2 + 1} = 95,33 \text{ € en moyenne.}$$

$$24. M = \frac{6 \times 1,65 + 1 \times 1,88}{6 + 1} = 1 \text{ m } 68.$$

$$25. M = \frac{17 \times 4 + 12 \times 2 + 8 \times 5}{4 + 2 + 5} = 12 \text{ de moyenne.}$$

$$26. M = \frac{16 \times 1 + 2 \times 2 + 0 \times 4}{1 + 2 + 4} = 8 \text{ de moyenne.}$$

$$27. M = \frac{38 \times 3 + 67 \times 2}{3 + 2} = 49,6 \text{ euros par objet en moyenne.}$$

$$28. M = \frac{7 \times 5 + 15 \times 2}{5 + 2} = 9,28 \text{ km en moyenne par jour.}$$

$$29. M = \frac{65 \times 14 + 49 \times 16}{65 + 49} = 14,86 \text{ de moyenne générale.}$$

$$30. M = \frac{100 \times 2/3 + 85 \times 1/3}{2/3 + 1/3} = 95 \text{ mètres de long en moyenne.}$$

9. Proportionnalité

Les questions de proportionnalité sont fréquemment posées au Tâge Mage. Soyez donc attentifs aux notions qui vont suivre.

On dit que deux grandeurs sont proportionnelles à partir du moment où l'on peut trouver un « *facteur de proportionnalité* » les liant.

Rien de mieux qu'un exemple pour illustrer cela :

On dit souvent que la consommation d'essence C tous les 100 km d'une voiture est **proportionnelle** à sa vitesse V . C'est-à-dire que l'on peut trouver un « facteur de proportionnalité » F tel que $C = V \times F$. Imaginons que F soit égal à 0,1. Alors si la voiture roule à 100 km/h, elle consommera $C = 0,1 \times 100 = 10$ L tous les 100 km. Si elle roule à 200 km/h, elle consommera $C = 0,1 \times 200 = 20$ L tous les 100 km, et ainsi de suite.

Ainsi, lorsque deux grandeurs sont proportionnelles, il suffit de connaître la valeur de l'une pour immédiatement connaître la valeur de l'autre, à condition de connaître le facteur de proportionnalité.

La question qui vient alors naturellement est : **que faire si l'on ne connaît pas ce fameux facteur par lequel il faut multiplier une grandeur pour obtenir la valeur de l'autre ?** C'est là qu'intervient la très célèbre *règle de trois*.

■ 1. La règle de trois ou « produit en croix »

Reprenons l'exemple de la consommation d'essence C proportionnelle à la vitesse V . Imaginons que l'on ne vous donne pas la valeur de F mais que l'on vous présente les choses ainsi :

Une voiture parcourt la distance de Paris à Marseille. Sa consommation d'essence est proportionnelle à sa vitesse. Sachant qu'elle consomme 10 L tous les 100 km lorsqu'elle roule à 100 km/h, quelle sera sa consommation d'essence si elle roule à 125 km/h ?

Vous savez ici que les deux grandeurs sont proportionnelles mais vous ne connaissez pas la valeur du facteur de proportionnalité F . Qu'à cela ne tienne, calculons-le !

Première approche : sachant que V et C sont proportionnelles, il existe un réel F tel que $C = V \times F$. En remplaçant C et V par leur valeur dans la première ligne du tableau vous trouvez : $10 = 100 \times F$, soit $F = 10 / 100 = 0,1$

Ayant la valeur de F , il ne vous reste plus qu'à écrire que :

$$C = 125 \times 0,1 = 12,5 \text{ L tous les 100 km.}$$

Seconde approche : heureusement, il existe une méthode beaucoup plus systématique et rapide pour s'en sortir dans ce genre de situations. En effet, la situation peut se représenter ainsi :

Vitesse	Consommation
100	10
125	C

La règle de trois nous dit que les produits des cases diagonales doivent être égaux. Soit : $10 \times 125 = 100 \times C$; soit : $C = 125 \times 10 / 100 = 12,5 \text{ L}$

■ 2. La proportionnalité « multiple »

Ce que l'on appelle **proportionnalité multiple** est la mise en parallèle de trois grandeurs proportionnelles deux à deux dont il faut trouver la valeur de l'une d'entre elles. Autrement dit, vous allez devoir modifier la valeur de deux grandeurs pour obtenir la troisième, alors que les deux premières varient déjà l'une en fonction de l'autre ! Un vrai casse-tête ? Pas vraiment !

Prenons un exemple :

Un camion consomme 8 litres aux 100 km quand il roule à 80 km/h. Consommation et vitesse sont proportionnelles. Sachant qu'il a consommé 32 litres en roulant à la vitesse de 40 km/h, quelle distance ce camion a-t-il parcourue ?

En retranscrivant la situation dans un tableau, cela donne :

Vitesse	Consommation	Distance
80 km/h	8 L	100 km
40 km/h	32 L	?

Vous commencez à saisir la difficulté de la chose : pour passer de la première à la seconde ligne, il faudrait diviser la vitesse par 2 (de 80 à 40 km/h) et par conséquent la consommation aussi :

Vitesse	Consommation
80 km/h	8 L
40 km/h	4 L

Mais celle-ci passerait alors à 4 L et non pas 32 L. Il suffirait alors de multiplier le tout par 8 pour tomber sur la bonne consommation :

Vitesse	Consommation
80 km/h	8 L
320 km/h	32 L

Mais la vitesse deviendrait alors égale à 320 km/h ! On tourne en rond.

Pour résoudre ce problème, il faut se dire que pour consommer 8 fois plus, il suffit de rouler 8 fois plus vite... Ou encore rouler sur 8 fois plus de distance (à la même vitesse bien sûr). La clé de la proportionnalité multiple est donc de **toujours changer deux grandeurs en laissant la troisième fixe.**

Dans notre exemple, nous allons d'abord diviser la vitesse du camion par 2 et impacter cela sur la consommation. La distance, elle, ne bouge pas. Si je roule 2 fois moins vite **sur la même distance**, le camion consomme 2 fois moins d'essence.

Vitesse	Consommation	Distance
40 km/h	4 L	100 km

Enfin, **s'il roule à la même vitesse** mais consomme 8 fois plus d'essence, c'est qu'il a alors roulé sur 8 fois plus de distance. Réponse : 800 km.

Vitesse	Consommation	Distance
40 km/h	32 L	800 km

10. Vitesses, temps et distances

1. Trois lettres : V, T et D

On considère les trois variables suivantes :

- **V**, la vitesse d'un objet pendant une durée **T** pour parcourir une distance **D**.
- **T**, le temps/la durée mis par l'objet pour parcourir une distance **D** à la vitesse **V**.
- **D**, la distance parcourue par objet à une vitesse **V** pendant un temps/une durée **T**.

Les problèmes VTD s'appuient sur **les trois formules suivantes** :

$$(1) V = \frac{D}{T}$$

$$(2) D = V \times T$$

$$(3) T = \frac{D}{V}$$

Dans chaque problème, posez-vous d'abord la question suivante : quelle est précisément la variable que je cherche ?

- Si vous cherchez une vitesse, utilisez la formule (1).
- Si vous cherchez une distance, utilisez la formule (2).
- Si vous cherchez un temps, utilisez la formule (3).

Ensuite, **soyez toujours attentifs aux unités** avant d'utiliser ces formules, et assurez-vous toujours que les unités soient bien homogènes (identiques) au sein de la formule. Par exemple, si la vitesse est exprimée en km/h, alors le temps doit être exprimé en heures et la distance en kilomètres.

Un avion reliant Paris à New York a parcouru la distance de 5 200 km en 6 heures et 30 minutes. Quelle a été sa vitesse de vol ?

Ici, vous cherchez une vitesse et vous devez donc bien sûr appliquer la formule :

$$V = \frac{D}{T} = \frac{5\,200 \text{ km}}{6,5 \text{ h}} = 800 \text{ km/h} \text{ (Attention ! } 6 \text{ h } 30 = 6,5 \text{ h... Pas } 6,3 \text{ h !)}$$

Un marcheur parcourt 13 km à la vitesse de 4 km/h. Combien de temps a-t-il mis pour parcourir cette distance ?

On remplace tout simplement la distance et la vitesse dans la formule :

$$T = \frac{D}{V} = \frac{13 \text{ km}}{4 \text{ km/h}} = 3,25 \text{ h} = 3 \text{ h } 15 \text{ min. Rappel : } 0,25 \text{ h} = \frac{1}{4} \text{ h} = 15 \text{ min}$$

Une voiture roule pendant 2 h 20 min à 90 km/h. Quelle distance a-t-elle parcourue ?

Vous devez convertir les minutes en heures (ici $2\text{ h } 20 = \frac{7}{3}\text{ h}$) puis appliquer la formule :

$$D = V \times T = \frac{7}{3}\text{ h} \times 90\text{ km/h} = 210\text{ km}.$$

▼ Conversion des km/h en m/s

Pour passer des m/s aux km/h, on multiplie les m/s par 3,6.

Pour passer des km/h aux m/s, on divise les km/h par 3,6.

■ 2. Le tableau VTD

Le tableau VTD est un outil très utile pour simplifier la compréhension d'un énoncé. Il n'est pas obligatoire pour résoudre une question, mais il s'avère souvent utile pour celles et ceux qui ont besoin de « tout mettre à plat ». Voici ce tableau :

	V	T	D
Acteur 1	V_1	T_1	D_1
Acteur 2	V_2	T_2	D_2

Ce tableau VTD va nous servir dans les parties suivantes.

■ 3. Les grands classiques du Tage Mage

▼ Le cas de rattrapage

Deux objets quittent un même lieu à deux moments différents et avec deux vitesses différentes. Ils se dirigent vers le même endroit. L'un des objets est parti en avance et le second rattrape le premier, et ce, grâce à une vitesse supérieure. **Dans un cas de rattrapage, vous devez appliquer l'équation clé :**

$$D_1 = D_2$$

Exemple :

Jeanne part en voiture de la ville A en direction de la ville B à 12 h à la vitesse de 48 km/h. A 13 h, Jean part de la ville A en direction de la ville B à la vitesse de 60 km/h. A quelle heure Jean va-t-il rattraper Jeanne ?

Utilisons dans un premier temps un tableau VTD.

On applique l'égalité $D_1 = D_2$. On sait en outre que comme Jean part avec une heure de retard par rapport à Jeanne : $T_{\text{Jean}} = T_{\text{Jeanne}} - 1$. En effet Jean dispose d'une heure de moins que Jeanne pour parcourir la distance qui la sépare du point de rencontre (cette distance étant la même pour Jean que pour Jeanne).

	V	T	D
Jeanne	48 km/h	$T_{\text{Jean}} + 1$	$D_{\text{rattrapage}}$
Jean	60 km/h	T_{Jean}	$D_{\text{rattrapage}}$

Pour trouver T_{Jeanne} , on applique l'égalité suivante :

$$D_{\text{Jean}} = D_{\text{Jeanne}} \Leftrightarrow V_{\text{Jean}} \times T_{\text{Jeanne}} = V_{\text{Jeanne}} \times T_{\text{Jeanne}} \Leftrightarrow 60T_{\text{Jean}} = 48(T_{\text{Jean}} + 1)$$

Par conséquent, $12T_{\text{Jean}} = 48$; $T_{\text{Jean}} = \frac{48}{12} = 4\text{h}$ et $T_{\text{Jeanne}} = T_{\text{Jean}} + 1 = 4 + 1 = 5\text{h}$.

Réponse : Jean rattrape Jeanne à 17h (13h + 4 heures).

Astuce : vous auriez pu également raisonner autour de la vitesse de rattrapage.

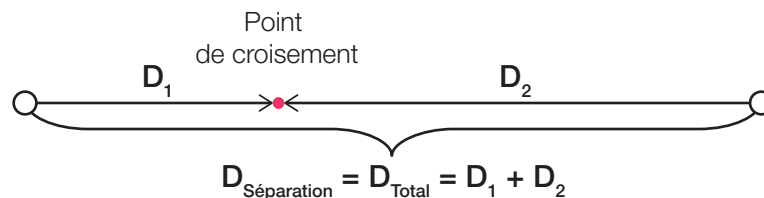
Jean va à la vitesse de 60 km/h et Jeanne à la vitesse de 48 km/h. Par conséquent, la vitesse de rattrapage est de 12 km/h ($60 - 48 = 12$). Cela signifie qu'en 1 heure, Jean rattrape Jeanne de 12 km. Étant donné que Jeanne a 48 km d'avance sur Jean (la distance parcourue par Jeanne à la vitesse de 48 km/h pendant 1 heure), il faut 4 heures ($\frac{48}{12} = 4$) à Jean pour rattraper Jeanne. Jean rattrape donc bien Jeanne à 17 h.

▼ Le cas croisement

Deux acteurs partent de deux endroits éloignés d'une distance D_{Total} .

Dans un cas de croisement, vous devez résoudre l'équation clé suivante :

$$D_{\text{Total}} = D_1 + D_2$$



Un train part d'Auxerre à 10 h et roule à la vitesse de 200 km/h. À la même heure, un train part de Marseille et roule à 300 km/h. À quelle distance de Marseille les trains se croisent-ils, sachant que les deux villes sont éloignées de 700 km ?

Vous cherchez ici la distance entre le point de rencontre des deux trains et la ville de Marseille, soit la distance $D_{\text{Marseille}}$. Utilisez là encore un tableau VTD :

	V	T	D
Auxerre	200 km/h	T_{Auxerre}	$700 - D_{\text{Marseille}}$
Marseille	300 km/h	$T_{\text{Marseille}}$	$D_{\text{Marseille}}$

Les deux trains se croisent au même moment, soit $T_{\text{Auxerre}} = T_{\text{Marseille}}$, ou encore :

$$\frac{D_{\text{Auxerre}}}{V_{\text{Auxerre}}} = \frac{D_{\text{Marseille}}}{V_{\text{Marseille}}} \Leftrightarrow \frac{700 - D_{\text{Marseille}}}{200} = \frac{D_{\text{Marseille}}}{300}$$

Après résolution, vous obtenez $D_{\text{Marseille}} = 420$ km.

▼ Le cas aller-retour

On considère un objet effectuant l'aller d'un parcours à une vitesse V_1 , puis le retour du même parcours à la vitesse V_2 .

Alors la vitesse moyenne de l'objet sur l'aller-retour est donnée par :

$$\text{Vitesse moyenne} = H = \frac{2 \times V_1 \times V_2}{V_1 + V_2}$$

Cette vitesse moyenne est également appelée **moyenne harmonique**.

Un coureur part de Paris pour aller à Versailles, puis revient par le même chemin. Il effectue l'aller à 8 km/h et le retour à 14 km/h. Quelle est la vitesse moyenne du coureur sur l'ensemble du parcours ?

La vitesse moyenne du coureur aller-retour Paris Versailles est égale à :

$$\text{Vitesse moyenne} = \frac{2 \times 8 \times 14}{8 + 14} \approx 10,2 \text{ km/h}$$

▼ Le cas changement de vitesse

On considère un objet parcourant une distance D_1 à la vitesse V_1 , puis une distance D_2 à une vitesse V_2 . On étudie donc l'impact d'une accélération, ou d'une décélération, sur une vitesse moyenne. La vitesse moyenne de l'objet sur la distance $D_1 + D_2$ est égale à la moyenne harmonique des vitesses, donnée par la formule suivante :

$$\text{Vitesse moyenne} = \frac{D_1 + D_2}{\frac{D_1}{V_1} + \frac{D_2}{V_2}}$$

Une voiture roule pendant 1 heure à la vitesse de 80 km/h, puis accélère et roule pendant 60 km à la vitesse de 120 km/h. Quelle est la vitesse moyenne de l'automobiliste sur l'ensemble du parcours ?

L'automobiliste a effectué dans un premier temps 80 km à la vitesse de 80 km/h, puis dans un second temps 60 km à la vitesse de 120 km/h. Il a roulé au total 1,5 heure pour parcourir une distance totale de 140 km. La vitesse moyenne est donc égale à $140/1,5 \approx 93,33$ km/h.

La vitesse moyenne était aussi directement calculable *via* la formule suivante :

$$\text{Vitesse moyenne} = \frac{80 + 60}{\frac{80}{80} + \frac{60}{120}} \approx 93,33 \text{ km/h}$$

11. Vitesses, temps et distances : 20 applications pour vous entraîner

- 1 Une voiture a parcouru 810 km en 9 heures. Quelle a été sa vitesse ?

- 2 J'ai couru pendant 1 h 45 à la vitesse de 10 km/h.
Quelle distance ai-je parcouru ?

- 3 Les avions volent à 1 200 km/h entre Rotterdam et Rio,
distantes de 10 000 km. Quelle est la durée du vol ?

- 4 Un cargo avance de 1 200 km par jour.
Quelle est sa vitesse en km/h ?

- 5 Une navette spatiale volant à 5 000 km/h a besoin de trois jours
et huit heures pour atteindre la lune.
Quelle est la distance entre la Terre et la lune ?

- 6 Un sprinter peut courir à la vitesse moyenne de 36 km/h.
De combien de temps a-t-il besoin pour effectuer 200 m ?

- 7 Un cycliste roule pendant quatre heures et demie et effectue
180 kilomètres. À quelle vitesse a-t-il roulé ?

- 8 Un coureur de fond a couru pendant 3 h 20 à la vitesse
moyenne de 15 km/h. Quelle distance a-t-il parcouru ?

- 9 Un skieur descend une piste de slalom en 2,25 km à la vitesse
moyenne de 25 m/s. Quelle est la durée de la descente ?

- 10 Une balle de pistolet touche une cible située à 100 m
en 0,125 s. Quelle est sa vitesse en km/h ?

■ Corrigés

1. $V = \frac{D}{T} = \frac{810}{9} = 90 \text{ km/h.}$
2. $D = V \times T = 10 \times 1,75 = 17,5 \text{ km !}$
3. $T = \frac{D}{V} = \frac{10\,000}{1\,200} = \frac{100}{12} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} = \frac{24}{3} + \frac{1}{3} = 8 + \frac{1}{3} = 8 \text{ heures} + \frac{1}{3} \text{ d'heure soit } 8 \text{ heures et } 20 \text{ minutes.}$
4. $V = \frac{D}{T} = \frac{1\,200}{24} = 50 \text{ km/h.}$
5. Trois jours et huit heures font 80 h.
 $D = V \times T = 5\,000 \times 80 = 400\,000 \text{ km.}$
6. $36 \text{ km/h} = 0,6 \text{ km/min} = 0,01 \text{ km/s} = 10 \text{ m/s.}$
 $T = \frac{D}{V} = \frac{200}{10} = 20 \text{ s.}$
7. $V = \frac{D}{T} = \frac{180}{4,5} = 40 \text{ km/h.}$
8. $15 \times \left(\frac{10}{3}\right) = \frac{150}{3} = 50 \text{ km.}$
 Retenez bien que 3 heures et 20 minutes sont équivalentes 3 heures + $\frac{1}{3}$ d'heure soit
 $3 + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}.$
9. $T = \frac{D}{V} = \frac{2\,250}{25} = 90 \text{ s} = 1 \text{ min } 30 \text{ s.}$
10. Commençons par trouver la vitesse en km/s.
 $V = \frac{D}{T} = \frac{0,1}{0,125} = 0,8 \text{ km/s.}$
 Et $0,8 \times 3\,600 = 2\,880$. Elle va donc à 2 880 km/h.

12. Unités et conversions

■ 1. Les unités de longueur

Les unités de longueur sont utilisées pour mesurer une distance entre deux points.

km	Kilomètre	1 000 m
hm	Hectomètre	100 m
dam	Décamètre	10 m
m	Mètre	1 m
dm	Décimètre	0,1 m

cm	Centimètre	0,01 m
mm	Millimètre	0,001 m
nm	Nanomètre	10^{-9} m

Les multiples vont de 10 en 10 car l'unité légale (le mètre) est de dimension 1 (à la puissance 1).

2. Les unités d'aire

L'aire est la mesure d'une surface et l'unité légale d'aire est le mètre carré dans le système métrique.

km ²	Kilomètre carré	10^6 m ²
hm ²	Hectomètre carré	10^4 m ²
dam ²	Décamètre carré	10^2 m ²
m ²	Mètre carré	1 m ²
dm ²	Décimètre carré	10^{-2} m ²
cm ²	Centimètre carré	10^{-4} m ²
mm ²	Millimètre carré	10^{-6} m ²

Les multiples vont de 10^2 (100) en 10^2 (100) car l'unité légale (le mètre carré) est de dimension 2 (à la puissance 2). Retenez bien que les mètres carrés sont des mètres multipliés par des mètres.

3. Les unités agraires

Vous serez parfois confrontés aux unités agraires pour mesurer des surfaces agricoles. L'unité de base est l'are (a), qui possède comme seul multiple l'hectare (ha), principalement utilisé. Les équivalences avec les mesures d'aire du système métrique sont les suivantes :

$$1 \text{ are} = 1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ hectare} = 1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$$

Rangez par ordre décroissant :

2 m² 0,00002 km² 0,02 ha 2 000 cm²

Convertissez toutes les surfaces en m² pour pouvoir comparer les expressions :

2 m² 0,00002 km² = 20 m² 0,02 ha = 200 m² 2 000 cm² = 0,2 m²

En conclusion : 0,02 ha > 0,00002 km² > 2 m² > 2 000 cm²

4. Les unités de volume

Le volume d'un objet est son « extension dans l'espace ». L'unité de base du volume est le mètre cube.

km ³	Kilomètre cube	10 ⁹ m ³
hm ³	Hectomètre cube	10 ⁶ m ³
dam ³	Décamètre cube	10 ³ m ³
m ³	Mètre cube	1 m ³
dm ³	Décimètre cube	10 ⁻³ m ³
cm ³	Centimètre cube	10 ⁻⁶ m ³
mm ³	Millimètre cube	10 ⁻⁹ m ³

Les multiples vont de 10³ (1 000) en 10³ (1 000) car l'unité légale (le mètre cube) est de dimension 3 (à la puissance 3).

5. Les unités de capacité

Le litre est une unité de contenance. Elle est utilisée pour mesurer un volume de liquide ou de gaz contenu dans un récipient.

hL	L'hectolitre	100 L
daL	Le décalitre	10 L
L	Le litre	1 L
dL	Le décilitre	0,1 L
cL	Le centilitre	0,01 L
mL	Le millilitre	0,001 L

Par convention, le litre est défini comme la capacité de contenance d'un cube de 10 cm de côté, soit un volume de 1 dm³.

Retenez les correspondances litre/mètre cube suivantes :

$$1 \text{ kL} = 1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$$

6. Les unités de masse

Le tableau ci-après résume les principaux multiples et sous-multiples de la masse.

kg	Kilogramme	1 000 g
hg	Hectogramme	100 g
dag	Décagramme	10 g
g	Gramme	1 g
dg	Décigramme	0,1 g
cg	Centigramme	0,01 g
mg	Milligramme	0,001 g

Dans l'industrie et le commerce, il arrive d'utiliser la tonne (T) et le quintal (q) pour exprimer une masse.

$$1 \text{ q} = 100 \text{ kg} \qquad 1 \text{ T} = 1\,000 \text{ kg}$$

7. Les unités de temps

Pour les unités de temps, à la place des multiples et des sous-multiples habituels, on utilise des heures, des minutes et des secondes qui suivent une base 60.

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} \qquad 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \qquad 1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$$

Dans les conversions heures/minutes/secondes, la méthode essentielle consiste à former des ensembles de 60 minutes et de 60 secondes pour les convertir ensuite respectivement en heures et en minutes.

Le tableau suivant vous rappelle les principales correspondances heures / minutes / secondes / jours à connaître par cœur :

$$\begin{array}{llll}
 1 \text{ h} = 60 \text{ min} & 1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s} & 1 \text{ j} = 24 \text{ h} = 1\,440 \text{ min} & 0,1 \text{ h} = 6 \text{ min} \\
 1/6 \text{ h} = 10 \text{ min} & 1/5 \text{ h} = 12 \text{ min} & 1/4 \text{ h} = 15 \text{ min} & 1/3 \text{ h} = 20 \text{ min} \\
 1/2 \text{ h} = 30 \text{ min} & 1 \text{ an} = 365 \text{ jours (366 pour les années bissextiles)} & &
 \end{array}$$

Convertissez les données suivantes :

$$\begin{array}{llll}
 72 \text{ min en h} & 192 \text{ s en min} & 84 \text{ s en min} & 1,4 \text{ h en min} \\
 1,2 \text{ j en min} & 36 \text{ min en h} & 1 \text{ h } 06 \text{ min en s} & 4 \text{ j } 4 \text{ h en h}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 72 \text{ min} = 1,2 \text{ h} & 192 \text{ s} = 3,2 \text{ min} \\
 84 \text{ s} = 1,4 \text{ min} & 1,4 \text{ h} = 1 \text{ h } 24 \text{ min} = 84 \text{ min} \\
 1,2 \text{ j} = 1\,728 \text{ min} & 36 \text{ min} = 0,6 \text{ h} \\
 1 \text{ h } 06 \text{ min} = 3\,960 \text{ s} & 4 \text{ j } 4 \text{ h} = 100 \text{ h}
 \end{array}$$

13. Progressions arithmétiques et géométriques

1. Progression arithmétique

▼ Définition

Soit U_n une suite arithmétique, définie par $U_n = U_0 + n \times r$

U_0 est le premier terme de la suite U_n , n le nombre de termes de la suite U_n et r la raison de la suite U_n .

Exemple : dans la suite $U_n = 4 + 3n$, le premier terme vaut 4, et la raison vaut 3.

Ainsi, la suite progressera de la façon suivante : **4 – 7 – 10 – 13 – 16 – 19 – 22...**

▼ Somme des termes d'une suite arithmétique

La somme des termes d'une suite arithmétique vaut :

$$\frac{1}{2} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme}) \times \text{nombre de termes}$$

Ainsi, si l'on vous demande de calculer par exemple la somme de tous les nombres suivants : 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61 et bien c'est très simple puisqu'il vous suffit de remarquer que le premier terme de cette suite de nombre est 7, que le dernier est 61 et qu'il y en a 10.

Ce qui nous donne : $\frac{1}{2} \times (7 + 61) \times 10 = \frac{1}{2} \times 68 \times 10 = \frac{680}{2} = 340$

▼ Un cas particulier : la somme des N premiers entiers naturels

La somme des N premiers entiers naturels est égale à : $\frac{N \times (N + 1)}{2}$

2. Progression géométrique

▼ Définition

Soit U_n une suite géométrique, définie par $U_n = U_0 \times q^n$

U_0 est le premier terme de la suite U_n , n le nombre de termes de la suite U_n et q la raison de la suite U_n .

Exemple : dans la suite $U_n = 5 \times 3^n$, le premier terme vaut 5, et la raison vaut 3.

Ainsi, la suite progressera de la façon suivante : **5 – 15 – 45 – 135 – 675 – 3 375 ...**

▼ Somme des termes d'une suite géométrique

La somme des termes d'une suite géométrique vaut :

$$\text{Premier terme} \times \frac{q^{\text{nombre de termes}} - 1}{(q - 1)}$$

Ainsi, si l'on vous demande de calculer par exemple la somme de tous les nombres suivants : 8, 40, 200, 1 000, 5 000, 25 000 et bien c'est encore très simple puisqu'il vous suffit de remarquer que le premier terme de cette suite de nombre est 8, que la raison vaut 5 et qu'il y a 6 nombres (ou termes) différents.

$$\text{Ce qui nous donne : } 8 \times \frac{5^6 - 1}{5 - 1} = 8 \times \frac{15\,625 - 1}{4} = 2 \times 15\,624 = 31\,248$$

Dans ce cas précis, il est vrai que l'on aurait fait plus vite de calculer de tête la somme $8 + 40 + 200 + 1\,000 + 5\,000 + 25\,000 \dots$ Mais bon, au moins maintenant, vous savez comment appliquer cette formule !

14. Temps de travail

Pour connaître le temps T que vont mettre N personnes ensemble pour réaliser un travail, il vous suffit d'appliquer la formule suivante :

$$\frac{1}{T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{T_k} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \dots + \frac{1}{T_N}$$

Avec $T_1, T_2, \dots, T_N$ sont les temps respectifs mis par les N personnes pour réaliser ce même travail, **mais** seules.

Sacha doit ranger sa chambre. Il sait que tout seul, cela lui prendra 3 h. Son ami Jonas, qui vient l'aider, est capable de ranger la chambre en 2 h sans l'aide de personne. S'ils s'y mettent ensemble, la formule vous indique qu'ils mettront un temps total T de :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Soit : } T = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ h} = 1 \text{ h } 12$$

Attention à ne pas vous dire que si l'un met 2 h et l'autre 3 h, alors ensemble ils mettront 2 h 30, soit plus de temps que Jonas tout seul !

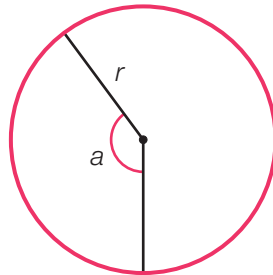
Ainsi, si vous connaissez le temps mis indépendamment par chacun des membres du groupe pour réaliser la tâche, vous pouvez en déduire le temps total mis par le groupe s'ils la réalisent tous ensemble. Et réciproquement, vous pouvez déduire le temps mis seul par une personne parmi le groupe à condition de connaître le temps de tous les autres membres, ainsi que le temps total mis par le groupe.

15. Géométrie

1. Présentation des figures usuelles et de leurs caractéristiques

▼ Cercle

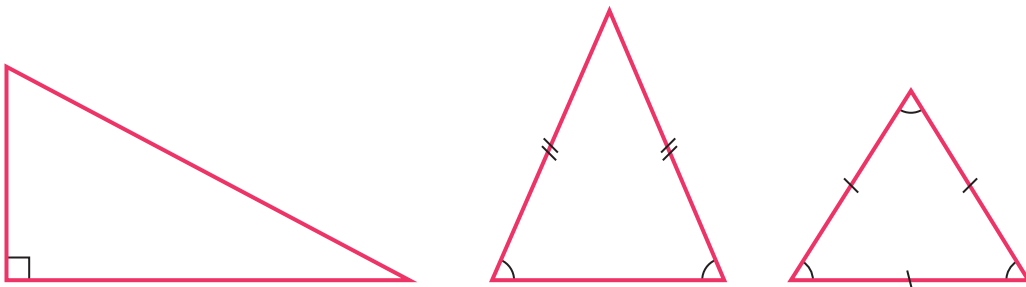
Courbe formée de points situés à la même distance r (appelée « rayon ») d'un point nommé « centre ». La longueur $2r$ est appelée « diamètre du cercle ». Un arc de cercle est la portion d'un cercle, définie par un angle. Dans la figure ci-dessous, a représente l'angle relatif à la portion du cercle.



▼ Triangle

Figure à 3 côtés.

- **Triangle rectangle** : triangle possédant un angle droit.
- **Triangle isocèle** : triangle possédant 2 côtés égaux.
- **Triangle équilatéral** : triangle possédant 3 côtés égaux et 3 angles égaux, chacun égal à 60° .



▼ Quadrilatère

En géométrie plane, un quadrilatère (parfois appelé ou tétragone) est un polygone à quatre côtés. Les trapèzes, parallélogrammes, losanges, rectangles, carrés et cerfs-volants sont des quadrilatères particuliers.

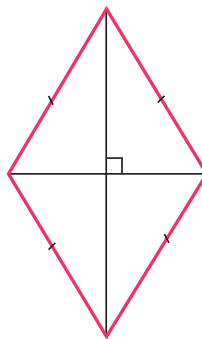
- **Trapèze** : quadrilatère possédant 2 côtés opposés parallèles.



- **Parallélogramme** : un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux. Les diagonales du parallélogramme se coupent en leur milieu.



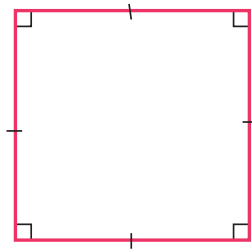
- **Losange** : un losange est un parallélogramme particulier ayant deux côtés consécutifs de même longueur. Notez aussi que ses diagonales se coupent en leur milieu et qu'elles sont perpendiculaires.



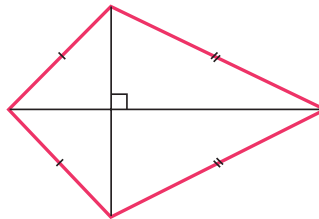
- **Rectangle** : quadrilatère qui possède quatre angles droits.



- **Carré** : rectangle dont les 4 côtés sont égaux, avec 4 angles droits. C'est donc un quadrilatère qui est à la fois un losange, un rectangle, et par conséquent aussi un parallélogramme particulier. Notez que ses diagonales se coupent en leur milieu en formant un angle droit.



- **Cerf-volant** : le cerf-volant est un quadrilatère dont une des diagonales est un axe de symétrie. La diagonale qui est un axe de symétrie, divise le cerf-volant en deux triangles isométriques (identiques). Cette diagonale est la médiatrice de l'autre diagonale (une médiatrice étant une droite passant par le milieu d'un segment et qui est perpendiculaire à ce même segment). Vous noterez enfin que si tous les côtés du cerf-volant sont de même longueur, le cerf-volant est alors un losange.



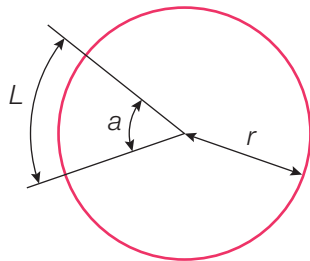
▼ Autres figures

- **Pentagone** : figure à 5 côtés.
- **Pentagone régulier** : pentagone possédant 5 côtés égaux.
- **Hexagone** : figure à 6 côtés.
- **Hexagone régulier** : hexagone possédant 6 côtés égaux.
- **Heptagone** : figure à 7 côtés.
- **Heptagone régulier** : heptagone possédant 7 côtés égaux.
- **Octogone** : figure à 8 côtés.
- **Octogone régulier** : octogone possédant 8 côtés égaux.

2. Périmètres, aires, volumes : définitions, formules et méthodes

▼ Périmètres

• Triangle isocèle de base b et de côté c :	$b + 2c$
• Triangle équilatéral de côté c :	$3c$
• Parallélogramme de largeur l et de longueur L :	$2 \times (l + L)$
• Losange de côté c :	$4c$
• Rectangle de largeur l et de longueur L :	$2 \times (l + L)$
• Carré de côté c :	$4c$
• Cercle de rayon r :	$2\pi r$
• Arc de cercle de rayon r et d'angle a :	$2\pi r \times \frac{a}{360}$



Longueur d'un arc de cercle
de rayon r et d'angle a

▼ Aires

1. Les triangles

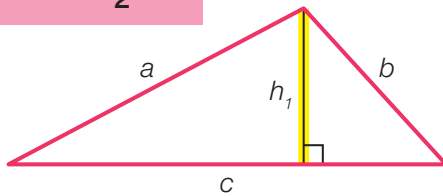
La formule à retenir est, en toutes lettres :

Base fois hauteur divisé par 2

Attention cependant au terme de **base** : dans un triangle quelconque, quel côté doit être considéré comme la base ? La réponse est simple : à vous de choisir en fonction des longueurs dont vous disposez ! Une chose est sûre : **la base est perpendiculaire à la hauteur**. Et selon le sens dans lequel vous aurez orienté votre triangle, l'aire pourra se calculer de deux façons différentes, comme le montrent les deux figures ci-dessous :

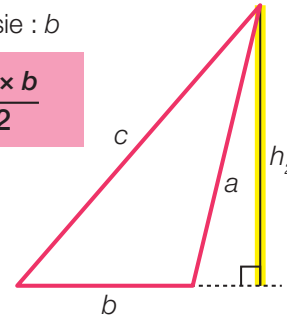
Base choisie : c

$$\text{Aire} = \frac{h_1 \times c}{2}$$



Base choisie : b

$$\text{Aire} = \frac{h_2 \times b}{2}$$



Les cas particuliers des triangles rectangle et isocèle sont remarquables :

- Dans un **triangle rectangle**, la hauteur est confondue avec l'un des deux côtés de l'angle droit, l'autre jouant le rôle de base. Vous pouvez également remarquer qu'un triangle rectangle est la moitié d'un rectangle et retrouver ainsi le résultat.
- Dans un **triangle isocèle**, à condition de choisir la bonne base (aucun des deux côtés égaux), la hauteur sera également la bissectrice, la médiane et la médiatrice de la base. Cela peut servir.

2. Les parallélogrammes

L'aire d'un parallélogramme se calcule de diverses manières : tout dépend une fois de plus des longueurs dont vous disposez. Le plus simple est de remarquer qu'un parallélogramme peut se séparer en deux triangles égaux en coupant le long de la diagonale. Il suffit alors de choisir une base (la diagonale ou l'un des deux côtés) et de calculer la hauteur correspondante.

La formule qui en découle est alors **Base × Hauteur**.

Cette formule vient de $[2 \times (\text{Base} \times \text{Hauteur})] / 2$ car le parallélogramme est formé de deux triangles égaux comme nous l'avons déjà fait remarquer.

3. Les rectangles

Un rectangle de longueur L et de largeur l est certes un parallélogramme, mais le fait qu'il possède des angles droits permet de calculer encore plus facilement son aire à l'aide de la formule **$L \times l$** .

On peut bien évidemment la retrouver en considérant qu'un rectangle est formé de deux triangles rectangles de base L et de hauteur l .

4. Les losanges

Pour les losanges, vous aurez remarqué qu'ils sont constitués de quatre triangles rectangles réunis. L'aire d'un losange est égale au produit des diagonales divisé par deux, autrement dit avec d la petite diagonale et D la grande diagonale, l'aire est égale à :

$$\frac{d \times D}{2}$$

5. Les trapèzes

Ici, pas beaucoup de choix en ce qui concerne le sens à donner à votre figure : un trapèze aura toujours une petite base b et une grande base B , qui sont les deux côtés parallèles.

La formule de l'aire d'un trapèze est : $\frac{h \times (b + B)}{2}$

6. Les disques et portions de disques

L'aire d'un disque de rayon r est égale à πr^2 tandis que l'aire d'une portion de disque de même rayon et d'angle a est donnée par la formule $\pi r^2 \times \frac{a}{360}$

▼ Volumes et aires latérales

Si vous savez ce qu'est un « volume », vous ignorez parfois ce qu'est l'aire latérale d'une figure. L'**aire latérale** d'une figure est égale à la somme des aires de tous les côtés de la figure.

1. Parallélépipède rectangle (pavé droit)

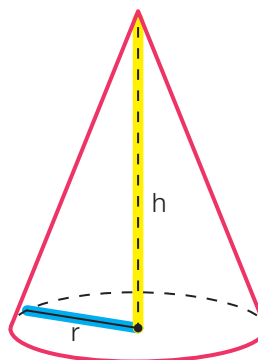
$$\text{Volume} = L \times l \times h$$

$$\text{Aire latérale} = 2 \times (L \times l + l \times h + L \times h)$$



2. Cône

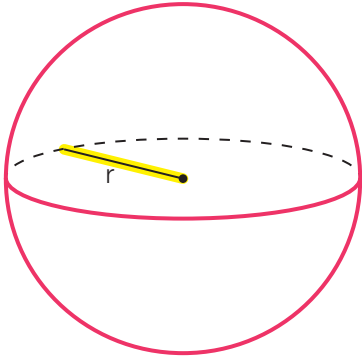
$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$$



3. Sphère

$$\text{Volume} = \frac{4}{3} \times \pi r^3$$

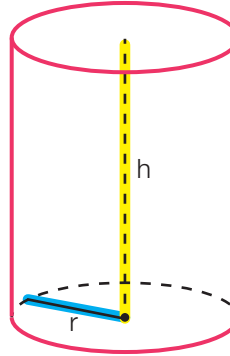
$$\text{Aire latérale} = 4\pi r^2$$



4. Cylindre

$$\text{Volume} = \pi r^2 h$$

$$\text{Aire latérale} = 2\pi r(r + h)$$

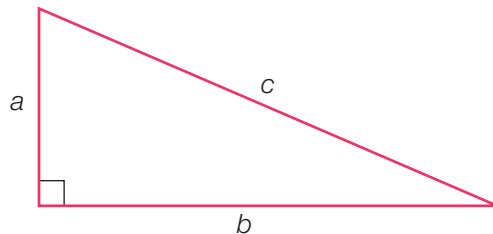


3. Quelques formules très pratiques

▼ Théorème de Pythagore et triangles pythagoriciens

Dans un triangle rectangle, la somme des carrés des côtés de l'angle droit est égale au carré de l'hypoténuse. Autrement dit :

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Triangles pythagoriciens

Les triangles pythagoriciens sont des triangles dont les longueurs des côtés sont des entiers naturels.

Les 4 triangles pythagoriciens à connaître par cœur sont les suivants :

1. $[a = 3, b = 4, c = 5]$

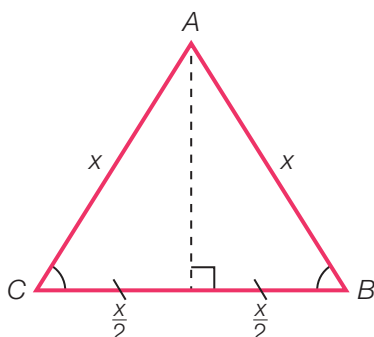
3. $[a = 5, b = 12, c = 13]$

2. $[a = 6, b = 8, c = 10]$

4. $[a = 8, b = 15, c = 17]$

▼ Pythagore et les triangles équilatéraux

Sachez qu'un triangle équilatéral est totalement défini par la longueur de l'un de ses côtés. Il est alors possible d'en déduire la totalité des informations souhaitées (aire, périmètre, hauteur, médiane, bissectrice, médiatrice...). En effet, comme le montre la formule suivante, on a :



$$\text{Hauteur} = \text{Médiatrice} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

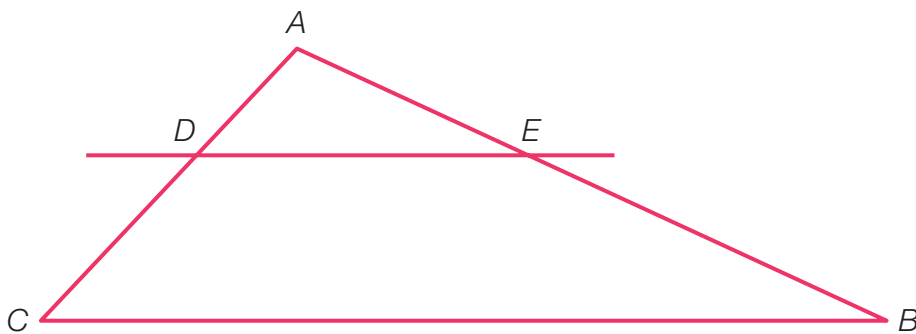
$$\text{Aire} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times x^2$$

$$\text{Périmètre} = 3x$$

▼ Théorème de Thalès

Toute droite parallèle au côté d'un triangle sépare ce dernier en un triangle de mêmes proportions.

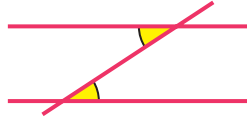
$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{CB}$$



▼ Angles

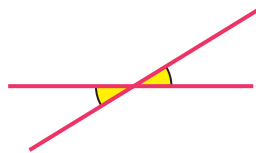
Les angles alternes internes

Si deux droites parallèles sont toutes deux coupées par une même autre droite, les angles formés sont égaux deux à deux.



Les angles opposés par le sommet

Lorsque deux droites se croisent, elles forment des angles opposés par le sommet égaux deux à deux. On peut le voir sur la figure :

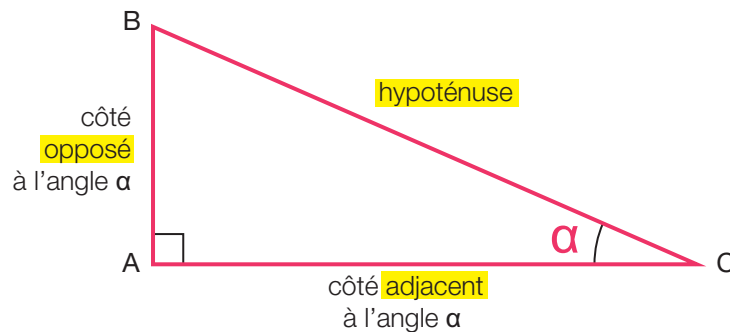


La somme des angles d'un triangle vaut 180° .
La somme des angles d'un quadrilatère vaut 360° .
En faisant le tour complet d'un cercle, on parcourt 360° .

▼ Cosinus, Sinus, Tangente

Les formules de cosinus, sinus et tangente figurent au programme de la classe de Troisième et peuvent donc faire l'objet de questions au Tâge Mage, notamment dans le cadre de l'épreuve de conditions minimales.

Soit un triangle rectangle ABC rectangle en A.



Soit α l'angle $\widehat{ACB}$.

On a :

$$\cos \alpha = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin \alpha = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \alpha = \frac{AB}{AC}$$

Retenez bien que ces formules ne s'appliquent que dans le cadre d'un triangle rectangle.

Astuce : SOH – CAH – TOA

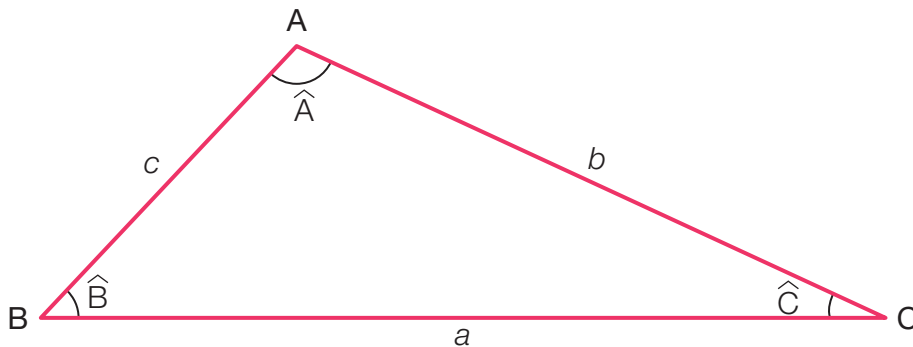
avec H : hypoténuse ; O : opposé ; A : adjacent.

- SOH : sinus = $\frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$
- CAH : cosinus = $\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$
- TOA : tangente = $\frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$

▼ Le théorème de Pythagore généralisé

Dans le cas des triangles non rectangles, les cosinus nous sont encore d'une grande aide pour calculer une longueur d'un triangle.

Le célèbre mathématicien Al-Kashi nous propose en effet de nous appuyer sur son théorème de Pythagore généralisé que voici :



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\hat{A})$$

Bien évidemment, ce théorème vous sera d'une grande utilité dans le sous-test 4 : Conditions minimales.

16. Géométrie : 20 applications pour vous entraîner

Je sais que vous avez sûrement un peu la flemme de vous attaquer à ces 50 applications... Mais faites-moi confiance : en travaillant dessus, je suis convaincu que les plus réfractaires à la géométrie finiront enfin par y voir clair et seront désormais en mesure de se frotter sereinement à n'importe quelle question de géométrie dans l'épreuve de calcul comme dans celle de conditions minimales. Bon courage à vous !

1 Que vaut la somme des mesures des angles d'un triangle ?

2 Que vaut la somme des mesures des angles d'un quadrilatère ?

3 Quel est le périmètre d'un cercle de rayon 4, avec $\pi = 3$?

4 Quel est le périmètre d'un carré de côté $c = 6$?

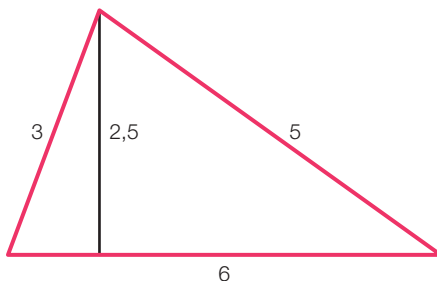
5 Quel est le périmètre d'un parallélogramme de longueur $L = 6$ et de largeur $l = 3$?

— Quel est le périmètre d'un rectangle de longueur $L = 8$ et de largeur $l = 5$?

7 Quel est le périmètre d'un losange de côté $c = 5$?

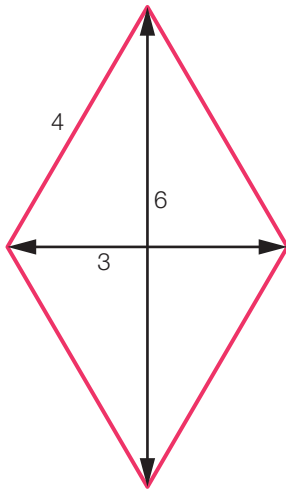
8 Quelle est l'aire d'un triangle rectangle dont les côtés adjacents à l'angle droit mesurent respectivement 6 cm et 3 cm ?

9 Quelle est l'aire du triangle ci-dessous ?



10 Quelle est l'aire d'un rectangle de longueur $L = 8$ cm et de largeur $l = 6$ cm ?

- 11 Quelle est la surface du losange ci-dessous ?



- 12 Quel est le volume d'un parallélépipède rectangle de longueur $L = 7$ cm, de largeur $l = 5$ cm et de hauteur $h = 6$ cm ?

- 13 Quel est le volume d'un cône dont le rayon de la base est $r = 4$ cm et la hauteur $h = 6$ cm ? Nous prendrons $\pi = 3$.

- 14 Quel est le volume d'une sphère de rayon $r = 3$ cm ? Nous prendrons $\pi = 3$.

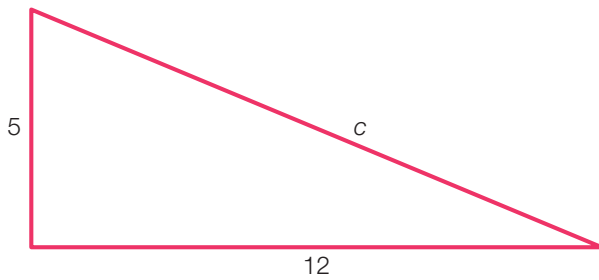
- 15 Quel est le volume d'un cylindre de rayon $r = 7$ cm, et de hauteur $h = 9$ cm ? Nous prendrons $\pi = 3$.

- 16 Quel est le volume d'un cube dont la plus grande diagonale intérieure vaut $5\sqrt{3}$?

- 17 Quelle est l'aire latérale d'une sphère de rayon $r = 5$ cm ? Nous prendrons $\pi = 3$.

- 18 Quelle est l'aire latérale d'un cylindre de rayon $r = 5$ cm et de hauteur $h = 6$ cm ? Nous prendrons $\pi = 3$.

- 19 Que vaut la longueur c dans le triangle rectangle ci-dessous ?



- 20** Compléter les longueurs manquantes dans les triangles Pythagoriciens suivants :

$$a = 3 ; b = 4 ; c = \dots$$

$$a = 6 ; b = \dots ; c = 10$$

■ Corrigés

1. 180° .
2. 360° .
3. $2\pi r = 2\pi \times 4 = 2 \times 3 \times 4 = 24$.
4. $P = 4 \times c = 4 \times 6 = 24$.
5. $P = 2(L + l) = 2 \times (6 + 3) = 18$.
6. $P = 2(L + l) = 2 \times (8 + 5) = 26$.
7. $P = 4 \times c = 4 \times 5 = 20$.
8. $A = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$.
9. $A = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 6 \times 2,5 = 7,5$.
10. $A = L \times l = 8 \times 6 = 48 \text{ cm}^2$.
11. L'aire d'un losange est égale à la moitié du produit des longueurs de ses diagonales, ainsi

$$A = 6 \times \frac{3}{2} = 9 \text{ cm}^2$$
.
12. $V = L \times l \times h = 7 \times 5 \times 6 = 210 \text{ cm}^3$.
13. $V = \frac{(\pi r^2 \times h)}{3} = 3 \times 4^2 \times \frac{6}{3} = 96 \text{ cm}^3$.
14. $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 3^3 = 108 \text{ cm}^3$.

15. $V = \pi r^2 h = 3 \times 7^2 \times 9 = 1\,323 \text{ cm}^3$.
16. Sachant que la plus grande diagonale intérieure d'un cube d'arête X a pour longueur $X\sqrt{3}$ on en déduit par identification que l'arête a pour longueur 5 et que le volume du cube est donc égal à 5 au cube soit 125.
17. Aire latérale $= 4\pi r^2 = 4 \times 3 \times 5^2 = 300 \text{ cm}^2$.
18. Aire latérale $= 2\pi r \times (r + h) = 2 \times 3 \times 5 \times (5 + 6) = 330 \text{ cm}^2$.
19. D'après le théorème de Pythagore, c'est tel que : $c^2 = 5^2 + 12^2$.
Donc : $c^2 = 25 + 144 = 169$. Donc : $c = 13 \text{ cm}$.
20. $a = 3$; $b = 4$; $c = 5$
 $a = 6$; $b = 8$; $c = 10$.

17. Quelques notions de mathématiques financières

Lorsque vous placez votre argent sur un compte bancaire, quatre variables entrent en jeu dans le calcul du capital final et des intérêts obtenus :

- **Le capital initialement placé**, ou la somme d'argent de départ notée C_0 .
- **La durée du placement**, qui correspond au nombre de périodes de capitalisation noté n .
- **La valeur acquise par le capital de départ au bout de n périodes** de placement notée C_n .
- **Le taux d'intérêt fixe du placement** noté r , souvent exprimé en pourcentage.

1. Les intérêts simples

Un capital est placé à intérêts simples lorsque les intérêts sont calculés en fin de placement proportionnellement au capital, au taux et à la durée du placement. Dans le cas simple, les intérêts ne sont pas capitalisés au cours des périodes suivantes, et par conséquent ils ne rapportent pas d'intérêts supplémentaires. La valeur acquise C_n du capital initial C_0 est définie par :

$$C_n = C_0 \times (1 + n \times r)$$

Les intérêts sont dits « simples » car à chaque période, les intérêts se calculent par la formule :

$$I = r \times C_0$$

Remarquez que les intérêts sont toujours constants d'une période à l'autre, qu'ils soient calculés à la première ou à la $n^{\text{ième}}$ période.

La somme des intérêts reçus au cours de n périodes vaut :

$$I = n \times r \times C_0 = C_n - C_0$$

Comprenez bien que dans le cas des intérêts simples, les intérêts ne sont pas réinvestis aux périodes suivantes et sont en fait « mis sur un compte séparé non rémunéré ». En résumé, comme les intérêts simples ne sont pas placés, **il n'y a pas d'intérêts sur les intérêts.**

On place 1 000 € sur un compte rémunéré à 10 % par an pendant 8 ans. Que vaut la somme au bout de 8 ans de placement ?

$$C_8 = C_0 \times (1 + n \times r) = 1\,000 \text{ €} \times (1 + 8 \times 10 \%) = 1\,000 \text{ €} \times 1,8 = 1\,800 \text{ €}$$

2. Les intérêts composés

Un placement est dit à intérêts composés **lorsque le montant des intérêts produits à la fin de chaque période de capitalisation s'ajoute au capital placé pour devenir lui-même productif d'intérêts à la période suivante.** La valeur acquise C_n par le capital initial C_0 au bout de n périodes de placement est telle que :

$$C_{n+1} = C_n \times (1 + r) \quad \text{et} \quad C_n = C_0 \times (1 + r)^n$$

Dans le cas des intérêts composés, les intérêts produits à chaque période augmentent la base à partir de laquelle on calcule les intérêts par la suite. Il faut bien comprendre que contrairement au cas des intérêts simples, les intérêts restent sur le compte bancaire, et par conséquent les intérêts obtenus sont croissants période après période.

On place 1 000 € à un taux d'intérêt de 10 % par an pendant 3 ans. Que vaut la somme placée au bout de 3 ans de placement ?

$$C_3 = C_0 \times (1 + r)^3 = 1\,000 \text{ €} \times (1 + 10 \%)^3 = 1\,000 \text{ €} \times 1,331 = 1\,331 \text{ €}$$

18. Analyse combinatoire

La FNEGE a dernièrement remis l'analyse combinatoire et les probabilités au goût du jour... pour le plus grand malheur des candidats ! N'ayez crainte cependant, les concepts qui suivent seront à votre portée.

1. Cardinal d'un ensemble

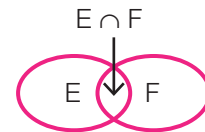
▼ Définition

Soit E un ensemble fini de n éléments. On appelle cardinal de l'ensemble E , noté $\text{Card}(E)$, le nombre d'éléments de E .

▼ Propriétés

- Si E et F sont deux ensembles finis, alors :

$$\text{Card}(E \cup F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - \text{Card}(E \cap F)$$



- Si E et F sont des ensembles finis disjoints, alors :

$$\text{Card}(E \cup F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F)$$



car dans ce cas $(E \cap F) = \emptyset$ donc $\text{Card}(E \cap F) = 0$.

Dans une classe de 35 étudiants auxquels on a proposé de faire du sport (choix possibles : judo et karaté), 10 ont choisi de pratiquer le judo, 18 du karaté et 6 ont choisi de pratiquer les deux sports.

Combien d'étudiants ont choisi de ne pratiquer aucun sport ?

- (A) 25 (B) 13 (C) 19 (D) 17 (E) 12

Soit E l'ensemble fini des étudiants ayant choisi de pratiquer le judo et F l'ensemble fini des étudiants ayant choisi de pratiquer le karaté. D'après l'énoncé :

$$\text{Card}(E) = 10, \text{Card}(F) = 18 \text{ et } \text{Card}(E \cap F) = 6$$

Commençons par calculer $\text{Card}(E \cup F)$, c'est-à-dire le nombre d'étudiants qui font du sport. On pourra ainsi en déduire le nombre d'étudiants qui ont choisi de ne rien faire car leur nombre sera égal à : tous les étudiants moins ceux qui font du sport.

$$\text{Card}(E \cup F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - \text{Card}(E \cap F) = 10 + 18 - 6 = 22$$

Par conséquent, le nombre d'étudiants qui ont décidé de ne pratiquer aucun sport est égal à $35 - 22$ c'est-à-dire 13. **Réponse B.**

Dans toute la suite du cours de combinatoire, on désignera par E_n , un ensemble fini de n éléments.

2. p -listes

▼ Définition

Soit p , un entier naturel non nul.

On appelle p -liste d'éléments de E_n , une liste ordonnée de p éléments de E_n , avec répétition possible (*i.e.* qu'une p -liste peut contenir plusieurs fois le même élément).

▼ Nombre de p -listes

Soit n et p , des entiers naturels non nuls.

Le nombre de p -listes d'éléments de E_n est égal à n^p .

Combien y a-t-il de nombres de 7 chiffres ne comportant aucun 0 ?

(A) 4 782 969 (B) 4 799 563 (C) 4 893 675 (D) 4 981 654 (E) 4 999 990

Un nombre de 7 chiffres ne comportant aucun zéro est une 7-liste d'éléments de : $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

$\text{Card}(E) = 9$ et il y a donc $9^7 = 4\,782\,969$ nombres de 7 chiffres ne comportant aucun zéro. **Réponse A.**

Astuce : ne vous amusez surtout pas à calculer précisément la valeur de 9^7 , vous perdriez trop de temps ! Écrivez juste que $9^7 = 9^2 \times 9^2 \times 9^2 \times 9 = 81 \times 81 \times 81 \times 9$ et déduisez-en que le nombre résultat sera un nombre qui terminera nécessairement par 9 ! (81 $\times$ 81 $\times$ 81 $\times$ 9) Et seule la réponse A donne un nombre dont le dernier chiffre est 9 et c'est donc la bonne réponse ! Ne cherchez pas plus loin : **Réponse A.**

3. Permutations

▼ Définition

On appelle permutation de E_n tout arrangement de n éléments de E_n .

■ On parle aussi d'« anagramme » au Tâge Mage pour désigner une permutation.

Ainsi, les anagrammes ou permutations de AIMER sont : MARIE, ARIME, AREMI, EIMAR, etc.

▼ Propriété

Le nombre de permutations de E_n est noté $n!$ et est égal à :

$$n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$$

Exemple : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

Combien d'anagrammes au total (ayant un sens ou non) peut-on former avec les lettres du mot CLAMER ?

- (A) 360 (B) 520 (C) 640 (D) 680 (E) 720

CLAMER est un mot de 6 lettres. Une anagramme est une permutation des 6 lettres qui composent ce mot soit : $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$. **Réponse E.**

Combien d'anagrammes qui ont un sens ou non pouvez-vous composer avec le mot PAS ?

Nombre d'anagrammes avec le mot PAS : $3! = 3 \times 2 \times 1$.

Combien d'anagrammes qui ont un sens ou non pouvez-vous composer avec le mot PASSE ?

$$\text{Nombre d'anagrammes du mot PASSE : } \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 60$$

On divise ici par $2!$ car il y a 2 fois la lettre S dans le mot PASSE.

Combien d'anagrammes qui ont un sens ou non pouvez-vous composer avec le mot PASSEES ?

Nombre d'anagrammes du mot PASSEES :

$$\frac{7!}{(3! \times 2!)} = \frac{9 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = 420$$

On divise par $3!$ et $2!$ soit par $(3! \times 2!)$ car il y a 3 fois la lettre S et 2 fois la lettre E dans le mot PASSEES.

4. Arrangements

▼ Définition

Soit p , un entier naturel non nul, tel que p soit inférieur ou égal à n .

On appelle arrangement de p éléments de E_n une p -liste d'éléments de E_n où les éléments de la p -liste sont deux à deux distincts.

▼ Nombre d'arrangements

Le nombre d'arrangements de p éléments de E_n , noté A_n^p , est tel que :

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-p+1)$$

Combien y a-t-il de nombres de 7 chiffres ne comportant aucun zéro et ayant 7 chiffres différents ?

- (A) 185 875 (B) 181 444 (C) 187 764 (D) 167 872 (E) 181 440

Un nombre de 7 chiffres ne comportant aucun zéro et ayant 7 chiffres différents est un arrangement de 7 éléments de $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Il y a donc :

$$A_9^7 = \frac{9!}{2!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 181\,440 \text{ nombres}$$

qui répondent aux contraintes énoncées dans la question. **Réponse E.**

Astuce : il faut remarquer ici que le produit $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$ donne un nombre qui finit nécessairement par 0 puisque le sous produit 5×4 est égal à 20 et que tout multiple de 20 donne un nombre qui finit par 0.

De combien de façons peut-on former un comité de direction composé d'un Directeur général, d'un Directeur marketing et d'un Directeur commercial sachant que 14 personnes sont aptes à pourvoir un de ces postes et que l'on ne peut bien entendu pas cumuler les fonctions ?

- (A) 3 200 (B) 2 184 (C) 1 960 (D) 320 (E) 4 014

On veut former un comité composé de 3 personnes à choisir parmi 14 personnes. Pour ce faire, il faut compter le nombre d'arrangements possibles, soit :

$$A_{14}^3 = \frac{14!}{11!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11!}{11!} = 14 \times 13 \times 12 = 2\,184 \text{ arrangements possibles pour}$$

former ce comité de direction. **Réponse B.**

5. Combinaisons

▼ Définition

Soit p un entier naturel, tel que p soit inférieur ou égal à n . On appelle combinaison de p éléments de E_n un sous ensemble de p éléments (**2 à 2 distincts**) de E_n .

▼ Propriété

Le nombre de combinaisons de p éléments de E_n , noté C_p^n est égal à :

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

On désire constituer un jury composé de 2 experts-comptables et 5 avocats. On peut choisir les membres du jury parmi 6 experts comptables et 7 avocats. De combien de façons peut-on constituer le jury en sachant que n'importe quel expert-comptable et n'importe quel avocat peut être choisi ?

- (A) 420 (B) 380 (C) 315 (D) 210 (E) 180

Il y a $\binom{6}{2}$ combinaisons de 2 experts-comptables pris parmi 6, puis pour chacune de ces combinaisons, $\binom{7}{5}$ combinaisons de 5 avocats pris parmi 7... soit : $\binom{6}{2} \times \binom{7}{5}$ façons de constituer un jury composé de 2 experts-comptables et 5 avocats.

Ce qui donne : $\frac{6!}{2!4!} \times \frac{7!}{5!2!} = \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{7 \times 6}{2} = 3 \times 5 \times 7 \times 3 = 15 \times 21 = 315$ combinaisons. **Réponse C.**

6. Modèles d'urnes

Imaginons une urne contenant n boules numérotées de 1 à n (chacune des boules s'interprète comme un élément de E_n) et supposons que nous tirons p boules dans cette urne. Voici les 3 modèles d'urnes les plus classiques :

▼ Tirages successifs et avec remise

On tire au hasard une boule dans l'urne, puis on la remet dans l'urne avant d'opérer le tirage suivant. Si on effectue p tirages avec remise entre chaque tirage, le résultat global s'interprète comme une p -liste et il y a donc n^p tirages avec remise (de p éléments) possibles.

▼ Tirages successifs et sans remise

On tire au hasard une boule dans l'urne que l'on conserve : la boule n'est donc pas remise dans l'urne qui contient ainsi après chaque tirage une boule de moins. Si on effectue ainsi

p tirages sans remise (p inférieur ou égal à n), le résultat global s'interprète comme une p -liste d'éléments deux à deux distincts ou encore comme un arrangement de p éléments de E_n . Il y a donc A_n^p tirages sans remise (de p éléments) possibles.

▼ Tirages simultanés

On tire simultanément p boules de l'urne (l'ordre de tirages des boules est donc sans importance). Un tel tirage s'interprète comme un sous-ensemble de E_n et donc comme une combinaison de p éléments de E_n . Il y a donc C_p^n tirages simultanés (de p éléments) possibles.

19. Probabilités

1. Définition d'une probabilité

*Dans toute la suite, l'univers Ω représente l'ensemble de tous les résultats possibles (ou éventualités) liés à une expérience ; et $P(\Omega)$ représente l'ensemble des sous-ensembles de Ω (on dit aussi que $P(\Omega)$ représente l'ensemble des événements – **un événement étant un ensemble de résultats possibles d'une expérience**).*

▼ Définition

On appelle probabilité sur Ω , une application P de $P(\Omega)$ dans $[0 ; 1]$ qui vérifie :

- $P(\Omega) = 1$
- Si A et B sont deux événements incompatibles (i.e. $A \cap B = \emptyset$, $\emptyset$ étant l'événement impossible) alors :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

▼ Propriétés

- Pour tout événement A , $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\emptyset) = 0$
- Pour tout événement A , on note $\bar{A}$, l'événement contraire de A et on a :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

- Si $A_1, A_2, \dots, A_n$ sont des événements **incompatibles (on dit aussi disjoints) deux à deux**, alors :

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$