

Admis
au **CRPE**

**NOUVEAU
CONCOURS**

ADMISSIBILITÉ
**2026
2027**

L3

MATHS

Tout pour réussir l'épreuve écrite

- ✓ Méthodes et conseils du jury
- ✓ Tous les savoirs disciplinaires
- ✓ Des résumés de cours en schémas
- ✓ + de 300 QCM et exercices corrigés
- ✓ 1 sujet zéro intégralement corrigé

M. Loison (dir.)
J.-R. Delplace

OFFERT



**PARCOURS
NUMÉRIQUES
DE RÉVISIONS
& TUTOS VIDÉO**

.....
Un entraînement ciblé
sur les principales
difficultés !

N°1 Vuibert
DES CONCOURS

Admis
au **CRPE**

**NOUVEAU
CONCOURS**

ADMISSIBILITÉ
**2026
2027**

L3

MATHS

Tout pour réussir l'épreuve écrite

Ouvrage dirigé par Marc Loison

Docteur en histoire de l'éducation et sciences de l'éducation,
maître de conférences honoraire en histoire contemporaine de l'université d'Artois,
titulaire d'un DEA en techniques quantitatives et statistiques,
ancien président de jury CRPE

Jean-Robert Delplace

Professeur honoraire en INSPE, agrégé de mathématiques,
titulaire d'un master 2 en didactique des mathématiques

N°1 **Vuibert**
DES CONCOURS

Sommaire desressources numériques

Retrouvez toutes les ressources numériques pour aller plus loin :

✓ QCM

- 150 QCM interactifs p. 17

✓ Flashcards

- Parcours 1 p. 388
- Parcours 2 p. 302
- Parcours 3 p. 260
- Parcours 4 p. 185
- Parcours 5 p. 280

✓ Applications

- Parcours 1 p. 399
- Parcours 2 p. 306
- Parcours 3 p. 247

- Parcours 4 p. 187

- Parcours 5 p. 267, 286

✓ Entraînements

- Parcours 1 p. 414
- Parcours 2 p. 315
- Parcours 3 p. 251
- Parcours 4 p. 191
- Parcours 5 p. 272, 292

✓ Tutos vidéo

- Tuto 1 p. 75
- Tuto 2 p. 284
- Tuto 3 p. 267, 306

Retrouvez ici l'ensemble des parcours de révision :



ISBN : 978-2-311-22292-0

Conception et réalisation de la couverture :

Delphine d'Inguibert et Valérie Goussoit/

Caroline Joubert (Atelier du livre)/Séverine Tanguy

Conception de l'intérieur : Bleu T/Caroline Joubert (Atelier du livre)

Composition : SCM, Toulouse

Vuibert s'engage

durablement pour l'environnement



La loi du 11 mars 1957 n'autorisant aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

Le « photocopillage », c'est l'usage abusif et collectif de la photocopie sans autorisation des auteurs et des éditeurs. Largement répandu dans les établissements d'enseignement, le « photocopillage » menace l'avenir du livre, car il met en danger son équilibre économique. Il prive les auteurs d'une juste rémunération. En dehors de l'usage privé du copiste, toute reproduction totale ou partielle de cet ouvrage est interdite. Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur.

S'adresser au Centre français d'exploitation du droit de copie : 20, rue des Grands-Augustins, F-75006 Paris. Tél. : 01 44 07 47 70

© Vuibert – août 2025 – 5, allée de la 2^e DB – 75015 Paris

Site Internet : <http://www.vuibert.fr>

.....Sommaire.....

Avant-propos	7	QCM d'autoévaluation	12
Mode d'emploi	8	Table des savoir-faire à maîtriser	22
Les épreuves du CRPE destiné aux L3	11		

PARTIE 1 / NOMBRES ET CALCULS

1 LES DIFFÉRENTS TYPES DE NOMBRES

1. Nombres et ensembles de nombres....	26
2. Nombres entiers naturels.....	26
3. Nombres entiers relatifs.....	27
4. Nombres rationnels.....	28
5. Nombres décimaux.....	28
6. Nombres irrationnels.....	29
7. Représentations des ensembles de nombres.....	30
8. Une autre écriture des nombres.....	31
9. Écriture scientifique d'un nombre.....	33
Schéma-bilan	34
Entrainements	35
Corrigés	40

2 NUMÉRATION DE POSITION

1. Généralités	47
2. Systèmes de numérations à base	48
Schéma-bilan	54
Entrainements	55
Corrigés	59

3 NOMBRES ET OPÉRATIONS

1. L'addition.....	67
2. La soustraction	69
3. La multiplication	69
4. La division.....	72
5. Opérations et calcul littéral	75
Schéma-bilan	78
Entrainements	79
Corrigés	85

4 ARITHMÉTIQUE

1. Multiples et diviseurs.....	94
2. Nombres premiers	96
3. Division euclidienne.....	99
Schéma-bilan	100
Entrainements	101
Corrigés	107

PARTIE 2 / ESPACE ET GÉOMÉTRIE

5 ÉLÉMENTS DE BASE DE LA GÉOMÉTRIE PLANE EUCLIDIENNE

1. Plan et droites du plan.....	118
2. Positions relatives de deux droites du plan.....	120
3. Notion de longueur et de distance.....	122
4. Repérage d'un point.....	125
Schéma-bilan	128
Entraînements	129
Corrigés	132

6 ANGLES

1. Définition.....	141
2. Classification des angles.....	141
3. Mesure d'un angle.....	142
4. Positions possibles de deux angles.....	142
5. Droites sécantes, droites parallèles et angles.....	143
6. Angles et triangles.....	144
7. Notion de trigonométrie.....	144
Schéma-bilan	147
Entraînements	148
Corrigés	153

7 POLYGONES

1. Polygones.....	161
2. Triangles.....	162
3. Trapèzes.....	166
4. Parallélogrammes.....	167
Schéma-bilan	172
Entraînements	173
Corrigés	177

8 GRANDS THÉORÈMES

1. Théorème de Pythagore.....	186
2. Théorème de Thalès.....	187
Schéma-bilan	188
Entraînements	189
Corrigés	192

9 TRANSFORMATIONS DU PLAN

1. Translation.....	198
2. Symétrie axiale.....	199
3. Symétrie centrale.....	199
4. Rotation.....	200
5. Homothétie.....	201
Schéma-bilan	202
Entraînements	203
Corrigés	207

10 SOLIDES

1. Polyèdres.....	215
2. Polyèdres réguliers.....	216
3. Différents types de polyèdres.....	218
4. Solides non polyèdres.....	219
5. Patron d'un solide.....	220
6. Sections planes de solides.....	221
7. Droites et plans de l'espace.....	222
8. Repérage sur/dans un solide.....	223
Schéma-bilan	226
Entraînements	227
Corrigés	232

PARTIE 3 / GRANDEURS ET MESURES

11 GRANDEURS, GRANDEURS DE LA GÉOMÉTRIE ET FORMULES DE MESURES

1. Définitions..... 241
2. Grandeurs usuelles..... 242

3. Formules usuelles..... 244

Schéma-bilan 248

Entraînements 249

Corrigés..... 252

PARTIE 4 / ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

12 PROPORTIONNALITÉ

1. Définitions..... 261
2. Propriétés des suites proportionnelles . 263

Schéma-bilan 268

Entraînements 269

Corrigés..... 273

13 APPLICATIONS USUELLES DE LA PROPORTIONNALITÉ

1. Pourcentages..... 281
2. Échelles 284
3. Vitesse, distance et temps..... 285

Schéma-bilan 287

Entraînements 288

Corrigés..... 293

14 FONCTIONS

1. Définitions et notations..... 303
2. Fonctions usuelles 303

3. Représentation graphique d'une fonction 304

Schéma-bilan 307

Entraînements 308

Corrigés..... 316

15 STATISTIQUES

1. Vocabulaire..... 323
2. Éléments caractéristiques d'une série statistique..... 326

Schéma-bilan 329

Entraînements 330

Corrigés..... 335

16 PROBABILITÉS

1. Langage des probabilités..... 344
2. Calcul des probabilités 347

Schéma-bilan 349

Entraînements 350

Corrigés..... 357

PARTIE 5 / PROBLÈMES

17 PROBLÈMES RÉSOLUS PAR L'ARITHMÉTIQUE OU PAR L'ALGÈBRE

1. Résolution par la méthode algébrique. . 366
2. Résolution par une méthode arithmétique. 368

Schéma-bilan 371

Entraînements 372

Corrigés 378

PARTIE 6 / ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

18 TABLEUR INFORMATIQUE ET LOGICIEL SCRATCH

1. Vocabulaire 389
2. Le logiciel Scratch 392

Schéma-bilan 401

Entraînements 402

Corrigés 415

PARTIE 7 / SUJET CORRIGÉ

19 SUJET ZÉRO

Corrigé 428

Index 430

.....Avant-propos.....

Le concours de recrutement des professeurs des écoles (CRPE) vient d'être modifié tant dans ses contenus que dans ses objectifs. Il sera désormais ouvert dès le niveau bac + 3.

L'arrêté du 17 avril 2025 fixant les modalités d'organisation du concours externe et des concours externes spéciaux de recrutement de professeurs des écoles précise que la première épreuve écrite d'admissibilité vise à évaluer les connaissances disciplinaires en français et en mathématiques du candidat.

Le sujet de mathématiques est constitué de plusieurs exercices ou problèmes. L'épreuve permet d'apprécier la connaissance des notions du programme et l'aptitude à les mobiliser. Elle sollicite également les capacités de raisonnement et d'expression écrite du candidat.

Notons enfin que cette épreuve consacrée aux mathématiques est notée sur 10 et coefficientée 5. Une note égale ou inférieure à 2,5 est éliminatoire.

On aura aisément constaté que cette épreuve disciplinaire porte, à juste titre, sur la nécessaire maîtrise des concepts et notions que le futur professeur des écoles sera amené à enseigner.

Pour répondre à cet objectif le candidat au CRPE trouvera dans ce manuel l'ensemble des notions enseignées au collège, complétées par de nombreux exercices d'application et d'entraînement.

Enfin, afin d'améliorer et de structurer efficacement la préparation à cette épreuve écrite de mathématiques quelques outils supplémentaires sont proposés à savoir :

- Des **tests d'autoévaluation** en début d'ouvrage et de chapitre.
- Un **schéma-bilan** des notions fondamentales à maîtriser accompagné d'un **test de validation des acquis** à la fin de chaque chapitre.
- Une **table des savoir-faire** à maîtriser et des **outils** mis à disposition.
- Des **indications de durée** pour les entraînements.
- Un **index** en fin d'ouvrage pour retrouver facilement dans le manuel de mathématiques toutes les **notions clés à maîtriser**.

Les auteurs de cet ouvrage et moi-même espérons que ce manuel ainsi conçu et doté de ses multiples outils méthodologiques vous permettra de vous préparer efficacement et en toute sérénité à l'épreuve écrite d'admissibilité de mathématiques.

Sa mise en œuvre éditoriale n'aurait pas été possible sans l'aide précieuse de Anaïs Cotellet que je tiens ici personnellement à remercier.

Marc Loison

Directeur de l'ouvrage.

.....Mode d'emploi.....

En début de manuel

QCM d'autoévaluation

Dans ce QCM, chaque question peut n'avoir aucune réponse correcte, ou en avoir une ou plusieurs.

Nombres et calculs

1. Combien de zéros y a-t-il dans l'écriture du nombre dix milliards dix millions dix ?

- ☐ a. 5 ☐ b. 9 ☐ c. 2 ☐ d. 11
2. Le nombre 101 202 035 :

- ☐ a. ne possède aucun diviseur ☐ c. a exactement deux diviseurs
- ☐ b. a un seul diviseur ☐ d. a au moins trois diviseurs

3. On considère la fraction $\frac{29}{438}$.

- ☐ a. 29 est un nombre premier ☐ c. a exactement deux diviseurs
- ☐ b. La fraction est irréductible ☐ d. La fraction est l'écriture fractionnaire d'un nombre décimal.

4. La fraction est l'écriture d'un nombre rationnel.

5. La fraction irréductible égale $\frac{882}{1155}$ est :

- ☐ a. $\frac{7}{9}$ ☐ b. $\frac{14}{9}$ ☐ c. $\frac{63}{97}$ ☐ d. $\frac{441}{567}$

6. L'écriture en notation scientifique du nombre 2 310 000 000 est :

- ☐ a. 231×10^7 ☐ b. $2,31 \times 10^9$ ☐ c. $2,310 \times 10^9$ ☐ d. $2,310 \times 10^8$

7. Le carré du nombre $13 + \frac{1}{10}$ a pour partie décimale :

- ☐ a. $\frac{5}{10}$ ☐ b. $\frac{16}{100}$ ☐ c. $\frac{56}{100}$ ☐ d. 179,5

8. La somme des carrés de deux entiers consécutifs :

- ☐ a. est un nombre impair ☐ c. peut se terminer par 4
- ☐ b. est un nombre pair ☐ d. est divisible par 8

9. On donne n, nombre entier, et on considère les propositions suivantes :

P1 : 2n peut être un nombre premier.

P2 : n + 1 est toujours un nombre premier.

P3 : n n'est jamais un nombre premier.

P4 : (n + 1) - (n - 1) n'est jamais un nombre premier.

P5 : (2n + 1) peut être un nombre premier.

Combien y a-t-il de propositions vraies ?

- ☐ a. 0 ☐ b. 2 ☐ c. 3 ☐ d. 4

Un QCM d'autoévaluation pour identifier vos forces et vos faiblesses et vous aider à organiser vos révisions

Des conseils de formateurs pour faire le lien entre les différentes notions

Dans chaque chapitre

7 Polygones

Objectifs concrets

- ✓ Définir et connaître les propriétés des principaux polygones.
- ✓ Maîtriser le vocabulaire associé aux polygones.
- ✓ Connaître les propriétés des triangles particuliers et les théorèmes associés.
- ✓ Savoir définir et construire les droites remarquables d'un triangle (hauteur, médiane, etc.).
- ✓ Savoir comparer des triangles et démontrer qu'ils sont semblables ou égaux.
- ✓ Savoir démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré.
- ✓ Construire des polygones en appliquant certaines contraintes géométriques.

Autoévaluation

Pour chaque question, il peut y avoir plusieurs bonnes réponses.

1. Un triangle isocèle :
- ☐ a. n'est jamais équilatéral
 - ☐ b. n'a jamais d'angle obtus
 - ☐ c. possède un centre de symétrie
 - ☐ d. possède un axe de symétrie
2. Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires, alors ce quadrilatère :
- ☐ a. est un losange
 - ☐ b. n'est jamais un rectangle
 - ☐ c. admet un centre de symétrie
 - ☐ d. n'a pas nécessairement de centre de symétrie
3. Si un quadrilatère convexe a deux côtés parallèles et deux côtés de la même longueur, alors ce quadrilatère :
- ☐ a. est un parallélogramme
 - ☐ b. est un trapèze isocèle
 - ☐ c. est un trapèze
 - ☐ d. a des diagonales de même milieu
4. Un parallélogramme :
- ☐ a. admet deux axes de symétrie
 - ☐ b. admet un centre de symétrie
 - ☐ c. ne peut pas avoir d'angle droit
 - ☐ d. a des angles consécutifs supplémentaires
5. Quelles sont les phrases vraies ?
- ☐ a. Tout carré est un losange
 - ☐ b. Tout rectangle est un losange
 - ☐ c. Un rectangle est un parallélogramme.
 - ☐ d. Certains carrés ne sont pas des rectangles.

Une liste des savoir-faire à acquérir pour vous fixer des objectifs d'apprentissage

Un QCM pour faire le point sur vos connaissances

Pour les questions 6 et 7, on considère un trapèze ABCD de bases (AB) et (CD), donc les diagonales se coupent en O.

1. Les triangles AOB et COD sont :
- ☐ a. égaux ☐ c. homothétiques
 - ☐ b. semblables ☐ d. quelconques (un pour l'autre)
2. Les triangles AOD et COB sont :
- ☐ a. égaux ☐ c. homothétiques
 - ☐ b. semblables ☐ d. quelconques (un pour l'autre)

Conseils

Le cours sur les polygones comporte de nombreuses définitions et propriétés mesurant en lui beaucoup de connaissances, soit anciennes, comme les notions de milieu, de parallélisme, de perpendicularité, de longueur, d'angle, soit nouvelles, comme les diagonales ou les éléments de symétrie.

Il y a des difficultés à trouver dans la démonstration de la nature d'un quadrilatère pour lequel l'un des angles est droit. Pour démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle, il faut montrer que les diagonales se coupent en leur milieu et qu'elles sont égales. Pour démontrer qu'un quadrilatère est un losange, il faut montrer que les diagonales se coupent en leur milieu et qu'elles sont perpendiculaires.

Corrigés

1. La médiatrice de la base est axe de symétrie du triangle. La réponse a. est fautive, car tout triangle équilatéral est isocèle en chacun de ses sommets, et donc, certains triangles isocèles sont équilatéraux. La réponse b. est fautive, voici un contre-exemple :

2. Voir le dessin, qui explique aussi que les triangles a et c sont fausses. La réponse b. est fautive, car ce quadrilatère peut être un carré, qui est un rectangle particulier.

3. Puisque le quadrilatère a deux côtés parallèles, c'est un trapèze, non nécessairement isocèle. (AB) // (DC) et AB = AD

4. Puisque le quadrilatère a deux côtés parallèles, c'est un trapèze, non nécessairement isocèle. (AB) // (DC) et AB = AD

5. Puisque le quadrilatère a deux côtés parallèles, c'est un trapèze, non nécessairement isocèle. (AB) // (DC) et AB = AD

Des renvois vers le cours pour vous reporter vers les notions non maîtrisées

Un cours illustré d'exemples pour bien assimiler les notions

Des exercices d'application pour mettre en pratique les principales notions

Cours

1. On appelle **diagonale** tout segment qui joint deux sommets non consécutifs. (AD) est une diagonale du polygone ABCDEF.

B. Polygones réguliers

Un **polygone régulier** est un polygone convexe qui a tous ses côtés de la même longueur et tous ses angles égaux.

Le fait qu'un polygone ait tous ses côtés de la même longueur ne suffit pas pour qu'il soit régulier. Ainsi un losange (tous ses angles droits) n'est pas un polygone régulier.

EXEMPLE

Un triangle équilatéral et un carré sont des polygones réguliers.

Application 1

1. Construire un triangle équilatéral en utilisant uniquement la règle non graduée et le compas.
2. Construire un carré en utilisant uniquement la règle non graduée et le compas.

2 Triangles

A. Généralités

Un triangle est un polygone qui a trois côtés.

Un triangle est dit **rectangle** si ses trois sommets sont alignés.

EXEMPLE

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

3 angles : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Des indications de durée pour vous mettre dans les conditions de l'épreuve

Des corrigés détaillés pour vous autoévaluer et progresser

De nombreux exercices pour vous entraîner

Des synthèses et des bilans des acquis

Une synthèse schématique à la fin de chaque cours

En fin de manuel

Un sujet zéro corrigé pour vous entraîner dans les conditions du jour J

PARTIE 7

Sujet corrigé

Entraînements

QCM

- Le volume exact d'une bouteille de 6 cm de diamètre est :
 a. 113,0973355 l b. 36 l c. 108 l d. 24 l
- Une année terrestre est une unité de longueur qui correspond à la distance parcourue par la lumière pendant un an. Sachant que la vitesse de la lumière est environ 300 000 km/s, exprimez cette distance en mètres.
 a. $9,461 \times 10^{17}$ b. $9,461 \times 10^{16}$ c. $9,461 \times 10^{15}$ d. $9,461 \times 10^{14}$
- On considère un triangle ABC tel que AB = 13,5 cm ; AC = 18 cm et BC = 20,5 cm. Quelle est l'aire de ce triangle ?
 a. 172,1 cm² b. 245 cm² c. 202,5 cm² d. 19,875 cm²
- Quel est le volume d'une pyramide à base carrée dont le côté mesure 8 cm et la hauteur 8 cm ?
 a. 72 cm³ b. 96 cm³ c. 576 cm³ d. 192 cm³
- Parer les affirmations suivantes, cocher chaque affirmation exacte.
 a. La médiane d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire.
 b. Dans un triangle ABC, si l est le milieu de [BC], alors les deux triangles ABl et ACI ont la même aire.
 c. La hauteur d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire.
 d. On considère un triangle et les symétriques de ce triangle par rapport à chacun de ses côtés. Alors les quatre triangles ont la même aire.
- On considère un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 8 cm et AC = 10 cm. Quelle est l'aire de ce triangle ?
 a. 24 cm² b. 40 cm² c. 48 cm² d. 80 cm²
- Quelle est l'aire d'un losange dont les diagonales mesurent 5 cm et 7 cm ?
 a. 35 cm² b. 17,5 cm² c. 15 cm² d. 24 cm²
- Un cube a un volume de 216 cm³. Quelle est la hauteur de la pyramide de même volume ayant pour base une face de ce cube ?
 a. 12 cm b. 18 cm c. 20 cm d. 24 cm
- Quelle est l'aire d'un carré dont chaque côté mesure 9 mm ?
 a. 81 mm² b. 9 mm² c. 81 mm³ d. 81 mm
- Dans la figure ci-contre, le triangle à quatre feuilles est constitué de quatre disques de rayon 1, centrés aux quatre sommets d'un carré de côté 2. Quelle est l'aire totale de cette figure ?
 a. $4\pi + 1$ b. 6π c. $3\pi + 4$ d. $5\pi + 4$

Un bilan des acquis sous forme de QCM à la fin de chaque chapitre

Un index pour vous reporter facilement aux différentes notions traitées dans l'ouvrage

Index

Cet index cible les notions figurant dans la terminologie utilisée au cycle 4 (Bulletin officiel n° 31, 19 juillet 2020). Ces notions sont régulièrement rappelées dans les rapports de jury comme étant incontournables. Les renvois figurant dans cet index ne sont nullement exhaustifs. Ils ne concernent que les éléments numérotés figurant dans le cours et certains exercices. Ils ne font référence ni aux applications, ni aux entraînements.

A	D
Abscisse 124, 221	Déplacement 123, 196
Agrandissement 199, 283	Diagramme 28, 322
Algorithme, algorithmique et programmation 15, 19, 383, 385, 386, 387, 390, 391, 398	Différence 67, 73, 324
Altitude 221	Distributivité 66, 72, 73
Angles alternés-internes 141	Diviseur 71, 72, 73, 92, 94, 96, 97
Angles correspondants 141	Divisibilité 93
	Division euclidienne 70, 97, 392
B	E
Boucle 218, 220, 244	Echelle 282
	Effectif 321, 332
C	Équation 74, 364, 365
Calcul littéral 73	Étendue 324
Coefficient de proportionnalité 259, 279	
Cône 217, 220, 244	F
Conversion 14, 241	Fonction 302
Contour 143	Fonction affine 301, 303
Cube 213, 214, 215, 216, 218, 219, 238, 240, 244	Fonction linéaire 265, 301, 303
Cylindre 217, 220, 244	Fréquence 322

Les épreuves du CRPE

.....destiné aux L3.....

	Durée	Note / Coefficient	Contenu principal	Éliminatoire
Admissibilité				
Épreuve écrite 1 : Français / Mathématiques	4 heures	/20 – Coeff. 5	• Français (10 pts) : support : texte de 500 mots maximum 3 phases : étude de la langue, lexicologie, courte rédaction sur texte • Maths (10 pts) : exercices/problèmes niveau cycle 4	Note ≤ 2,5 dans une des deux parties
Épreuve écrite 2 : 3 disciplines au choix parmi 4	4 heures	/20 – Coeff. 3	• 3 choix entre : Histoire-Géo/EMC, Sciences/Techno, Arts, Langue vivante (niveau B1 CECRL) • Évaluation : connaissances, analyse, expression à partir de documents	Note globale ≤ 5
Admission				
Épreuve orale 1 : Français ou Mathématiques (au choix)	1 heure (préparation : 1 heure)	/20 – Coeff. 5	• Exposé (20 min) : mobilisation d'une notion à partir de documents • Échange (40 min) : approfondissement, élargissement disciplinaire	Note 0
Épreuve orale 2 : EPS et motivation	55 minutes EPS 20 minutes (préparation : 10 minutes)	/20 – Coeff. 3	• EPS (8 pts) : exposé + échange sur une question au choix parmi deux (thèmes : culture sportive, corporelle, citoyenne) • Motivation (12 pts) : parcours, valeurs, mise en situation	Note 0 dans l'une des deux parties

QCM

d'autoévaluation

Dans ce QCM, chaque question peut n'avoir aucune réponse correcte, ou en avoir une ou plusieurs.

Nombres et calculs

- ❶ Combien de zéros y a-t-il dans l'écriture du nombre dix milliards dix millions dix ?
☐ a. 5 ☐ b. 8 ☐ c. 9 ☐ d. 11
- ❷ Le nombre 101 202 033 :
☐ a. ne possède aucun diviseur ☐ c. a exactement deux diviseurs
☐ b. a un seul diviseur ☐ d. a au moins trois diviseurs
- ❸ On considère la fraction $\frac{291}{438}$.
☐ a. 291 est un nombre premier.
☐ b. La fraction est irréductible.
☐ c. La fraction est l'écriture fractionnaire d'un nombre décimal.
☐ d. La fraction est l'écriture d'un nombre irrationnel.
- ❹ La fraction irréductible égale à $\frac{882}{1134}$ est :
☐ a. $\frac{7}{9}$ ☐ b. $\frac{14}{9}$ ☐ c. $\frac{63}{81}$ ☐ d. $\frac{441}{567}$
- ❺ L'écriture en notation scientifique du nombre 2 310 000 000 est :
☐ a. 231×10^7 ☐ b. $2,31 \times 10^9$ ☐ c. $0,231 \times 10^{10}$ ☐ d. $2\,310 \times 10^6$
- ❻ Le carré du nombre $13 + \frac{4}{10}$ a pour partie décimale :
☐ a. $\frac{5}{10}$ ☐ b. $\frac{16}{100}$ ☐ c. $\frac{56}{100}$ ☐ d. 179,5
- ❼ La somme des carrés de deux impairs consécutifs :
☐ a. est un nombre impair ☐ c. peut se terminer par 4
☐ b. est un nombre pair ☐ d. est divisible par 8
- ❽ On donne n , nombre entier, et on considère les propositions suivantes :
P1 : $2n$ peut être un nombre premier.
P2 : $n + 1$ est toujours un nombre premier.
P3 : n^2 n'est jamais un nombre premier.
P4 : $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ n'est jamais un nombre premier.
P5 : $(2n + 1)^2$ peut être un nombre premier.
Combien y a-t-il de propositions vraies ?
☐ a. 0 ☐ b. 2 ☐ c. 3 ☐ d. 4

9 On considère les expressions suivantes :

$$A = x^2 - 64; B = 9x^2 + 16; C = 5x^2 - 9; D = -25x^2 + 169; E = 4x^4 - 49; F = 2x^2 - 7$$

Combien d'expressions peut-on factoriser ?

☐ a. 2

☐ b. 3

☐ c. 4

☐ d. 5

Espace et géométrie

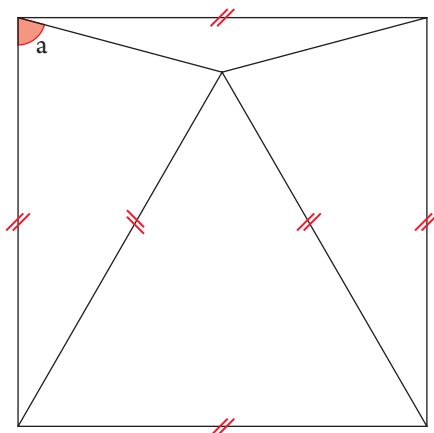
10 Dans ce carré, l'angle $\widehat{a}$ mesure :

☐ a. 72°

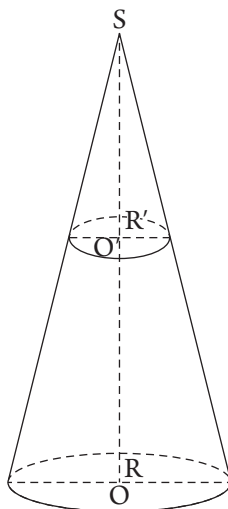
☐ b. 75°

☐ c. 70°

☐ d. 80°



11 Dans le dessin ci-dessous, les bases des deux cônes sont parallèles. On donne : $SO' = 18$ cm, $SO = 27$ cm.



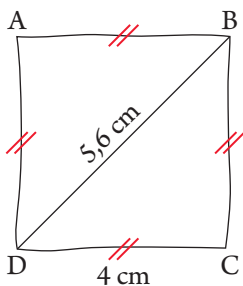
☐ a. Le coefficient d'agrandissement pour passer du petit cône au grand cône est 1,5.

☐ b. Le volume du grand cône vaut 3,375 fois le volume du petit cône.

☐ c. Le volume du grand cône vaut 1,125 fois le volume du petit cône.

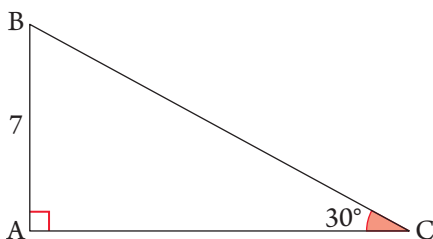
☐ d. $R = R' + 9$

12 On considère le quadrilatère représenté à main levée ci-dessous :



- ☐ a. ABCD est un losange.
 ☐ c. $(AC) \perp (BD)$
- ☐ b. ABCD est un parallélogramme.
 ☐ d. ABCD est un carré.

13



- ☐ a. $BC = 7 \sin 30^\circ$
☐ c. $\frac{7}{\sin 30^\circ}$
- ☐ b. $BC = \frac{\tan 30^\circ}{7}$
☐ d. $BC = 7 \tan 30^\circ$

14 On veut construire des rectangles dont les diagonales mesurent 4 cm.

- ☐ a. Tous les rectangles obtenus sont homothétiques.
 ☐ b. Un des rectangles obtenu peut être un carré.
 ☐ c. Un des rectangles obtenu peut être un losange.
 ☐ d. Tous les rectangles ont la même aire.

15 La section d'un cylindre de révolution de 4 cm de diamètre et de 10 cm de hauteur par un plan parallèle à son axe peut être :

- ☐ a. un rectangle de 10 cm sur 3 cm.
 ☐ b. un rectangle de 9 cm sur 5 cm.
 ☐ c. un rectangle de 10 cm sur 4 cm.
 ☐ d. un rectangle de 8 cm sur 2 cm.

16 Parmi les propositions suivantes concernant le repérage sur la Terre, combien y en a-t-il de vraies ?

- P1 : Tous les parallèles ont la même longueur.
- P2 : Tous les méridiens ont la même longueur.
- P3 : Un parallèle est un cercle.
- P4 : Un méridien est un cercle.

- ☐ a. 1
 ☐ b. 2
 ☐ c. 3
 ☐ d. 4

Grandeurs et mesures

17 Le rayon du Soleil vaut environ 100 fois le rayon de la Terre. Alors, le volume du Soleil vaut environ :

- ☐ a. 1 000 fois le volume de la Terre. ☐ c. 1 000 000 le volume de la Terre.
☐ b. 300 fois le volume de la Terre. ☐ d. 10^9 fois le volume de la Terre.

18 On quadruple la circonférence d'un disque. L'aire de ce disque est multipliée par :

- ☐ a. 4 ☐ b. 8 ☐ c. 16 ☐ d. 4π

19 Le volume exact d'une balle de tennis de 3,3 cm de rayon est, en cm^3 :

- ☐ a. $47,916\pi$ ☐ b. $13,2\pi$ ☐ c. 47π ☐ d. 150,53255

20 Un rectangle et un carré ont le même périmètre.

- ☐ a. L'aire du carré est inférieure à l'aire du rectangle.
☐ b. L'aire du carré est supérieure à l'aire du rectangle.
☐ c. L'aire du carré est égale à l'aire du rectangle.
☐ d. L'aire du carré est parfois inférieure à l'aire du rectangle, et parfois supérieure à l'aire du rectangle.

Organisation et gestion de données, fonctions

21 Léa et Lou sont deux commerçantes. Sur un certain article, Léa applique une hausse de 10 % du prix, puis une baisse de 10 % sur le prix obtenu. Sur le même article vendu le même prix de départ, Lou applique une baisse de 10 % du prix, puis une hausse de 10 % sur le prix obtenu.

- ☐ a. L'article coûte moins cher chez Léa.
☐ b. L'article coûte moins cher chez Lou.
☐ c. L'article est au même prix chez les deux commerçantes.
☐ d. Au final, l'article n'a pas changé de prix.

22 Une hausse de 25 % revient à appliquer :

- ☐ a. la fonction $x \mapsto 0,25x$
☐ b. la fonction $x \mapsto 1,25x$
☐ c. la fonction $x \mapsto 1 + 0,25x$
☐ d. la fonction $x \mapsto \frac{125}{100}x$

23 La fonction f est définie par $x \mapsto -\frac{1}{3}x + 5$.

- ☐ a. f est une fonction affine. ☐ c. f est une droite.
☐ b. f est une fonction linéaire. ☐ d. $\sqrt{2}$ n'a pas d'antécédent par f .

24 Lors du tirage au sort de 3 cartes, on sait que la carte A a 2 fois plus de chances d'être tirée que la carte B, et que la carte B a 3 fois plus de chances d'être tirée que la carte C. Quelle est la probabilité pour chacune des cartes d'être tirée ?

- ☐ a. 0,6 ; 0,3 ; 0,1 ☐ b. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$
☐ c. On ne pourra jamais tirer C.
☐ d. Il manque une donnée pour résoudre le problème.

- 25 En mathématiques, Louis a 12 pour note médiane. Cela signifie que :
- ☐ a. au moins la moitié de ses notes sont inférieures ou égales à 12.
 - ☐ b. il a autant de notes inférieures ou égales à 12 que de notes supérieures ou égales à 12.
 - ☐ c. une note sur deux est égale à 12.
 - ☐ d. s'il avait toujours eu les mêmes notes, celles-ci auraient toutes été égales à 12.

Problèmes

- 26 Dans une boisson A, il y a quatre parts de chocolat pour sept parts de lait. Dans une boisson B, il y a six parts de chocolat pour neuf parts de lait.
- ☐ a. A est plus chocolatée que B.
 - ☐ b. B est plus chocolatée que A.
 - ☐ c. A et B sont autant chocolatées.
 - ☐ d. Il faut rajouter une part et demie de lait à la boisson B pour qu'elle soit aussi chocolatée que la boisson A.
- 27 Charlie a obtenu 15 à son dernier devoir, sa moyenne passe alors de 11 à 12. Quelle note doit-il obtenir à son prochain devoir pour que sa moyenne passe de 12 à 13 ?
- ☐ a. 20
 - ☐ b. 19
 - ☐ c. 17
 - ☐ d. Ce problème n'a pas de solution, car on ne connaît pas le nombre de notes de Charlie.
- 28 Pour aller de la ville A à la ville B, un automobiliste roule à une vitesse moyenne de 80 km/h, et au retour, par la même route, il roule à une vitesse moyenne de 120 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours ?
- ☐ a. 96 km/h
 - ☐ b. 100 km/h
 - ☐ c. Environ 97,9 km/h
 - ☐ d. Il faut connaître la distance entre les deux villes pour calculer cette vitesse moyenne.
- 29 Aux États-Unis, la température se mesure en degrés Fahrenheit (en °F). En France, elle se mesure en degrés Celsius (en °C). Pour faire les conversions d'une unité à l'autre, on a utilisé un tableau. Voici une copie de l'écran obtenu ci-dessous :

	A	B
1	Conversions	
	Températures	Températures
2	en °C	en °F
3	- 5	23
4	0	32
5	5	41
6	10	50
7	15	59
8	20	68
9	25	77

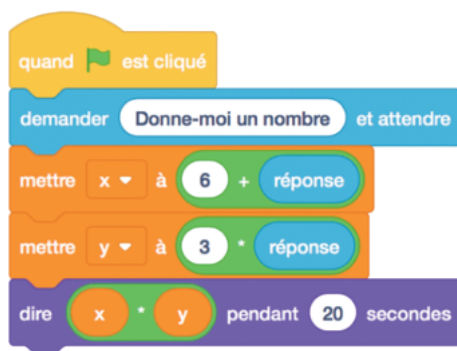
Pour convertir la température de °C en °F, il faut multiplier la température en °C par 1,8 puis ajouter 32. On a écrit une formule en B3 puis on l'a recopiée vers le bas.

Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B3 ?

- ☐ a. $1,8 \cdot A3 + 32$
- ☐ b. $=1,8 \cdot 5 + 32$
- ☐ c. $=1,8 \cdot B3 + 32$
- ☐ d. $=1,8 \cdot A3 + 32$

Algorithmique et programmation

30 Le programme ci-dessous a été écrit avec le logiciel Scratch :



- ☐ a. Si on rentre le nombre 5, le lutin va dire 175 pendant 20 s.
- ☐ b. Si on rentre le nombre $2 + \frac{7}{10}$, le lutin va dire $70 + \frac{47}{100}$ pendant 20 s.
- ☐ c. Si le lutin dit 28, c'est que l'on a rentré le nombre 1.
- ☐ d. Il existe trois nombres distincts que l'on peut rentrer pour lesquels le lutin va dire 0 pendant 20 s.

Pour aller plus loin, accédez également à plus de QCM en mode interactif par le biais de ce flashcode :



Corrigés

- 1 b. Le nombre s'écrit 10 010 000 010. → Chap. 2 p. 48-50
- 2 d. La somme des chiffres du nombre est 12, donc ce nombre est divisible par 3. Comme tout nombre différent de 0 est divisible par 1 et par lui-même, ce nombre a au moins 3 diviseurs. → Chap. 4 p. 95
- 3 **Aucune bonne réponse.** 291 est divisible par 3, donc il n'est pas premier. La fraction se réduit à $\frac{97}{146}$. 146 n'est pas le produit d'une puissance de 2 par une puissance 5, donc la fraction n'est pas l'écriture fractionnaire d'un nombre décimal. De plus, par définition, toute fraction est l'écriture d'un nombre rationnel. → Chap. 1 p. 28 et 4 p. 94

4 a. $\frac{882}{1134} = \frac{2 \times 3^2 \times 7^2}{2 \times 3^4 \times 7} = \frac{7}{9}$

→ Chap. 4 p. 96

5 b. Par définition.

→ Chap. 1 p. 33

6 c. $13 + \frac{4}{10} = 13,4$; $13,4^2 = 179,56 = 179 + \frac{56}{100}$

→ Chap. 1 p. 31

7 b. et c. Cette somme s'écrit $(2n - 1)^2 + (2n + 1)^2 = 8n^2 + 2$, donc ce nombre est pair. Il peut se terminer par 4, par exemple $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$.

→ Chap. 4 p. 95

8 c. Pour $n = 1$, $2n = 2$ qui est un nombre premier. Pour $n = 3$, $n + 1 = 4$, qui n'est pas un nombre premier. Pour $n \neq 1$, $n^2 = n \times n$ ne peut pas être premier. $(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = 4n$ qui ne peut pas être un nombre premier. $(2n + 1)^2 = (2n + 1)(2n + 1)$ qui ne peut pas être un nombre premier.

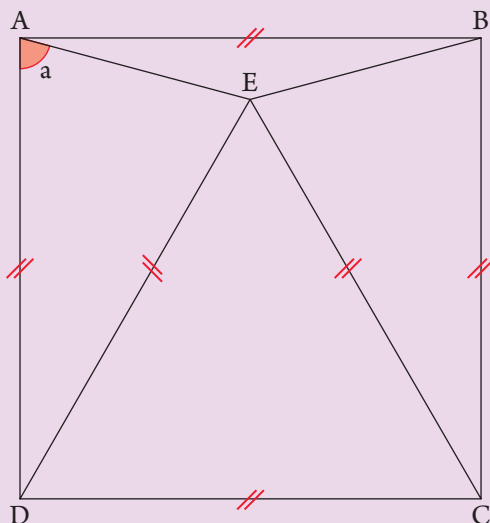
→ Chap. 4 p. 96

9 d. Seule, l'expression B est non factorisable. Pour les autres expressions, par exemple, on a :

$D = (13 - 5x)(13 + 5x)$; $F = (x\sqrt{2} - \sqrt{7})(x\sqrt{2} + \sqrt{7})$

→ Chap. 3 p. 71 et p. 75

10 b. On a :



DEC est un triangle équilatéral, donc $\widehat{EDC} = 60^\circ$.

Par conséquent, $\widehat{ADE} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Le triangle ADE est isocèle en A, donc $\widehat{a} = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$.

→ Chap. 6 p. 143-144

11 a. et b. Le coefficient d'agrandissement est $\frac{27}{18} = \frac{3}{2} = 1,5$.

Donc $V(\text{grand cône}) = 1,5^3 \times V(\text{petit cône}) = 3,375 V(\text{petit cône})$

$\frac{R}{R'} = \frac{SO}{SO'} = 1,5$, donc $R = 1,5 R'$.

Si on avait $R = R' + 9$, alors on aurait $R' + 9 = 1,5 R'$, soit $8,5 R' = -9$, ce qui est impossible.

→ Chap. 8 p. 187 et 11 p. 246

12 a., b. et c. $AB = BC = CD = AB$, donc ABCD est un losange. Tout losange est un parallélogramme. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires, donc $(AC) \perp (BD)$. $4^2 + 4^2 = 32$ et $5,6^2 = 31,36$, donc on ne peut pas appliquer le théorème de Pythagore, $\widehat{DCB}$ n'est pas un angle droit, et ABCD n'est pas un carré.

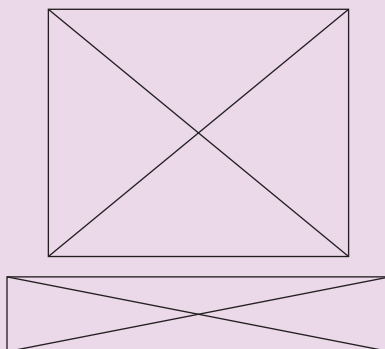
→ Chap. 7 p. 166 et s.

13 c. $\sin 30^\circ = \frac{7}{BC}$, donc $BC = \frac{7}{\sin 30^\circ}$.

$\tan 30^\circ = \frac{7}{AC}$ donc c. est fausse.

→ Chap. 6 p. 144-145

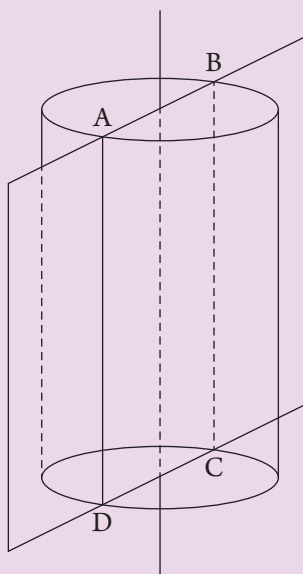
14 b. et c. Par exemple, ces deux rectangles ont des diagonales de 4 cm et ne sont pas homothétiques :



De plus, ces deux rectangles n'ont pas la même aire.

→ Chap. 7 p. 168

15 a. et c. La hauteur du rectangle est 10 cm, sa plus grande largeur est 4 cm :



→ Chap. 10 p. 218-219

16 b. Les propositions P2 et P3 sont vraies par définition.

→ Chap. 10 p. 224

17 c. $R(\text{Soleil}) = 100 R(\text{Terre})$, donc $V(\text{Soleil}) = \frac{4}{3}\pi (100R)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 1\,000\,000 R^3$.

→ Chap. 12 p. 262

18 c. La circonférence d'un disque de rayon R est $C_1 = 2\pi R$. La nouvelle circonférence est $C_2 = 4 \times 2\pi R = 2 \times \pi \times 4R$, c'est-à-dire que le rayon a été multiplié par 4. L'aire initiale, égale à $A_1 = \pi R^2$ devient : $A_2 = \pi \times (4R)^2 = 16 \times \pi R^2 = 16 A_1$.

→ Chap. 12 p. 262

19 a. $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3,3^3 = 4 \times \pi \times 1,1 \times 3,3^2 = 47,916 \pi \text{ cm}^3$

→ Chap. 11 p. 246

20 b. Une recherche sur un cas particulier, par exemple un périmètre de 32, donne la réponse :

L	8	9	10	11	12	13
I	8	7	6	5	4	3
Aire	64	63	60	55	48	39

→ Chap. 11 p. 245

21 c. Dans les deux cas, le prix final vaut $1,1 \times 0,9 = 0,99$ fois le prix initial.

→ Chap. 13 p. 282

22 b. et d. Augmenter une quantité de 25 % revient à la multiplier par $1 + 25\% = 1,25 = \frac{125}{100}$.

→ Chap. 13 p. 282

23 a. f est affine par définition d'une fonction affine qui est du type : $f \rightarrow ax + b$.

Les autres réponses sont fausses. Pour b , f n'est pas linéaire car une fonction linéaire est du type $x \rightarrow ax$. On peut remarquer que toute fonction linéaire est affine (avec $b = 0$), mais la réciproque est fausse. Pour c , c'est la représentation graphique de f qui est une droite, et non pas f qui, elle, est une fonction. Enfin pour d , chercher l'antécédent de $\sqrt{2}$ par f , c'est résoudre l'équation $-\frac{1}{3}x + 5 = \sqrt{2}$, soit : $\frac{1}{3}x = 5 - \sqrt{2}$, c'est-à-dire $x = 15 - 3\sqrt{2}$.

→ Chap. 14 p. 303

24 a. D'après l'énoncé, $p(A) = 2 p(B)$ et $p(B) = 3 p(C)$. Donc $p(A) = 6 p(C)$. On sait que $p(A) + p(B) + p(C) = 1$, soit $10 p(C) = 1$, d'où $p(C) = \frac{1}{10}$, $p(B) = \frac{3}{10}$ et $p(A) = \frac{6}{10}$.

→ Chap. 16 p. 348

25 a. et b. Par définition.

→ Chap. 15 p. 326-327

26 b. et d. La proportion de chocolat dans la boisson A est $\frac{4}{7}$ (environ 0,57), et elle est de $\frac{6}{9}$ (environ 0,66) dans la boisson B. Soit x la quantité de lait que l'on ajoute à la boisson B pour qu'elle soit aussi chocolatée que la boisson A. Alors :

$$\frac{4}{7} = \frac{6}{9+x} \text{ soit } 36 + 4x = 42, \text{ d'où } 4x = 6 \text{ et } x = 1,5.$$

→ Chap. 12 p. 261

27 c. Au départ, la moyenne de Charlie est 11. On appelle S la somme des notes de Charlie et N le nombre de ces notes. Alors $\frac{S}{N} = 11$, soit $S = 11N$. En obtenant 15, la moyenne devient $\frac{S+15}{N+1} = 12$, soit $S + 15 = 12N + 12$, c'est-à-dire : $11N + 15 = 12N + 12$. Finalement, $N = 3$ et $N + 1 = 4$ et $S + 15 = 48$. Soit n la note que Charlie doit obtenir pour que sa moyenne devienne 13, alors $\frac{48+n}{5} = 13$, soit $48 + n = 65$ et $n = 17$.

→ Chap. 15 p. 327

28 a. $\frac{AB}{t_1} = 80$ et $\frac{AB}{t_2} = 120$, soit $t_1 = \frac{AB}{80}$ et $t_2 = \frac{AB}{120}$

La vitesse moyenne V sur l'ensemble du parcours est $V = \frac{2AB}{t_1 + t_2} = \frac{2AB}{\frac{AB}{80} + \frac{AB}{120}}$
 $V = \frac{2AB}{\frac{5AB}{240}}$. Finalement, $V = \frac{2AB \times 240}{5AB} = 96$.

→ Chap. 13 p. 285

29 d. La formule d est correcte.

→ Chap. 18 p. 389

30 b. Pour 5, le programme calcule $(6 + 5) \times 3 \times 5 = 11 \times 15$, le lutin dit 165.

Pour le nombre $2 + \frac{7}{10} = 2,7$ le programme calcule $(6 + 2,7) \times 3 \times 2,7 = 8,7 \times 8,1$, le lutin dit $70 + \frac{47}{100}$.

Si l'on entre le nombre 1, le programme calcule : $7 \times 3 = 21$

La formule du calcul du programme est : $(6 + n) \times 3n$. L'équation $(6 + n) \times 3n = 0$ n'admet que 2 solutions, qui sont -6 et 0 .

→ Chap. 18 p. 392 et s.

Calculez votre score et suivez nos conseils :

Nombres et calculs	... / 9
Espace et géométrie	... / 7
Grandeurs et mesures	... / 4
Organisation et gestion de données, fonctions	... / 5
Problèmes	... / 4
Algorithmique et programmation	... / 1

À partir de ce score, déterminez un ordre de lecture des chapitres : vous pouvez commencer par les domaines dans lesquels vous vous sentez le plus à l'aise, ou au contraire travailler en priorité vos difficultés.

Au début de chaque chapitre, commencez par effectuer l'autoévaluation, puis prenez connaissance des conseils. Ces derniers pointent la plupart des difficultés rencontrées par les candidats et les notions à bien maîtriser pour le concours. Au regard de celles-ci, par le biais des renvois proposés dans le corrigé, consultez les éléments de cours correspondants puis faites les exercices suggérés.

Remarque : de manière récurrente, les rapports de jurys des sessions précédentes du concours destiné aux M2 attirent l'attention des candidats sur la nécessité de réviser et de consolider prioritairement les éléments de programme suivants : algorithmique et programmation (le logiciel Scratch) ; les fonctions ; grandeurs, mesures, organisation et gestion de données ; les théorèmes et leurs propriétés ; la proportionnalité. Cela reste valable pour le concours en L3. En conséquence, en complément de cet ouvrage, cinq parcours e-learning mis en ligne sur le site Vuibert et accessible par flashcode au début de l'ouvrage vous permettront d'approfondir ces points.

Table des savoir-faire

à maîtriser

De nombreux savoir-faire nécessitent l'utilisation directe d'une définition (par exemple démontrer le fait qu'un nombre est décimal) ou d'une propriété (par exemple démontrer qu'un triangle est isocèle ou qu'un triangle est rectangle). Ces savoir-faire ne figurent pas dans le tableau suivant qui ne recense que les cas les plus difficiles, c'est-à-dire qui nécessitent un choix de méthode ou qui sont de faux-amis, comme les calculs de vitesse moyenne ou les calculs sur les pourcentages successifs.

Savoir-faire	Outils présents dans l'ouvrage
Calculer avec des exposants	Utilisation de la définition $a^n = a \times a \times \dots \times a$ (n facteurs égaux à a) plutôt que des formules de sommes ou de produits, p. 71
Calculer la longueur d'un segment	Axiome 3 des distances, p. 122 Théorème de Pythagore, p. 186 Théorème de Thalès, p. 187 Cosinus, sinus, tangente, p. 145 Donnée d'une aire et d'une dimension, p. 245
Montrer que deux droites sont parallèles	Angles correspondants, p. 142 Angles alternes-internes, p. 142 Côtés opposés d'un parallélogramme (ou rectangle, losange, carré), p. 167 Réciproque du théorème de Thalès, p. 187
Montrer que deux droites sont perpendiculaires	Médiatrice, p. 123 Réciproque du théorème de Pythagore, p. 186 Côtés consécutifs d'un rectangle ou d'un carré, p. 168
Montrer que trois points sont alignés	Axiome 3 des distances, p. 122 Notion de milieu, p. 123 Droites parallèles confondues, p. 120 $\widehat{ABC} = 180^\circ$, p. 142
Démontrer la nature d'un quadrilatère	Propriété caractéristique des côtés, p. 162-167 Propriété caractéristique des diagonales, p. 168 Autre propriété, p. 168-169
Calculer un angle	Lignes trigonométriques dans le triangle rectangle, p. 144 Somme des angles d'un triangle, p. 144 Angles opposés par le sommet, p. 144 Angles correspondants ou alternes-internes déterminés par deux droites parallèles, p. 144
Lire des données sur un graphique	Distinction abscisse-ordonnée, p. 126 Associer données mathématiques et données concrètes du problème, p. 305
Calculer avec des pourcentages	Définition, p. 281 Représentation par schéma, p. 281-283 Utilisation du coefficient multiplicateur, p. 282
Calculer une vitesse moyenne	Utilisation de la définition $v = \frac{d}{t}$ et calculs séparés de d et t , p. 285



PARTIE 1

Nombres et calculs

1	Les différents types de nombres	24
2	Numération de position	44
3	Nombres et opérations	65
4	Arithmétique	91

1

Les différents types de nombres

Objectifs concours

- ✓ Connaître les différents ensembles des nombres réels (entiers naturels ; entiers relatifs ; nombres rationnels dont les nombres décimaux ; nombres irrationnels).
- ✓ Définir et identifier un nombre décimal ; démontrer si un nombre est décimal ou pas.
- ✓ Utiliser les différentes formes d'écriture des nombres, en particulier donner l'écriture scientifique d'un nombre.
- ✓ Simplifier des fractions en décomposant leurs termes en produits de facteurs premiers ou non et en trouvant des facteurs communs à ces deux termes, premiers ou non.

Autoévaluation

Pour chaque question, il peut y avoir plusieurs bonnes réponses.

❶ $\frac{5}{7}$ est un nombre :

- ☐ a. entier
 ☐ c. rationnel non décimal
☐ b. décimal
 ☐ d. irrationnel

❷ 273 est un nombre :

- ☐ a. décimal
 ☐ c. irrationnel
☐ b. rationnel
 ☐ d. réel

❸ Parmi les nombres suivants :

$0,33$; $\frac{1}{4}$; 3 ; $3,14$; $\frac{22}{7}$; $\frac{427}{10}$; -4 ; $\frac{40}{10}$; $\frac{3}{5}$; $\sqrt{2}$; $\frac{1}{3}$; π ; $\frac{117}{125}$; $\frac{117}{3}$; $\frac{145}{7}$

Il y a :

- ☐ a. 3 nombres décimaux
☐ b. 8 nombres décimaux
☐ c. 10 nombres décimaux
☐ d. 11 nombres décimaux

❹ Voici 5 égalités : $\frac{1}{20} = 0,50$; $\frac{1}{5} = 0,2$; $\frac{1}{3} = 0,333$; $\sqrt{2} = 1,414$; $\pi = 3,14$.

Parmi ces égalités :

- ☐ a. une seule est vraie
 ☐ c. quatre sont vraies
☐ b. deux sont vraies
 ☐ d. cinq sont vraies

5 Combien y a-t-il de nombres décimaux avec 1 chiffre après la virgule et supérieurs à 2,263 ?

- ☐ a. 9 ☐ b. 10 ☐ c. une infinité ☐ d. 8

6 Combien y a-t-il de nombres décimaux compris entre 1,2 et 1,3 ?

- ☐ a. aucun ☐ b. 9 ☐ c. 10 ☐ d. une infinité

7 Je suis un nombre entier. Mon nombre de milliers est 45 et mon chiffre des dizaines est 4. Qui suis-je ?

- ☐ a. 4 534 ☐ b. 45 041 ☐ c. 4 544 ☐ d. 454 454

8 Quelle est la notation scientifique du nombre 475,02 ?

- ☐ a. $0,47502 \times 10^3$
☐ b. $47,502 \times 10^{-2}$
☐ c. $4,7502 \times 10^2$
☐ d. $47\,502 \times 10^{-2}$



Conseils

Certaines questions exigent une bonne connaissance des relations entre les différents ensembles de nombres, ainsi que des propriétés des nombres décimaux.

Tous les éléments correspondants figurent dans le cours.

En vue du concours, les différentes définitions d'un nombre décimal exigent d'être bien connues. Rappelons qu'un nombre décimal n'est pas défini comme un nombre écrit avec une virgule (voir le point 7 du cours).

Corrigés

1 c. Reportez-vous à la définition dans le cours point 3.

→ Cours p. 28

2 a., b. et d. Reportez-vous aux propriétés dans le cours, notamment la représentation des nombres sur un diagramme de Venn. Ainsi, tout nombre entier est aussi décimal, rationnel et réel.

→ Cours p. 28-31

3 c. $\frac{22}{7}$; $\sqrt{2}$; $\frac{1}{3}$; π et $\frac{145}{7}$ ne sont pas décimaux.

Le dénominateur des trois fractions n'est pas le produit d'une puissance de 2 par une puissance de 5, donc le nombre est rationnel non décimal. $\sqrt{2}$ et π sont irrationnels, on ne peut pas les écrire sous la forme d'une fraction à termes entiers.

→ Cours p. 28

4 a. Les trois dernières égalités sont fausses car il s'agit de valeurs approchées des nombres. Et la première est fausse aussi.

→ Cours p. 31

5 c. Par exemple : 2,3 ; 2,4 ; ... ; 3,2 ; 15,1 ; ...

→ Cours p. 31

6 d. Entre deux nombres décimaux, on peut toujours placer une infinité de nombres décimaux.

→ Cours p. 28

7 b.

→ Cours p. 27

8 c.

→ Cours p. 33

SOMMAIRE

- | | |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Nombres entiers naturels 2. Nombres entiers relatifs 3. Nombres rationnels 4. Nombres décimaux 5. Nombres irrationnels | <ol style="list-style-type: none"> 6. Représentations des ensembles de nombres 7. Une autre écriture des nombres 8. Écriture scientifique d'un nombre |
|---|--|

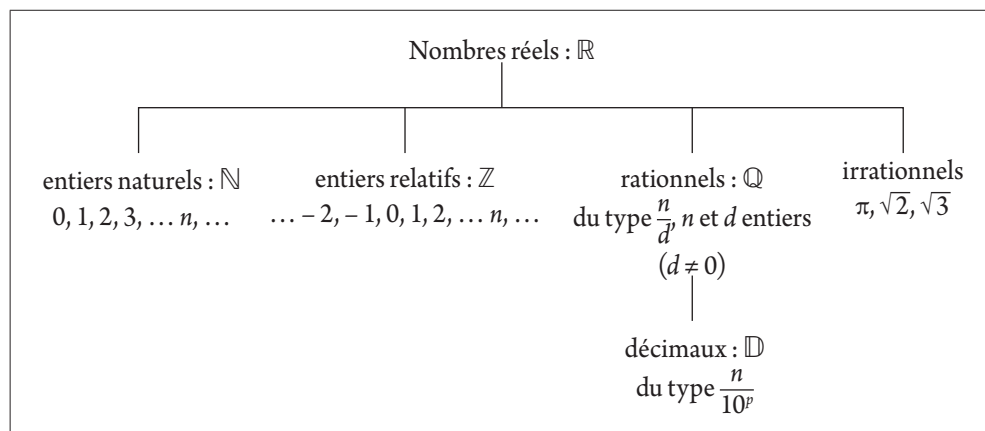
1 Nombres et ensembles de nombres

Parmi les nombres et ensembles de nombres, quatre sont fondamentaux :

- les nombres **entiers naturels**, dont l'ensemble est noté **N** ou $\mathbb{N}$;
- les nombres **entiers relatifs**, dont l'ensemble est noté **Z** ou $\mathbb{Z}$;
- les nombres **rationnels**, dont l'ensemble est noté **Q** ou $\mathbb{Q}$ (et parmi ceux-ci, les nombres **décimaux**, dont l'ensemble est noté **D** ou $\mathbb{D}$, qui sont donc des nombres rationnels particuliers) ;
- les nombres **irrationnels**, dont l'ensemble n'a pas de notation particulière.

Tous ces nombres forment une grande « famille » appelée famille ou ensemble des nombres **réels**, noté **R** ou $\mathbb{R}$.

Famille des nombres réels



2 Nombres entiers naturels

A. Définition ordinale (liée à l'ordre)

L'ensemble des nombres entiers naturels se construit par les axiomes de G. Peano :

- 0 est un nombre entier naturel.
- Tout entier naturel a un successeur.
- 0 n'est le successeur d'aucun entier naturel.

- Deux nombres entiers naturels qui ont le même successeur sont égaux.
- Si une partie de $\mathbb{N}$ contient 0 ainsi que le successeur de chacun de ses éléments, alors cette partie est égale à $\mathbb{N}$.

B. Définition cardinale (liée à la quantité)

Pour B. Russell, un nombre entier est le nombre d'éléments d'une collection d'objets non fractionnables.

EXEMPLES

- 0, 1, 2, 3, ... 47, ... 158 ... sont des nombres entiers naturels.
- Si l'on considère le nombre entier 3, on dit « le troisième » dans la définition de Peano, et « trois » dans la définition de Russel.

Remarque

Pour désigner un nombre entier quelconque, on utilise généralement la lettre n . L'entier qui précède n (pour n différent de 0) est $n - 1$, et le successeur du nombre n est le nombre $n + 1$.

3 Nombres entiers relatifs

Il suffit de savoir qu'un nombre entier relatif est un nombre entier dont l'écriture est précédée du signe « $-$ » et le nombre est appelé **nombre négatif** ou du signe « $+$ » et le nombre est appelé **nombre positif**.

EXEMPLES

- 6 ; + 15 ; + 568 ; - 219 sont des nombres entiers relatifs.
- Le signe « $-$ » a un aspect concret : - 5 peut par exemple signifier « 5 degrés au-dessous de 0 » ou « 5 à gauche de 0 sur un axe horizontal ».
- Le signe « $-$ » signifie aussi « opposé de ». Par exemple, - 5 est l'opposé du nombre 5.
- En tenant compte de la remarque précédente, - n signifie « opposé de n », et ainsi - n peut être un nombre positif. Ainsi, si $n = - 5$, alors - $n = 5$ qui est un nombre positif.

► **Propriété :** Tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif. Ainsi, si a est un nombre entier naturel, on peut écrire $a = + a$.

EXEMPLE

On peut écrire + 4 ou 4 ; + 68 ou 68...

4 Nombres rationnels

Un nombre rationnel est un nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une **fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers** (cet entier étant non nul pour le dénominateur).

EXEMPLES

$\frac{3}{4}$, $\frac{47}{3}$ et $\frac{3\,658}{44\,259}$ sont des nombres rationnels.

► **Propriété :** Tout nombre entier est un nombre rationnel : ainsi, si a est un nombre entier, on peut écrire $a = \frac{a}{1}$.

EXEMPLE

$$5 = \frac{5}{1}$$

Parmi les nombres rationnels, on distingue certains nombres appelés **nombres décimaux**.

5 Nombres décimaux

A. Définition

► Un nombre décimal est un nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une **fraction à termes entiers dont le dénominateur est une puissance de 10**.

► Un nombre décimal est un nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une **fraction irréductible à termes entiers dont le dénominateur est le produit d'une puissance de 2 par une puissance de 5**. → Exercice 5 p. 39

Les deux définitions précédentes sont équivalentes, et par conséquent, un nombre est décimal, si et seulement si, il peut s'écrire sous l'une des formes suivantes :

$$\frac{a}{10^n} \quad \text{ou} \quad \frac{a}{5^p} \quad \text{ou} \quad \frac{a}{2^k} \quad \text{ou} \quad \frac{a}{2^k \times 5^p}.$$

EXEMPLES

• $\frac{7}{10}$, $\frac{2\,847}{100}$, $\frac{31}{1\,000\,000}$ sont des nombres décimaux, leur dénominateur est une puissance de 10. ($10 = 10^1$, $100 = 10^2$ et $1\,000\,000 = 10^6$). Ces trois fractions sont irréductibles.

- $\frac{21}{75}$ est un nombre décimal. *A priori*, comme $75 = 3 \times 5^2$, on pourrait penser que le nombre est rationnel non décimal par la présence du facteur 3, mais on peut simplifier l'écriture de la fraction, on obtient : $\frac{21}{75} = \frac{7}{25}$, et $25 = 5^2$ est une puissance de 5.

B. Propriété

Tout nombre entier est un nombre décimal, ainsi si a est un nombre entier, on peut écrire : $a = \frac{10a}{10}$, par exemple $9 = \frac{90}{10}$.

Application 1

Démontrer que les nombres suivants sont décimaux.

$$A = \frac{7}{64} \quad B = \frac{21}{625} \quad C = \frac{27}{250} \quad D = \frac{39}{6} \quad E = \frac{35}{7}.$$

→ Corrigé p. 40

Application 2

Donner deux nombres décimaux pouvant s'intercaler entre 1,102 et 1,103.

→ Corrigé p. 40

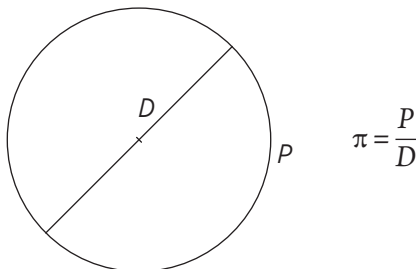
6 Nombres irrationnels

Un nombre irrationnel est un nombre qui n'est pas rationnel, et que l'on ne peut donc pas écrire sous la forme d'une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers.

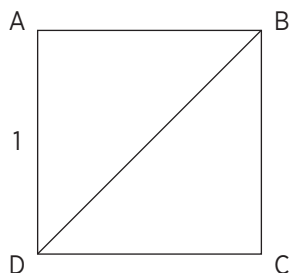
Il n'y a pas de notation pour l'ensemble des nombres irrationnels.

EXEMPLES

- π est un nombre irrationnel. Sa première définition est d'être le rapport entre le périmètre P d'un cercle et son diamètre : $\pi = \frac{P}{D}$ ou encore $\pi = \frac{P}{2R}$. (Attention, avec cette écriture, $\frac{P}{2R}$ est une fraction mais dont les deux termes ne peuvent être simultanément entiers.)



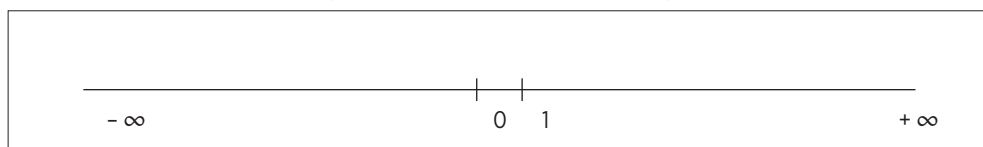
- $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel. Ce nombre est défini comme la longueur de la diagonale d'un carré de côté 1.



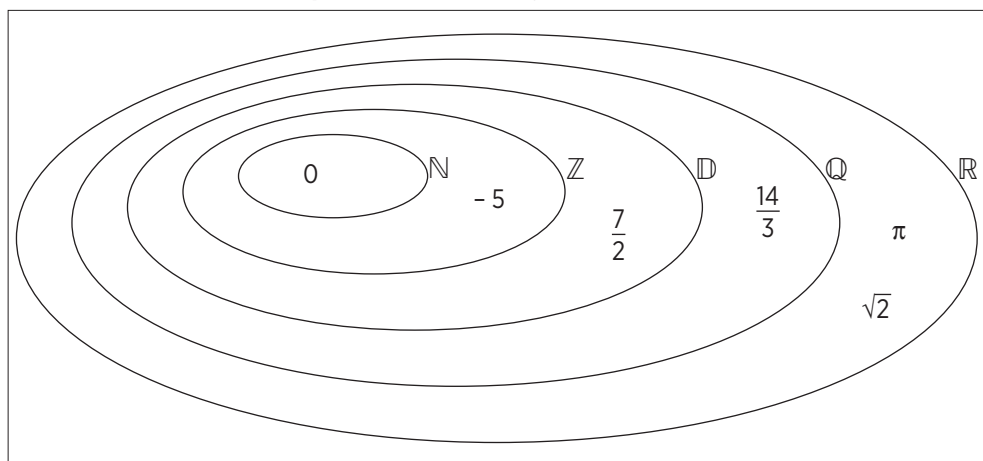
Si $AB = 1$, alors $BD = \sqrt{2}$.

7 Représentations des ensembles de nombres

Représentation 1 : Droite numérique



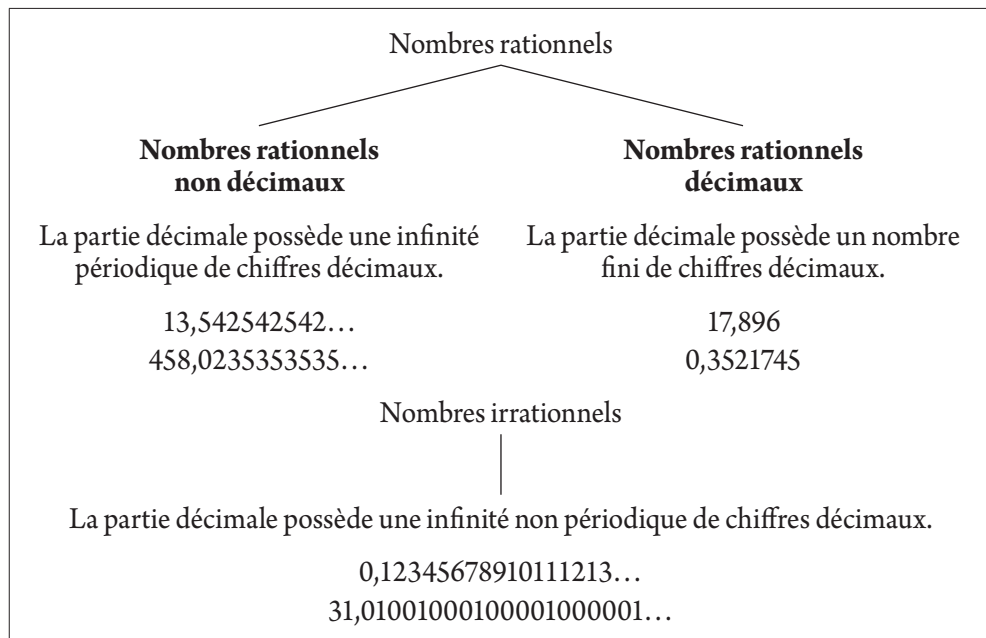
Représentation 2 : Diagramme de Venn



8 Une autre écriture des nombres

Il existe une autre façon d'écrire les différents types de nombres précédents : l'écriture utilisant un nombre écrit à l'aide d'une virgule.

Écriture des différentes familles de nombres



ZOOM

Infinité périodique signifie qu'il y a répétition infinie d'une série de chiffres. Ainsi, dans le nombre 13,542542542... la suite « 542 » se répète indéfiniment, et dans le nombre 458,0235353535..., la suite « 35 » se répète indéfiniment.

EXEMPLES

- $\frac{7}{25}$ est un nombre (rationnel) décimal que l'on peut écrire sous la forme 0,28.
- $\frac{7}{3}$ est un nombre rationnel non décimal que l'on peut écrire sous la forme 2,333333...
- $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel, dont une valeur approchée est 1,4142135623. (Il est impossible de connaître la valeur exacte de $\sqrt{2}$, et, plus généralement, il est impossible de connaître la valeur exacte d'un nombre irrationnel. En revanche, il est théoriquement possible de « s'approcher » aussi près que l'on veut d'un nombre irrationnel à l'aide d'un nombre décimal.)

Application 3

Pourquoi l'écriture à l'aide d'une virgule d'un nombre rationnel non décimal comporte-t-elle une infinité périodique de chiffres ?

→ Corrigé p. 40



ZOOM

Par ce qui précède, on comprend qu'un nombre décimal ne se définit pas simplement comme un « nombre écrit avec une virgule ». Ainsi, 5 n'est pas écrit à l'aide d'une virgule, or 5 est décimal ($5 = 5,0$). De même, $0,538461538461\dots$ est écrit à l'aide d'une virgule et, pourtant, ce n'est pas un nombre décimal.

La virgule dans l'écriture d'un nombre marque la place de l'unité.

Ainsi, dans le nombre 17,965 le chiffre des unités est 7. Ce qui permet alors de donner du sens à chacun des autres chiffres.



ZOOM

Il ne faut surtout pas dire que la virgule sépare la partie entière de la partie décimale : d'une part, parce que cela ne correspond pas du tout à la fonction de cette virgule, et, d'autre part, cela renforce la fausse idée des élèves qu'un nombre décimal consiste en deux nombres entiers séparés par une virgule.

Application 4

Tout nombre rationnel peut s'écrire sous la forme d'un nombre écrit à l'aide d'une virgule. Le problème qui se pose est de retrouver les deux termes de la fraction définissant ce nombre lorsque l'on connaît uniquement son écriture à l'aide d'une virgule. Résoudre ce problème pour les nombres suivants.

- ① $52,44444444\dots$
- ② $2,548548548\dots$
- ③ $13,52714141414\dots$

→ Corrigé p. 40

Il existe un **cas particulier important**. Les nombres écrits sous la forme $a,99999999\dots$, a nombre entier naturel, sont égaux à $a + 1$.

En effet :

Soit $n = a,99999999\dots$

Donc $n = a + 0,99999999\dots$

Alors $10n = 10a + 9,99999999\dots$

Par conséquent $10n - n = 10a + 9,99999999\dots - a - 0,99999999\dots$

Soit $9n = 9a + 9 = 9(a + 1)$ et donc $n = a + 1$.

Application 5

Tout nombre rationnel peut s'écrire sous la forme d'un nombre écrit à l'aide d'une virgule. Le problème qui se pose est de retrouver les deux termes de la fraction définissant ce nombre lorsque l'on connaît uniquement son écriture à l'aide d'une virgule.

Résoudre ce problème pour les nombres suivants.

- ① Démontrer que 3,99999... est égal à 4.
- ② Démontrer que 52,4799999... est égal à 52,48.

→ Corrigé p. 40

9 Écriture scientifique d'un nombre

L'écriture scientifique (ou notation scientifique) d'un nombre est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$ et n entier relatif. On rappelle que pour n entier positif, 10^n est un 1 suivi de n zéros et pour n entier négatif, 10^n est un 1 précédé de n zéros.

EXEMPLES

$$10^7 = 10\,000\,000$$

$$195\,698 = 1,95698 \times 10^5$$

$$10^{-4} = 0,0001$$

$$0,000087 = 8,7 \times 10^{-5}$$

Application 6

- ① Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

$$15\,800$$

$$333,33$$

$$0,000000852$$

$$17,98$$

$$25\,608\,970$$

$$10,752$$

$$0,00025$$

- ② Donner l'écriture décimale de chacun des nombres suivants :

$$4,2 \times 10^8$$

$$6,58 \times 10^{-5}$$

$$8,956\,847 \times 10^4$$

$$1,002506 \times 10^{-4}$$

→ Corrigé p. 41

Application 7

Calculer et exprimer le résultat en écriture décimale, puis en notation scientifique :

$$A = 13 \times 10^7 \times 5 \times 10^5$$

$$C = \frac{4,2 \times 10^5}{12 \times 10^3}$$

$$B = 4,51 \times 10^3 \times 2,4 \times 10^5 \times 1,2 \times 10^{-4}$$

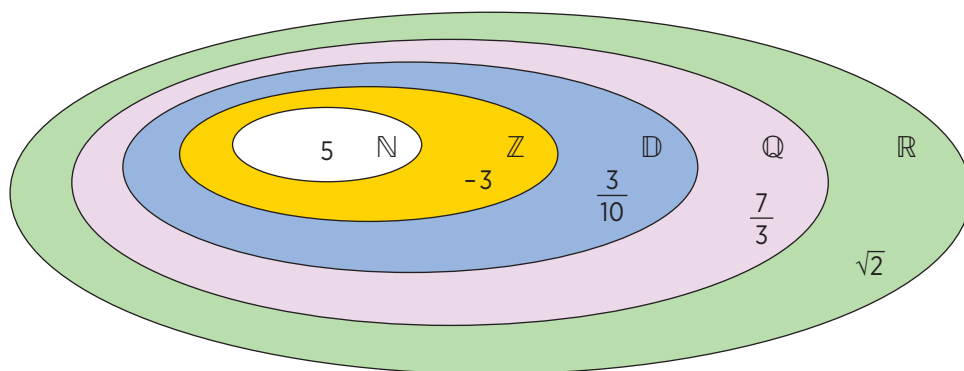
$$D = \frac{14,02 \times 10^{-4}}{701 \times 10^{-3}}$$

→ Corrigé p. 41

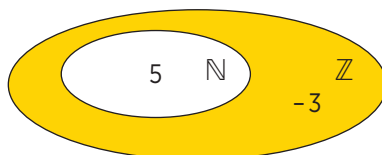


Schéma bilan

Les ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$



- $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$
- Tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif



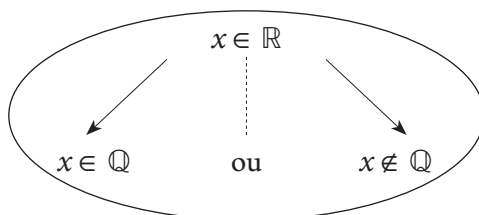
- Exemple : $5 = +5$ $5 \in \mathbb{N}$ et $5 \in \mathbb{Z}$
- Il existe des nombres entiers relatifs qui ne sont pas entiers naturels.
- Exemple : $-3 \in \mathbb{Z}$ et $-3 \notin \mathbb{N}$

La lecture se poursuit de la même manière avec $\mathbb{N} \in \mathbb{Z} \in \mathbb{D} \in \mathbb{Q} \in \mathbb{R}$.

Il n'y a pas de symbole pour représenter l'ensemble des nombres irrationnels. Cet ensemble est représenté par la zone verte du diagramme de Venn.

En conséquence, quand on considère un nombre réel, il n'y a que deux possibilités :

- soit ce nombre est rationnel ;
- soit ce nombre est irrationnel.





- ❶ Quel est le plus petit ensemble auquel x appartient si $x = 24$?
☐ a. $\mathbb{N}$ ☐ b. $\mathbb{Z}$ ☐ c. $\mathbb{Q}$ ☐ d. $\mathbb{R}$
- ❷ Quel est le plus petit ensemble auquel x appartient si $x = 3,12$?
☐ a. $\mathbb{N}$ ☐ b. $\mathbb{Z}$ ☐ c. $\mathbb{Q}$ ☐ d. $\mathbb{R}$
- ❸ Quel est le plus grand ensemble auquel le nombre 78,054 appartient ?
☐ a. $\mathbb{N}$ ☐ b. $\mathbb{Z}$ ☐ c. $\mathbb{Q}$ ☐ d. $\mathbb{R}$
- ❹ Quel est le plus petit ensemble auquel le nombre $\pi\sqrt{2}$ appartient ?
☐ a. $\mathbb{N}$ ☐ b. $\mathbb{Z}$ ☐ c. $\mathbb{Q}$ ☐ d. $\mathbb{R}$
- ❺ Quel est l'ensemble qui comprend tous les nombres pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ (a entier et b entier non nul) ?
☐ a. L'ensemble des réels. ☐ c. L'ensemble des rationnels.
☐ b. L'ensemble des décimaux. ☐ d. L'ensemble des entiers naturels.
- ❻ Quel ensemble est représenté par le symbole $\mathbb{Z}$?
☐ a. L'ensemble des entiers naturels.
☐ b. L'ensemble des entiers.
☐ c. L'ensemble des décimaux.
☐ d. L'ensemble des réels.
- ❼ Par quel symbole est représenté l'ensemble des rationnels ?
☐ a. $\mathbb{R}$ ☐ b. $\mathbb{Q}$ ☐ c. $\mathbb{Z}$ ☐ d. $\mathbb{N}$
- ❽ On considère les nombres $a = 13,21$ et $b = 13,22$. Donc, on peut :
☐ a. dire que a et b sont deux nombres rationnels.
☐ b. dire que a et b sont deux décimaux consécutifs.
☐ c. écrire $a = 1,321 \times 10^{-1}$.
☐ d. écrire $a = 13,2100$.
- ❾ On considère le nombre 7,0673615041041041... (avec répétition infinie des trois chiffres 041 dans cet ordre).
☐ a. Ce nombre est rationnel.
☐ b. Ce nombre est irrationnel.
☐ c. Il existe deux entiers dont le quotient est égal à ce nombre.
☐ d. Ce nombre est décimal.
- ❿ On considère le nombre 317.
☐ a. C'est un nombre entier. ☐ c. C'est un nombre rationnel.
☐ b. C'est un nombre décimal. ☐ d. On peut écrire : $317 = 0\,317$.
- ⓫ Le nombre $\frac{4}{25}$ est :
☐ a. un nombre réel, mais n'est pas un nombre rationnel.
☐ b. un nombre rationnel, mais n'est pas un nombre décimal.
☐ c. un nombre décimal, mais n'est pas un nombre entier.
☐ d. un nombre entier.

- 12 Quelle est la notation scientifique du nombre 3 451,78 ?
☐ a. $0,345178 \times 10^4$ ☐ b. $3,45178 \times 10^3$ ☐ c. 345178×10^{-2} ☐ d. $34\,517,8 \times 10^{-1}$
- 13 Quelle est l'écriture scientifique du nombre $2,031 \times 10^5$?
☐ a. $20,31 \times 10^4$ ☐ b. $0,2031 \times 10^6$ ☐ c. $2,031 \times 10^5$ ☐ d. $2\,031 \times 10^{-3}$
- 14 Parmi les affirmations suivantes, combien y en a-t-il de correcte(s) ?
Tout nombre entier est décimal. • Tout nombre réel est irrationnel. • Le quotient de deux nombres entiers peut être irrationnel. • Tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif.
☐ a. 1 ☐ b. 2 ☐ c. 3 ☐ d. 4
- 15 Que peut-on dire de l'affirmation suivante ?
Si le dénominateur d'une fraction à termes entiers est 47, alors cette fraction n'est pas l'écriture d'un nombre décimal.
☐ a. Cette affirmation est toujours vraie.
☐ b. Cette affirmation est toujours fausse.
☐ c. Cette affirmation est parfois vraie et parfois fausse.
☐ d. On ne peut rien dire sur la nature d'un tel nombre.
- 16 Combien y a-t-il des nombres décimaux compris entre 99,8 et 99,9 ?
☐ a. Aucun ☐ b. Une infinité ☐ c. 10 ☐ d. 9
- 17 Parmi les nombres suivants, combien y a-t-il de nombres décimaux ?
 $0,333 \cdot \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 51,00 \cdot 5 \cdot \frac{47}{50} \cdot 0,333333$
☐ a. 4 ☐ b. 6 ☐ c. 7 ☐ d. 8
- 18 Si le numérateur d'une fraction est π , alors :
☐ a. cette fraction est l'écriture d'un nombre irrationnel.
☐ b. cette fraction peut être l'écriture d'un nombre rationnel.
☐ c. cette fraction peut être l'écriture d'un nombre entier.
☐ d. on ne peut rien dire sur la nature d'un tel nombre.
- 19 L'écriture scientifique du nombre $253,7 \times 10^{15}$ est :
☐ a. $2,537 \times 10^{13}$ ☐ b. $2,537 \times 10^{17}$ ☐ c. $253,7 \times 10^{13}$ ☐ d. $0,2537 \times 10^{18}$
- 20 L'écriture scientifique du nombre 0,000102 002 est :
☐ a. $102\,002 \times 10^{-9}$ ☐ c. $1,020\,02 \times 10^{-3}$
☐ b. $102\,002 \times 10^{-10}$ ☐ d. $1,020\,02 \times 10^{-4}$
- 21 Parmi les affirmations suivantes, cochez chaque affirmation exacte.
☐ a. Tout nombre entier est un nombre décimal.
☐ b. Tout nombre irrationnel est un nombre réel.
☐ c. Tout nombre réel est un nombre irrationnel.
☐ d. Tout nombre décimal est un nombre rationnel.
- 22 Parmi les affirmations suivantes, cochez chaque affirmation exacte.
☐ a. Tout nombre écrit avec une virgule est un nombre décimal.
☐ b. Tout nombre décimal est écrit avec une virgule.
☐ c. Tout nombre décimal peut s'écrire avec une virgule.
☐ d. Toute fraction à termes entiers dans le dénominateur est une puissance de 2 est un nombre décimal.

- 23 Parmi les affirmations suivantes, cochez chaque affirmation exacte.
- ☐ a. $\sqrt{5}$ est un nombre rationnel.
 - ☐ b. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ est un nombre décimal.
 - ☐ c. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ est un nombre entier.
 - ☐ d. La longueur d'un cercle peut-être un nombre entier.
- 24 Parmi les affirmations suivantes, cochez chaque affirmation exacte.
- ☐ a. 3,0713 peut s'écrire comme une fraction dont les termes sont entiers.
 - ☐ b. La longueur L d'un cercle de rayon R est égale à $L = 2 \pi R$, donc $\pi = \frac{L}{2R}$. Ce qui prouve que π est un nombre rationnel.
 - ☐ c. Si x est un nombre quelconque, alors $x\sqrt{3}$ est un nombre irrationnel.
 - ☐ d. Tout nombre irrationnel peut être approché par un nombre décimal.
- 25 Parmi les affirmations suivantes, cochez chaque affirmation exacte.
- ☐ a. Certains nombres décimaux sont des nombres irrationnels.
 - ☐ b. Certains nombres irrationnels sont des nombres décimaux.
 - ☐ c. Tout nombre pair est un nombre décimal.
 - ☐ d. Toute fraction à termes entiers dont le dénominateur est une puissance de 5 est un nombre décimal.
- 26 Parmi les affirmations suivantes, cochez chaque affirmation exacte.
- ☐ a. La somme de 2 nombres décimaux peut être un nombre entier.
 - ☐ b. Le quotient de 2 nombres irrationnels peut être un nombre entier.
 - ☐ c. Le quotient de 2 nombres irrationnels peut être un nombre décimal.
 - ☐ d. Le produit de 2 nombres décimaux est toujours un nombre décimal.
- 27 Parmi les affirmations suivantes, cochez chaque affirmation exacte.
- ☐ a. Le quotient de 2 nombres décimaux peut être un nombre entier non décimal.
 - ☐ b. Le quotient de 2 nombres entiers est toujours un nombre décimal.
 - ☐ c. Le produit de 2 nombres décimaux peut être un nombre non décimal.
 - ☐ d. Tout nombre entier peut s'écrire comme la différence de 2 nombres rationnels.
- 28 On considère le nombre écrit avec la suite des nombres entiers : 0,123456...
- ☐ a. Ce nombre est décimal.
 - ☐ b. Ce nombre est rationnel.
 - ☐ c. Ce nombre est irrationnel.
 - ☐ d. Ce nombre est réel.
- 29 Que peut-on dire de l'affirmation suivante ?
Le produit de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.
- ☐ a. Cette affirmation est fausse.
 - ☐ b. Cette affirmation est vraie
 - ☐ c. Cette affirmation est parfois vraie et parfois fausse.
 - ☐ d. On ne peut pas multiplier deux nombres irrationnels.
- 30 Le quotient de deux nombres irrationnels peut être :
- ☐ a. un nombre entier.
 - ☐ b. un nombre décimal.
 - ☐ c. un nombre rationnel.
 - ☐ d. un nombre irrationnel.

EXERCICE 1



Écrire un entier à la place du carré pour que l'écriture fractionnaire désigne :

Un entier naturel	Un décimal non entier	Un rationnel non décimal
$\frac{\blacksquare}{115}$	$\frac{\blacksquare}{115}$	$\frac{\blacksquare}{115}$
$\frac{115}{\blacksquare}$	$\frac{115}{\blacksquare}$	$\frac{115}{\blacksquare}$

→ Corrigé p. 41

EXERCICE 2



- 1 Trouver un nombre décimal compris entre 3,0001 et 3,01.
- 2 Trouver un nombre non décimal compris entre 3,0001 et 3,01.
- 3 Trouver une fraction qui s'intercale entre $\frac{18}{31}$ et $\frac{19}{31}$.
- 4 Trouver une fraction qui s'intercale entre $\frac{5}{7}$ et $\frac{17}{11}$.

Penser que $a/b = (a \times n)/(b \times n)$
(n entier non nul)

→ Corrigé p. 41

EXERCICE 3



- 1 Parmi les 4 fractions suivantes, quelles sont celles qui représentent un nombre décimal ?

$$\frac{54}{1350}; \frac{5}{100}; \frac{17}{1024}; \frac{50}{1275}$$

→ Voir définition 5.A., p. 28

- 2 Quels sont tous les nombres entiers naturels n pour lesquels la fraction $\frac{n}{1050}$ représente :

- a. un nombre entier ? Justifier la réponse.
- b. un nombre décimal ? Justifier la réponse.
- c. un nombre rationnel non décimal ? Justifier la réponse.

- 3 Montrer que l'on peut donner, sans calcul, l'écriture à virgule du nombre $\frac{41}{333}$ à partir de l'égalité : $41 = 333 \times 0,123 + 0,041$.

- 4 Les nombres représentés par les fractions $\frac{171}{13\,888\,750}$ et $\frac{41}{3\,330\,000}$ sont-ils égaux ? Justifier la réponse.

→ Corrigé p. 42

EXERCICE 4



Simplifier : $\frac{42}{78}; \frac{204}{136}; \frac{4\,095}{3\,465}; \frac{4\,716}{35\,370}$.

→ Corrigé p. 42

EXERCICE 5



On considère les deux nombres $\frac{29}{55}$ et $\frac{39}{75}$.

❶ Sont-ils des nombres décimaux ?

Pour chacune des questions suivantes, on n'utilisera pas l'écriture à l'aide d'une virgule de chacun de ces deux nombres.

❷ Comparer ces deux nombres.

❸ Trouver un nombre décimal strictement compris entre ces deux nombres.

❹ Trouver une fraction qui ne soit pas un nombre décimal, strictement comprise entre ces deux nombres.

→ Corrigé p. 43

APPLICATIONS

Application 1

$64 = 2^6$ donc A est décimal, d'après la définition cardinale.

$625 = 5^4$ donc B est décimal, d'après la définition cardinale.

$250 = 2 \times 5^3$ donc C est décimal, d'après la définition cardinale.

$\frac{39}{6} = \frac{13}{2}$ donc D est décimal, d'après la définition cardinale.

$\frac{35}{7} = 5$ donc E est décimal, car tout nombre entier est décimal.

Application 2

1,1024 et 1,1026 conviennent, par exemple.

Application 3

Soit un nombre rationnel non décimal $\frac{a}{b}$. Dans la division euclidienne de a par b , le reste r est strictement inférieur au diviseur b . Ce reste ne peut donc prendre qu'un nombre fini de valeurs, à savoir $b - 1$ valeurs (les nombres entiers de 1 à $b - 1$). Ce qui fait que nécessairement, au bout de $b - 1$ calculs au plus, on retrouve un des restes déjà obtenus, ce qui définit la période.

Exemples :

En posant les divisions correspondantes, on peut vérifier que l'on a :

$\frac{17}{7} = 2,428571428571\dots$ (période à 6 chiffres); $\frac{17}{11} = 1,5454\dots$ (période à 2 chiffres)

Application 4

① Soit $n = 52,44444444\dots$. Alors $10n = 524,44444444\dots$

$10n - n = 472$, soit $9n = 472$ et donc $n = \frac{472}{9}$.

② Soit $n = 2,548548548\dots$. Alors $1\,000n = 2\,548,548548548\dots$

$1\,000n - n = 2\,546$, soit $999n = 2\,546$ et $n = \frac{2\,546}{999}$.

③ Soit $n = 13,5271414141\dots$. Alors $100n = 1\,352,71414141\dots$

$100n - n = 1\,339,187$, soit $99n = 1\,339,187$ et $n = \frac{1\,339,187}{99} = \frac{1\,339\,187}{99\,000}$.

Application 5

① Soit $n = 3,99999\dots$. Alors $10n = 39,99999\dots$

$10n - n = 36$, soit $9n = 36$ et donc $n = 4$.

② Soit $n = 52,4799999\dots$. Alors $100n = 5\,247,99999\dots$

$100n - n = 5\,195,52$, soit $99n = 5\,195,52$ et donc $n = \frac{5\,195,52}{99} = 52,48$.

Application 6

$$\begin{aligned} ① \quad 15\,800 &= 1,58 \times 10^4 \\ 0,000000852 &= 8,52 \times 10^{-7} \\ 25\,608\,970 &= 2,560\,897 \times 10^7 \\ 0,00025 &= 2,5 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 333,33 &= 3,3333 \times 10^2 \\ 17,98 &= 1,798 \times 10^1 \\ 10,752 &= 1,0752 \times 10^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② \quad 4,2 \times 10^8 &= 420\,000\,000 \\ 8,956\,847 \times 10^4 &= 89\,568,47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6,58 \times 10^{-5} &= 0,000\,065\,8 \\ 1,002506 \times 10^{-4} &= 0,000\,100\,250\,6 \end{aligned}$$

Application 7

Rappel : Pour tout entier relatif a , pour tout entier relatif b : $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$

On obtient :

Nombre	Calcul	Écriture décimale	Notation scientifique
A	65×10^{12}	65 000 000 000 000	$6,5 \times 10^{13}$
B	$12,9888 \times 10^4$	129 888	$1,29888 \times 10^5$
C	$0,35 \times 10^2$	35	$3,5 \times 10^1$
D	$0,02 \times 10^{-1}$	0,002	2×10^{-3}

ENTRAÎNEMENTS

QCM

① a. - ② c. - ③ d. - ④ d. - ⑤ c. - ⑥ b. - ⑦ b. - ⑧ a. et d. - ⑨ a. et c. - ⑩ a.; b.; c.; d. - ⑪ c. - ⑫ b. - ⑬ c. - ⑭ b. - ⑮ c. - ⑯ b. - ⑰ c. - ⑱ b. et c. - ⑲ b. - ⑳ d. - ㉑ a.; b. et d. - ㉒ c. et d. - ㉓ c. - ㉔ a. et d. - ㉕ c. et d. - ㉖ a.; b.; c. et d. - ㉗ d. - ㉘ c. et d. - ㉙ c. - ㉚ a.; b.; c. et d.

Exercice 1

Il faut penser à décomposer 115 en produits de facteurs premiers : $115 = 5 \times 23$.

Une solution possible est :

Un entier naturel	Un décimal non entier	Un rationnel non décimal
$\frac{115}{115}$	$\frac{23}{115}$	$\frac{5}{115}$
$\frac{115}{23}$	$\frac{115}{10}$	$\frac{115}{7}$

Exercice 2

① La question peut s'écrire : « Trouver un nombre décimal compris entre 3,0001 et 3,0100. » Ainsi, 3,0025 est une solution au problème.

② D'après ce qui précède, 3,00258888... convient.

③ $\frac{18}{31} = \frac{180}{310}$ et $\frac{19}{31} = \frac{190}{310}$, donc une fraction qui s'intercale entre $\frac{18}{31}$ et $\frac{19}{31}$ peut être $\frac{181}{310}$.

④ $\frac{5}{7} = \frac{55}{77}$ et $\frac{17}{11} = \frac{119}{77}$, donc une fraction qui s'intercale entre $\frac{5}{7}$ et $\frac{17}{11}$ peut être $\frac{59}{77}$.

ADMISSIBILITÉ
**2026
2027**

**NOUVEAU
CONCOURS**

L3

**Admis
au
CRPE**

MATHS

Tout pour réussir l'épreuve écrite

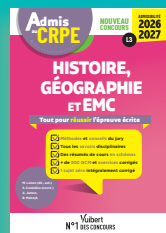
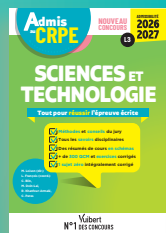
- ✓ **Méthodes et conseils** de **vrais jurys** de concours
- ✓ **Tous les savoirs disciplinaires** en fiches pour maîtriser le programme
- ✓ **Des résumés de cours 100% visuels** pour mémoriser facilement
- ✓ **+ de 300 QCM et exercices corrigés** pour s'entraîner de manière efficace
- ✓ **1 sujet zéro corrigé** pour être prêt le jour J

OFFERT



**PARCOURS
NUMÉRIQUES
DE RÉVISIONS
& TUTOS
VIDÉO**

Dans la même collection



ISBN : 978-2-311-22292-0



20,90 €

N°1 **Vuibert**
DES CONCOURS