

PRÉPAS SCIENTIFIQUES

PCSI

2^e édition
CONFORME AU
PROGRAMME

Ouvrage coordonné par A. Le Diffon

Co-écrit par M. Champion • J.-Y. Chastaing • J. Ferrand

• J.-B. Flament • P. Jamonneau • A. Licari-Guillaume

Physique

TOUT-EN-UN

COURS • MÉTHODES • ENTRAÎNEMENTS • CORRIGÉS



Tout le cours avec :

- Les objectifs-clés du programme
- Les notions à maîtriser
- Les démonstrations incontournables



Des entraînements intensifs :

- Plus de 180 exercices d'application
- 15 exercices expérimentaux
- 20 problèmes type concours



Des méthodes pas à pas :

+ de 140 techniques et astuces
de résolution des exercices



Tous les corrigés détaillés



OFFERT EN LIGNE

- ▶ + de 170 **flashcards** interactives
- ▶ Des **scripts Python** interactifs
- ▶ des **exercices** supplémentaires

Vuibert

PRÉPAS SCIENTIFIQUES
PCSI

2^e édition
CONFORME AU
PROGRAMME

Physique

TOUT-EN-UN

COURS • MÉTHODES • ENTRAÎNEMENTS • CORRIGÉS

Maxime Champion

est agrégé de sciences physiques option physique et docteur en physique théorique, actuellement enseignant de physique-chimie en CPGE PTSI au Lycée Vauvenargues d'Aix-en-Provence.

Jean-Yonnel Chastaing

est agrégé de sciences physiques option physique et docteur en physique statistique expérimentale, actuellement enseignant en PCPSI au sein des Classes préparatoires associées CPE Lyon – Institution des Chartreux à Lyon.

Pierre Jamonneau

est agrégé de sciences physiques option physique et docteur en physique quantique, actuellement enseignant de physique-chimie en CPGE MP2I au Lycée Franklin Roosevelt de Reims.

Jérémy Ferrand

est agrégé de sciences physiques option physique et docteur en mécanique des fluides et matière molle, actuellement professeur agrégé au département de Mesures Physiques à l'IUT d'Orsay.

Jean-Baptiste Flament

est agrégé de sciences physiques option physique, docteur en phénoménologie de physique des particules et actuellement enseignant de physique en CPGE PCPSI au lycée Chaptal, Paris 8^e.

Adrien Licari-Guillaume

est agrégé de sciences physiques option physique et docteur en astrophysique des plasmas denses, actuellement enseignant de physique en CPGE MP2I au lycée Thiers, Marseille.

Arnaud Le Diffon

est agrégé de sciences physiques option physique et docteur en physique théorique, actuellement professeur agrégé au département d'Enseignement et de Recherche de physique de l'ENS Paris-Saclay.

Vuibert

**Retrouvez notre collection
complète ici :**



ISBN : 978-2-311-22320-0

Vuibert s'engage
durablement pour l'environnement



Ce livre ne peut être reproduit ni utilisé à des fins d'entraînement de systèmes d'intelligence artificielle. La fouille de textes et de données est interdite conformément à l'article 4(3) de la Directive (UE) 2019/790.

Dans le cas où le livre comporte des ressources numériques en ligne, ces dernières sont des compléments offerts à l'achat du livre. Par respect du droit d'auteurs, ces ressources sont incessibles, interdites de reproduction et réservées à un usage strictement personnel. Elles sont soumises aux conditions d'utilisation en vigueur (CGU) accessibles sur notre site et peuvent, pour des raisons commerciales, légales, d'évolution technique ou de contenu, être supprimées ou interrompues à tout moment, sans garantie de maintien ou de compensation.

Dans le cas où les QR codes et liens hypertextes permettent d'accéder à des sites internet tiers, la responsabilité des éditions Vuibert n'est pas engagée, notamment quant à leur éventuel dysfonctionnement ou à leur indisponibilité d'accès.

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. Le « photocopillage », c'est l'usage abusif et collectif de la photocopie sans autorisation des auteurs et des éditeurs. Largement répandu dans les établissements d'enseignement, le « photocopillage » menace l'avenir du livre, car il met en danger son équilibre économique. Il prive les auteurs d'une juste rémunération. En dehors de l'usage privé du copiste, toute reproduction totale ou partielle de cet ouvrage est interdite. Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au Centre français d'exploitation du droit de copie : 20, rue des Grands-Augustins, F-75006 Paris. Tél. : 01 44 07 47 70.

© Vuibert - août 2026 - 5, allée de la 2^e D.B., 75015 Paris - Site Internet : <http://www.vuibert.fr>



SOMMAIRE



Ressources numériques

Pour accéder aux ressources numériques en ligne, retrouvez nos codes à flasher tout au long du livre :

- Flashcards d'auto-évaluation interactives
- Exercices complémentaires
- Scripts Python

Avant-propos	11
Chapitre 1. Dimensions et système d'unités	12
Cours, p. 13	
1 ► Cadre d'étude, p. 13 — 2 ► Dimensions et analyse dimensionnelle, p. 14 — 3 ► Système d'unités associé, p. 15	
Méthode pas à pas, p. 16	
Exercices, p. 20	
Corrigés, p. 22	
Chapitre 2. Fondement de l'optique géométrique	25
Cours, p. 26	
1 ► Propagation de la lumière, p. 26 — 2 ► Lois de Snell-Descartes, p. 30 — 3 ► Miroir plan, p. 31	
Méthode pas à pas, p. 33	
Exercices, p. 45	
Corrigés, p. 51	
Chapitre 3. Lentilles minces	59
Cours, p. 60	
1 ► Lentilles, p. 60 — 2 ► Stigmatisme, p. 61 — 3 ► Propriétés des lentilles minces, p. 62	
Méthode pas à pas, p. 68	
Exercices, p. 88	
Corrigés, p. 95	
Chapitre 4. Fondements de l'électrocinétique	105
Cours, p. 106	
1 ► Le courant électrique, p. 106 — 2 ► Le potentiel électrique, p. 108 — 3 ► L'étude des circuits électriques, p. 112	
Méthode pas à pas, p. 116	
Exercices, p. 119	
Corrigés, p. 121	

Chapitre 5. Résistances et générateurs	123
Cours, p. 124	
1 ► Les résistances, p. 124 — 2 ► Les générateurs de tension et de courant, p. 127	
Méthode pas à pas, p. 130	
Exercices, p. 139	
Corrigés, p. 145	
Chapitre 6. Condensateurs, inductances et circuits du premier ordre	150
Cours, p. 151	
1 ► Généralités sur les systèmes linéaires du premier ordre, p. 151 — 2 ► Les condensateurs, p. 152 — 3 ► Les inductances, p. 154	
Méthode pas à pas, p. 156	
Exercices, p. 172	
Corrigés, p. 179	
Chapitre 7. Modèle de l'oscillateur harmonique	188
Cours, p. 189	
1 ► Le modèle de l'oscillateur harmonique, p. 189 — 2 ► La force de rappel d'un ressort, p. 191	
Méthode pas à pas, p. 192	
Exercices, p. 205	
Corrigés, p. 209	
Chapitre 8. Les oscillateurs amortis	213
Cours, p. 214	
1 ► L'équation différentielle de l'oscillateur amorti, p. 214 — 2 ► La force de frottement fluide, p. 217	
Méthode pas à pas, p. 218	
Exercices, p. 228	
Corrigés, p. 234	
Chapitre 9. Les oscillateurs forcés	240
Cours, p. 241	
1 ► Le régime sinusoïdal forcé, p. 241 — 2 ► La notation complexe pour l'étude des signaux, p. 243 — 3 ► Les impédances, p. 244 — 4 ► Lois de l'électrocinétique en régime forcé, p. 246	
Méthode pas à pas, p. 249	
Exercices, p. 261	
Corrigés, p. 266	
Chapitre 10. Filtrage linéaire	272
Cours, p. 273	
1 ► Les signaux périodiques, p. 273 — 2 ► Le filtrage linéaire, p. 275 — 3 ► Impédances d'entrée et de sortie, p. 276	
Méthode pas à pas, p. 277	

Exercices, p. 293

Corrigés, p. 299

Chapitre 11. Filtrage actif 305

Cours, p. 306

1 ► Présentation de l'amplificateur linéaire intégré (ALI), p. 306 — **2 ►** Modèle idéal de l'ALI, p. 306

Méthode pas à pas, p. 309

Exercices, p. 316

Corrigés, p. 320

Chapitre 12. Ondes progressives et ondes stationnaires 323

Cours, p. 324

1 ► Phénomène de propagation, p. 324 — **2 ►** Ondes stationnaires, p. 327

Méthode pas à pas, p. 329

Exercices, p. 340

Corrigés, p. 347

Chapitre 13. Phénomène d'interférences 355

Cours, p. 356

1 ► Interférences avec des ondes mécaniques, p. 356 — **2 ►** Interférences avec des ondes lumineuses, p. 358

Méthode pas à pas, p. 359

Exercices, p. 369

Corrigés, p. 375

Chapitre 14. Cinématique du point 380

Cours, p. 381

1 ► Description du mouvement d'un point, p. 381 — **2 ►** Bases de projection adaptées au mouvement, p. 384

Méthode pas à pas, p. 391

Exercices, p. 406

Corrigés, p. 410

Chapitre 15. Lois de Newton 416

Cours, p. 417

1 ► Forces et quantité de mouvement, p. 417 — **2 ►** Les trois lois de Newton, p. 423

Méthode pas à pas, p. 426

Exercices, p. 442

Corrigés, p. 448

Chapitre 16. Approche énergétique du mouvement d'un point matériel 458

Cours, p. 459

1 ► Puissance et travail d'une force, p. 459 — **2 ►** Théorèmes de la puissance cinétique et de l'énergie cinétique, p. 461 — **3 ►** Énergies potentielle et mécanique, p. 462 — **4 ►** Étude d'un mouvement conservatif, p. 465

Méthode pas à pas, p. 468

Exercices, p. 481

Corrigés, p. 486

Chapitre 17. Mouvement de particules chargées dans les champs électriques et magnétiques uniformes et stationnaires 496

Cours, p. 497

1 ► Outil mathématique : produit vectoriel, p. 497 — **2 ►** Charge électrique, champ électrique, champ magnétique, p. 499 — **3 ►** Mouvement de particules chargées, p. 502

Méthode pas à pas, p. 505

Exercices, p. 513

Corrigés, p. 517

Chapitre 18. Moments cinétiques 522

Cours, p. 523

1 ► Définitions : moments cinétiques et moments de forces, p. 523 — **2 ►** Théorème du moment cinétique, p. 526

Méthode pas à pas, p. 527

Exercices, p. 538

Corrigés, p. 541

Chapitre 19. Forces centrales 546

Cours, p. 547

1 ► Forces centrales, p. 547 — **2 ►** Forces newtoniennes, p. 549

Méthode pas à pas, p. 554

Exercices, p. 565

Corrigés, p. 573

Chapitre 20. Mouvements de solides 583

Cours, p. 584

1 ► Systèmes de points, p. 584 — **2 ►** Cas du solide, p. 586 — **3 ►** Étude énergétique, p. 590

Méthode pas à pas, p. 593

Exercices, p. 606

Corrigés, p. 610

Chapitre 21. Description d'un système monophasé 617

Cours, p. 618

1 ► Systèmes thermodynamiques, p. 618 — **2 ►** Description macroscopique d'un système, p. 619 — **3 ►** Description microscopique d'un système gazeux, p. 622 — **4 ►** Énergie interne, p. 624

Méthode pas à pas, p. 626

Exercices, p. 634

Corrigés, p. 640

Chapitre 22. Échanges d'énergie - premier principe de la thermodynamique 647

Cours, p. 648

1 ► État d'équilibre d'un système — transformations, p. 648 — **2 ►** Échanges d'énergie, p. 650 — **3 ►** Transformations particulières, p. 653 — **4 ►** Premier principe, p. 654 — **5 ►** Enthalpie, p. 655

Méthode pas à pas, p. 657

Exercices, p. 673

Corrigés, p. 680

Chapitre 23. Second principe de la thermodynamique 692

Cours, p. 693

1 ► Second principe, p. 693 — **2 ►** Applications, p. 694

Méthode pas à pas, p. 696

Exercices, p. 704

Corrigés, p. 708

Chapitre 24. Transitions de phases 716

Cours, p. 717

1 ► Changements d'état d'un corps pur, p. 717 — **2 ►** Description graphique des transitions de phase, p. 718 — **3 ►** Grandeurs massiques de changement d'état, p. 721

Méthode pas à pas, p. 722

Exercices, p. 727

Corrigés, p. 732

Chapitre 25. Machines thermiques 739

Cours, p. 740

1 ► Machines thermiques dithermes, p. 740 — **2 ►** Étude théorique des machines, p. 741 — **3 ►** Machines réelles, p. 741

Méthode pas à pas, p. 743

Exercices, p. 749

Corrigés, p. 756

Chapitre 26. Statique des fluides **766**

Cours, p. 767

1 ► Forces de pression, p. 767 — **2 ►** Champ de pression dans un fluide, p. 769 — **3 ►** Intégrales doubles, p. 772

Méthode pas à pas, p. 774

Exercices, p. 787

Corrigés, p. 790

Chapitre 27. Champ magnétique : sources et caractérisations **797**

Cours, p. 798

1 ► Champ magnétique, p. 798 — **2 ►** Création d'un champ magnétique avec un courant électrique, p. 800 — **3 ►** Moment magnétique, p. 801

Méthode pas à pas, p. 803

Exercices, p. 808

Corrigés, p. 810

Chapitre 28. Actions d'un champ magnétique **816**

Cours, p. 817

1 ► Force de Laplace, p. 817 — **2 ►** Couple des forces de Laplace, p. 818

Méthode pas à pas, p. 820

Exercices, p. 826

Corrigés, p. 831

Chapitre 29. Lois de l'induction **838**

Cours, p. 839

1 ► Flux du champ magnétique, p. 839 — **2 ►** Loi de Faraday, p. 840

Méthode pas à pas, p. 843

Exercices, p. 848

Corrigés, p. 849

Chapitre 30. Circuit fixe dans un champ magnétique dépendant du temps **853**

Cours, p. 854

1 ► Auto-induction, p. 854 — **2 ►** Inductance mutuelle, p. 855

Méthode pas à pas, p. 857

Exercices, p. 868

Corrigés, p. 872

Chapitre 31. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire 881**Cours, p. 882****1 ►** Conversion de puissance mécanique-électrique : rails de Laplace, p. 882 — **2 ►** Conversion de puissance électrique-mécanique, p. 885**Méthode pas à pas, p. 887****Exercices, p. 898****Corrigés, p. 908****Chapitre 32. Introduction à la physique quantique 923****Cours, p. 924****1 ►** Dualité onde-particule, p. 924 — **2 ►** Inégalité de Heisenberg, p. 926 — **3 ►** Quantification de l'énergie de l'atome d'hydrogène, p. 927**Méthode pas à pas, p. 930****Exercices, p. 943****Corrigés, p. 948****Chapitre 33. Mesures et incertitudes 953****Cours, p. 954****1 ►** Variabilité et incertitude type, p. 954 — **2 ►** Estimation du résultat d'une mesure et de l'incertitude type, p. 958 — **3 ►** Les incertitudes types composées, p. 961 — **4 ►** La régression linéaire, p. 962**Méthode pas à pas, p. 964****Exercices, p. 976****Corrigés, p. 978****Chapitre 34. Outils numériques 980****Cours, p. 981****1 ►** Outils graphiques, p. 981 — **2 ►** Résolution numérique d'équations par la méthode dichotomique, p. 982 — **3 ►** Intégration et dérivation, p. 983 — **4 ►** Résolution numérique d'équations différentielles, p. 986**Méthode pas à pas, p. 991****Exercices, p. 996****Corrigés, p. 1001**

Avant-propos

L'ouvrage que vous tenez entre vos mains est conforme au programme de la filière PCSI de la réforme de 2021. Il ne se substitue en aucun cas à l'enseignement et à la formation délivrés dans les classes préparatoires. Il a été construit pour être utilisé par l'élève dans un second temps, après le cours en classe, afin de tester sa compréhension des notions abordées et de s'entraîner.

Chaque chapitre démarre par un rappel de l'ensemble des **points de cours** et notions nécessaires. Il comprend l'ensemble des définitions, propriétés et théorèmes à connaître. Cette partie n'a pas vocation à être un cours de classe préparatoire ; elle ne met en avant que les points les plus importants et présente quelques rappels.

Une partie **méthodes** est proposée dans chacun des chapitres, permettant de tester directement la compréhension des éléments clés et de faciliter leur apprentissage. Il s'agit de problèmes parfois abordés en cours ou d'exercices dits « classiques » qu'il est nécessaire de bien maîtriser. Le corrigé proposé sert également de modèle de rédaction.

Enfin, chaque chapitre comporte des **exercices supplémentaires corrigés** pour s'entraîner et se préparer aux devoirs surveillés ainsi qu'aux concours. Certains exercices proposés sont directement issus (ou adaptés) de sujets de concours afin d'en montrer des exemples et de présenter les attentes du jury. D'autres exercices proposent une partie numérique, soit avec des données expérimentales à traiter soit avec des fonctions Python à écrire afin de résoudre le problème. Des exemples de codes complétant les corrigés sont alors disponibles en ligne.

Nous rappelons que pour tirer le meilleur parti des exercices proposés, il est nécessaire de s'y confronter pendant un temps raisonnable avant d'éventuellement regarder la solution.

CHAPITRE 1

Dimensions et système d'unités

Plan du chapitre

Cours, p. 13

1 ► Cadre d'étude, p. 13

2 ► Dimensions et analyse dimensionnelle, p. 14

3 ► Système d'unités associé, p. 15

Méthodes pas à pas, p. 16

Exercices, p. 20

Corrigés, p. 22



Objectifs et compétences du programme

Capacités principales à maîtriser	Méthodes associées	Exercices associés
Exprimer une unité à partir des sept unités de base du système international.	Méthodes 1 et 2	Exercices 1, 2 et 3
Effectuer une analyse dimensionnelle pour écarter des équations non homogènes.	Méthode 2	Tous les exercices dans le livre
Effectuer une analyse dimensionnelle pour trouver l'unité d'une grandeur.	Méthodes 2 et 3	Exercice 2
Se servir de l'analyse dimensionnelle pour prédire des comportements physiques.	Méthodes 2 et 3	Exercices 1, 2 et 3



RETROUVEZ ICI LES FLASHCARDS
INTERACTIVES POUR SE TESTER

www.lienmini.fr/40876-1



COURS

Même si ce thème ne figure pas dans le programme officiel, nous proposons ici des notions sur les dimensions et les unités qui serviront tout au long des études de sciences physiques. En effet, la définition des dimensions et des unités des grandeurs utilisées est la base de la mise en équation et l'écriture mathématique des phénomènes physiques. De plus, l'utilisation d'un système international commun permet une meilleure mutualisation des connaissances mondiales.

1 Cadre d'étude

1.1. Bureau International des Poids et Mesures

Les définitions et l'utilisation des unités sont uniformisées au niveau international par le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). Selon le site officiel¹, « le BIPM a pour mission d'assurer l'uniformité mondiale des mesures et leur traçabilité au Système International d'unités (SI) ».

D'après le BIPM, « la métrologie est la science de la mesure; elle embrasse à la fois les déterminations expérimentales et théoriques à tous les niveaux d'incertitude et dans tous les domaines des sciences et de la technologie ».

La métrologie permet de donner un cadre universel pour la mesure des grandeurs physiques dont nous avons besoin.



Définition 1.1. Grandeur physique

Une **grandeur** physique est une quantité mesurable (directement ou non) permettant de décrire un système physique.

Exemple

Temps, longueur, vitesse, tension, intensité, force, masse, couple, etc.

1.2. Grandeurs de base et grandeurs dérivées

Une grandeur de base (ou grandeur fondamentale) est une grandeur choisie par convention dans un système de grandeurs donné, de façon à ce que l'ensemble des grandeurs physiques puisse s'exprimer en fonction uniquement des grandeurs de base.

Propriété 1.2.

Parmi tous les ensembles possibles de grandeurs de base, on choisit le système international des grandeurs du BIPM qui comporte sept grandeurs : temps, longueur, masse, courant électrique, température, quantité de matière, intensité lumineuse.

¹Site du BIPM : <https://www.bipm.org>.

Une grandeur dérivée n'est pas une grandeur de base mais peut s'exprimer uniquement avec les grandeurs de base. Il s'agit de toutes les autres grandeurs.

Exemple

Le temps, la longueur, l'intensité sont des grandeurs de base. En revanche, la vitesse = $\frac{\text{longueur}}{\text{temps}}$ est une grandeur dérivée.

2 Dimensions et analyse dimensionnelle

2.1. Dimension d'une grandeur

On distingue l'unité de la dimension d'une grandeur : la dimension ne dépend pas du système d'unités choisi. Il existe sept dimensions de base auxquelles on attribue un symbole : T (temps), L (longueur), M (masse), I (intensité électrique), Θ (température), N (quantité de matière), J (intensité lumineuse). On privilégiera l'analyse avec les dimensions plutôt qu'avec les unités.

Remarque

Pour une grandeur g autre que les sept de base, on notera $[g]$ sa dimension.

2.2. Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle consiste à étudier les dimensions d'une relation.

Propriété 1.3.

- Pour réaliser l'analyse dimensionnelle d'une relation, il faut respecter les règles suivantes :
- seules des grandeurs avec la même dimension peuvent être additionnées ou soustraites;
 - la dimension d'un produit est le produit des dimensions;
 - la dimension d'un rapport est le rapport des dimensions;
 - la dimension de part et d'autre d'un signe égal doit être la même.

Ces propriétés permettent de déduire les dimensions dans le cas d'une intégrale ou d'une dérivée à partir de leurs définitions mathématiques. En effet, la dimension d'une dérivée est le rapport des dimensions mis en jeu $\left[\frac{dx}{dt}\right] = \frac{[x]}{[t]}$. De même, la dimension d'une intégrale est le produit des dimensions mis en jeu $\left[\int f dx\right] = [f][x]$.

Effectuer une analyse dimensionnelle permet :

- de vérifier l'homogénéité d'un résultat, car un résultat non homogène est nécessairement faux;
- de déterminer la dimension d'une grandeur;
- d'exprimer une unité en fonction d'autres.

3 Système d'unités associé

Comme il existe sept dimensions de base dans le système choisi, il existe sept unités de base associées appelées système international (SI), et réunies dans ce tableau :

Grandeur	Unité	Constante fondamentale fixée
Temps	seconde (s)	fréquence d'une transition du césium $\Delta \nu_{Cs}$
Longueur	mètre (m)	vitesse de la lumière c
Masse	kilogramme (kg)	constante de Planck h
Intensité électrique	ampère (A)	charge élémentaire e
Température	kelvin (K)	constante de Boltzmann k_B
Quantité de matière	mole (mol)	constante d'Avogadro N_A
Intensité lumineuse	candela (cd)	efficacité lumineuse monochromatique K_{cd}

Remarque

Les unités ne prennent pas de majuscule dans leur écriture sauf lorsque celle-ci est une référence à une personne qui a donné son nom à l'unité en question, comme André-Marie Ampère. Une exception existe pour cette règle : le litre que l'on note avec une majuscule, L.

Remarque

On veillera également à faire attention aux majuscules et minuscules pour les préfixes d'unité comme le milli (m) 10^{-3} et le méga (M) 10^6 .

L'ensemble des unités physiques peuvent s'exprimer uniquement à partir de ces sept unités de base.

Depuis la redéfinition du système international d'unités, le 20 mai 2019 par le BIPM, la définition de chaque unité de base s'effectue en fixant la valeur d'une constante fondamentale de physique. Celles-ci sont données dans le tableau ci-dessus.

MÉTHODES PAS À PAS

Méthode 1. Unités usuelles

Même si le système international d'unités comporte seulement sept unités fondamentales, nous en utilisons bien plus dans la vie de tous les jours ou en physique. Exprimer les unités suivantes en fonction des unités fondamentales du système international :

- le hertz (Hz) ;
- le newton (N) en utilisant le principe fondamental de la dynamique ;
- le pascal (Pa) en utilisant le fait qu'une pression est une force par unité de surface ;
- le joule (J) en utilisant l'expression de l'énergie cinétique ;
- le watt (W) à partir du Joule ;
- le coulomb (C), unité de la charge électrique sachant que l'intensité électrique s'exprime comme $i = \frac{dq}{dt}$ avec q la charge électrique sur une armature d'un condensateur ;
- le volt (V) à partir de la puissance électrique ;
- l'ohm (Ω) à partir de la loi d'Ohm ;
- le farad (F), unité d'une capacité, sachant que l'intensité traversant un condensateur s'écrit $i = C \frac{du}{dt}$ avec C la capacité du condensateur et u la tension aux bornes de celui-ci ;
- le henry (H), unité de l'inductance, sachant que la tension aux bornes d'une bobine s'écrit $u = L \frac{di}{dt}$ avec L le coefficient d'auto-induction de la bobine et i l'intensité la traversant.

Application de la méthode

On utilisera les symboles des sept dimensions de base.

- La fréquence s'écrit $f = \frac{1}{\tau}$ avec τ la période donc on a :

$$[f] = \frac{1}{T},$$

ainsi on peut exprimer le Hertz comme s^{-1} , soit $\text{Hz} \Leftrightarrow s^{-1}$.



Attention !

L'unité hertz (Hz) est réservée uniquement pour des fréquences temporelles. Une grandeur qui aura la dimension de l'inverse d'un temps ne s'exprimera pas nécessairement en hertz.

- Le principe fondamental de la dynamique s'écrit :

$$m\vec{a} = \vec{F},$$

avec m la masse, et $\vec{a}$ l'accélération qui s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ et donc :

$$[F] = \text{M.L.T}^{-2},$$

donc $\text{N} \Leftrightarrow \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- La pression P s'écrit comme une force divisée par une surface donc :

$$[P] = \frac{[F]}{L^2} = \frac{\text{M.L.T}^{-2}}{L^2} = \text{M.L}^{-1}.\text{T}^{-2},$$

donc $\text{Pa} \Leftrightarrow \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

- L'énergie cinétique s'écrit pour un objet de masse m à la vitesse v comme $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}mv^2$ donc :

$$[\mathcal{E}_c] = \text{M} \cdot (\text{L.T}^{-1})^2 = \text{M.L}^2.\text{T}^{-2},$$

soit $\text{J} \Leftrightarrow \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$.

- La puissance s'écrit comme une énergie par unité de temps donc :

$$[\mathcal{P}] = \frac{[\mathcal{E}]}{T} = \frac{\text{M.L}^2.\text{T}^{-2}}{T} = \text{M.L}^2.\text{T}^{-3},$$

soit $\text{W} \Leftrightarrow \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$.

- On utilise l'expression donnée dans l'énoncé pour écrire :

$$I = \frac{[q]}{T} \quad \Rightarrow \quad [q] = I.T,$$

soit $\text{C} \Leftrightarrow \text{A} \cdot \text{s}$.

- La puissance électrique s'écrit $\mathcal{P} = UI$ soit :

$$[P] = [U].I \quad \Rightarrow \quad [U] = \frac{[P]}{I} = \frac{\text{M.L}^2.\text{T}^{-3}}{I} = \text{M.L}^2.\text{T}^{-3}.\text{I}^{-1},$$

soit $\text{V} \Leftrightarrow \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$.

- La loi d'Ohm s'écrit $U = RI$ soit :

$$[U] = [R].I \quad \Rightarrow \quad [R] = \frac{[U]}{I} = \frac{\text{M.L}^2.\text{T}^{-3}.\text{I}^{-1}}{I} = \text{M.L}^2.\text{T}^{-3}.\text{I}^{-2},$$

soit $\Omega \Leftrightarrow \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}$.

- On utilise la formule de l'énoncé pour écrire :

$$I = [C] \frac{[u]}{T} \quad \Leftrightarrow \quad [C] = \frac{I.T}{[u]} = \frac{I.T}{\text{M.L}^2.\text{T}^{-3}.\text{I}^{-1}} = \text{M}^{-1}.\text{L}^{-2}.\text{T}^4.\text{I}^2,$$

soit $\text{F} \Leftrightarrow \text{A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$.

- On utilise la formule de l'énoncé pour écrire :

$$[u] = [L] \frac{I}{T} \quad \Leftrightarrow \quad [L] = \frac{T}{I} [u] = \frac{T}{I} \cdot \text{M.L}^2.\text{T}^{-3}.\text{I}^{-1} = \text{M.L}^2.\text{T}^{-2}.\text{I}^{-2},$$

soit $\text{H} \Leftrightarrow \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$.

Méthode 2. Période de révolution d'un satellite

Trois élèves ont effectué le calcul de la période de révolution d'un petit astre autour d'un autre plus massif, comme un satellite autour de la Terre (trajectoire circulaire et masse du satellite négligeable). Ils ont trouvé les trois résultats différents suivants :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mathcal{G}M}}, \quad T = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\mathcal{G}M}}{a^2} \quad \text{et} \quad T = 2\pi \frac{a^2}{\sqrt{\mathcal{G}M}},$$

avec a la distance à la Terre, M la masse de la Terre et $\mathcal{G}$ la constante de gravitation. Le professeur affirme qu'une des réponses est juste. Parmi les trois propositions, les autres élèves doivent trouver laquelle est la bonne par une analyse dimensionnelle.

1. La force de gravitation entre deux corps A et B s'écrit (en norme) :

$$F = \mathcal{G} \frac{m_A m_B}{d^2},$$

avec m_A et m_B les masses respectives des objets A et B et d la distance entre les deux objets. Déterminer la dimension de la constante de gravitation $\mathcal{G}$ (avec les sept unités de base).

2. En déduire la bonne expression pour la période de révolution d'un satellite autour de la Terre.

Application de la méthode

1. On utilise l'expression de l'énoncé pour faire une analyse dimensionnelle, sachant que la force s'exprime en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$:

$$[F] = \text{M.L.T}^{-2} = [\mathcal{G}] \frac{\text{M}^2}{\text{L}^2} \quad \Rightarrow \quad [\mathcal{G}] = \text{M.L.T}^{-2} \frac{\text{L}^2}{\text{M}^2} = \text{L}^3 \cdot \text{M}^{-1} \cdot \text{T}^{-2}.$$

donc $\mathcal{G}$ s'exprime en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

2. Pour chaque expression, on calcule la dimension de l'expression à droite du signe égal et on compare avec la dimension d'une période qui est un temps.

- La première expression a pour dimension :

$$[T] = \left(\frac{\text{L}^3}{[\mathcal{G}]\text{M}} \right)^{1/2} = \left(\frac{\text{L}^3}{\text{L}^3 \cdot \text{M}^{-1} \cdot \text{T}^{-2} \text{M}} \right)^{1/2} = (\text{T}^2)^{1/2} = \text{T}.$$

Donc pour cette expression la période a bien la dimension d'un temps. Vérifions alors que pour les deux autres expressions ce n'est pas le cas.

- La deuxième expression a pour dimension :

$$[T] = \frac{([\mathcal{G}]\text{M})^{1/2}}{\text{L}^2} \frac{(\text{L}^3 \cdot \text{M}^{-1} \cdot \text{T}^{-2} \text{M})^{1/2}}{\text{L}^2} = \frac{\text{L}^{3/2} \text{T}^{-1}}{\text{L}^2} = \text{L}^{-1/2} \text{T}^{-1},$$

qui n'est pas la dimension d'un temps donc cette expression est nécessairement fausse.

- La troisième expression a pour dimension l'inverse de la deuxième donc on a dans ce cas

$$[T] = \text{L}^{1/2} \text{T}^1,$$

qui n'est toujours pas la dimension d'un temps.

Ainsi, la bonne expression est la première.

Remarque

Une analyse dimensionnelle correcte ne permet pas d'affirmer qu'une expression est juste ; en revanche, si elle révèle un problème de dimension alors l'expression est nécessairement fausse. Ici, on peut affirmer que la première expression est juste car le professeur a indiqué qu'une des trois était juste.

Méthode 3. Le pendule simple

On considère un pendule simple, à savoir une masse m accrochée à un fil de longueur ℓ (de masse négligeable) qui est lui-même fixé en un point à son autre extrémité. Le système est soumis au champ de pesanteur terrestre g . Cette méthode propose de déterminer une expression plausible de la période propre du pendule à partir d'une analyse dimensionnelle.

1. En supposant que la période du pendule dépend des trois paramètres énoncés, écrire que celle-ci est proportionnelle à des puissances de ces paramètres. On notera k le coefficient de proportionnalité.
2. Effectuer une analyse dimensionnelle sur cette expression pour trouver les exposants définis précédemment.
3. En déduire une expression de la période du pendule.

Application de la méthode

1. La période propre du pendule dépend *a priori* des trois paramètres de l'énoncé à savoir m , ℓ et g . On peut alors écrire une loi de la forme ;

$$T = k m^\alpha \ell^\beta g^\gamma,$$

avec k une constante sans dimension et α , β et γ des exposants à déterminer.

2. On peut déterminer les exposants à partir d'une analyse dimensionnelle :

$$T = M^\alpha L^\beta (L.T^{-2})^\gamma = M^\alpha . L^{\beta+\gamma} . T^{-2\gamma}.$$

On a alors nécessairement $\alpha = 0$, $\gamma = -1/2$ et donc $\beta = 1/2$. La période ne dépend pas de la masse de l'objet d'après cette analyse dimensionnelle.

3. Cela donne finalement une loi de la forme :

$$T = k \ell^{1/2} g^{-1/2} = k \sqrt{\frac{\ell}{g}},$$

qui est bien la bonne forme de la période car une analyse mécanique permet de montrer que pour des petits angles autour de la position d'équilibre la période s'écrit $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

Remarque

On voit ici que l'analyse dimensionnelle ne permet que de trouver les dépendances par rapport aux différents paramètres du problème mais en aucun cas le préfacteur numérique qui peut être assez éloigné de 1 comme ici qui vaut 2π .

Remarque

L'analyse dimensionnelle telle qu'on l'a faite ici, suppose que les dépendances par rapport aux paramètres du problème sont des lois de puissance ce qui n'est pas nécessairement le cas. Par exemple, si un système possède un gap d'énergie $\mathcal{E}$ et voit sa physique gouverné par la statistique de Maxwell-Boltzmann, alors la probabilité de passer d'un niveau à l'autre sera proportionnelle à $e^{\frac{\mathcal{E}}{k_B T}}$ avec k_B la constante de Boltzmann et T . On voit ici qu'une analyse dimensionnelle ne peut pas prévoir une telle fonction.

EXERCICES

Exercices d'application du chapitre 1

●○○

EXERCICE 1 Corde vibrante

10 min.

Lorsque l'on fait vibrer la corde d'un instrument, celle-ci vibre à une fréquence donnée qui dépend de la tension T du fil et de la masse linéique μ du fil et de sa longueur ℓ .

1. Donner la dimension de la force T et de la masse linéique μ .
2. Chercher l'expression de la fréquence ν sous la forme $K T^\alpha \mu^\beta \ell^\gamma$, où K est une constante sans dimension que l'on ne cherchera pas à déterminer.
3. Discuter la cohérence du résultat précédent.

●○○

EXERCICE 2 Formule de Torricelli

10 min.

Retrouver la formule de Torricelli qui donne la vitesse d'écoulement d'un fluide depuis un récipient en fonction de h la hauteur du fluide, ρ sa masse volumique, g l'accélération de la pesanteur, et k une constante sans unité.

●●○

EXERCICE 3 Force visqueuse dans un fluide

20 min.

Un objet de taille d est mis en mouvement à la vitesse v dans un fluide de masse volumique ρ et de viscosité dynamique η . Le fluide exerce une force F sur l'objet.

1. Quelle est la dimension de la masse volumique?
2. La force par unité de surface de viscosité de cisaillement à une dimension s'écrit :

$$f_v = \eta \frac{dv}{dx}.$$

Déterminer la dimension de la viscosité dynamique.

3. Par analyse du problème physique, la force exercée par le fluide sur l'objet doit dépendre des quatre paramètres d , v , η et ρ . On écrit alors la force sous la forme :

$$F = f(\eta, \rho, d, v) = k \eta^\alpha \rho^\beta d^\gamma v^\delta,$$

avec k une constante sans dimension et α , β , γ , δ des exposants entiers ou non. Par analyse dimensionnelle, exprimer l'ensemble des exposants β , γ et δ en fonction de α .

4. On admettra que si l'analyse dimensionnelle donne un nombre sans dimension à une puissance donnée, alors n'importe quelle fonction de ce nombre sans dimension convient. En déduire que la force s'exprime en fonction de ρ , v , d et d'une fonction du nombre sans dimension $\text{Re} = \frac{\rho v d}{\eta}$ appelé nombre de Reynolds.
5. Pour de petits nombres de Reynolds, la loi dite de Stokes donne la force qui s'exerce sur une sphère de rayon R se déplaçant à vitesse v . Elle s'écrit $F = 6\pi\eta R v$. Quelle doit être la forme de la fonction inconnue du nombre de Reynolds obtenue à la question précédente pour obtenir une telle loi?
6. Pour de hauts Reynolds, la force est indépendante de la viscosité. Quelle forme prend-elle alors?

●●●

EXERCICE 4 Énergie d'une explosion atomique

20 min.

Les puissances des explosions nucléaires sont difficiles à déterminer en règle générale. Même si l'on se place dans des conditions contrôlées l'estimation ne donne en général qu'un ordre de grandeur. Le besoin d'estimer la puissance d'une explosion réside dans la volonté de calculer le rendement d'une bombe donné qui est en général assez faible (de l'ordre de 10 %).

Un physicien britannique, Geoffrey Ingram Taylor, propose en 1950 une méthode pour estimer l'énergie d'une explosion à partir d'une analyse dimensionnelle et l'observation de photographies publiées dans un magazine d'une explosion (en plus particulièrement celle d'un essai de l'armée américaine). Pour cela, il mesure le rayon de l'onde de choc de l'explosion au cours du temps et suppose que ce rayon qui dépend du temps, dépend aussi de l'énergie de l'explosion et de la masse volumique de l'air.

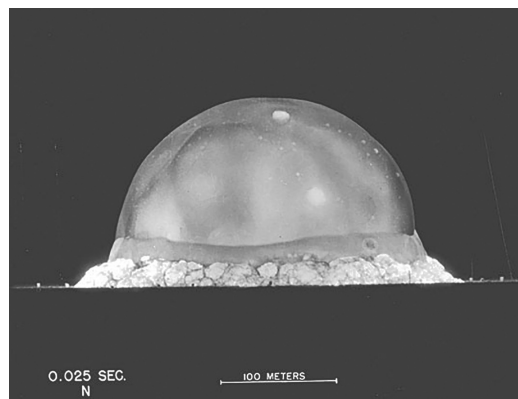


Figure 1.1. Photo de l'explosion de la bombe atomique du projet Manhattan à 25 ms.

Source : Wikimedia Commons.

1. Trouver la loi d'échelle reliant le rayon de l'onde de choc au temps écoulé.
2. À partir de la photographie de la figure 1.1 de l'explosion au bout de 25 ms, estimer la valeur de l'énergie de l'explosion en Joule puis en kilotonne de TNT (trinitrotoluène) sachant qu'une tonne de TNT libère $4,18 \times 10^9$ J. On prendra $\rho = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On considérera que le préfacteur dans l'analyse dimensionnelle est de l'ordre de l'unité et on commentera cette hypothèse.

EXERCICES

**Exercice en ligne :**

Exercice disponible sur notre plateforme :
www.lienmini.fr/40876-EX0-1



CORRIGÉS

Corrigés des exercices d'application du chapitre 1

EXERCICE 1

1. On peut retrouver la dimension d'une force par $F = m \frac{dv}{dt}$ et celle d'une masse linéique comme une masse par une longueur soit :

$$[T] = \text{M.L.T}^{-2} \text{ et } [\rho] = \text{M.L}^{-1}.$$

2. Écrivons $v = K T^\alpha \mu^\beta l^\gamma$. Dimensionnellement, cela conduit à :

$$\text{T}^{-1} = (\text{M.L.T}^{-2})^\alpha (\text{M.L}^{-1})^\beta \text{L}^\gamma = \text{M}^{\alpha+\beta} \text{L}^{\alpha-\beta} \text{T}^{-2\alpha}.$$

Soit :

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ \alpha - \beta + \gamma = 0 \\ -2\alpha = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1/2 \\ \beta = -1/2 \\ \gamma = -1 \end{cases}.$$

Et donc finalement :

$$v = K \frac{1}{l} \sqrt{\frac{T}{\rho}}.$$

3. On constate que si T augmente alors v aussi, ce qui semble cohérent puisque plus une corde est tendue, plus une perturbation se propagera rapidement. À l'inverse, une corde plus lourde répondra plus lentement à une perturbation car elle a une inertie plus grande, ce qui est bien apparent dans le résultat puisque si ρ augmente alors v diminue.

EXERCICE 2

On sait que $[k] = 1$, $[h] = \text{L}$, $[\rho] = \text{M.L}^{-3}$ et $[g] = \text{L.T}^{-2}$ (accélération), d'où :

$$[v] = \text{L}^\alpha (\text{M.L}^{-3})^\beta (\text{L.T}^{-2})^\gamma = \text{M}^\beta \text{L}^{\alpha-3\beta+\gamma} \text{T}^{-2\gamma} = \text{L.T}^{-1}.$$

D'où, par identification :

$$\begin{cases} \beta = 0 \\ \alpha - 3\beta + \gamma = 1 \\ -2\gamma = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1/2 \\ \beta = 0 \\ \gamma = 1/2 \end{cases}.$$

Et finalement :

$$v = k \sqrt{gh}.$$

On constate que la vitesse de sortie du fluide ne dépend pas de la masse volumique (donc de la nature) de ce dernier !

EXERCICE 3

1. La masse volumique est une masse par unité de volume. Elle s'exprime donc en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
 2. Par analyse dimensionnelle de l'expression fournie, on a (sachant qu'il s'agit d'une force par unité de surface) :

$$[F_v] = [\eta] \frac{\text{L} \cdot \text{T}^{-1}}{\text{L}} = \frac{\text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-2}}{\text{L}^2} \Rightarrow [\eta] = \text{M} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{T}^{-1},$$

donc la viscosité dynamique η s'exprime en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ qui est également égale à des $\text{Pa} \cdot \text{s}$.

3. L'analyse dimensionnelle nous informe que la dimension de part et d'autre d'un signe égal doit être la même donc on a :

$$[F] = \text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-2} = (\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{T}^{-1})^\alpha (\text{M} \cdot \text{L}^{-3})^\beta \text{L}^\gamma (\text{L} \cdot \text{T}^{-1})^\delta = \text{M}^{\alpha+\beta} \cdot \text{L}^{-\alpha-3\beta+\gamma+\delta} \cdot \text{T}^{-\alpha-\delta},$$

ce qui nous donne un système de trois équations (une par dimension M, L et T) avec quatre inconnues. On peut alors, comme le demande l'énoncé, exprimer les exposants β , γ et δ en fonction de α :

$$\begin{cases} 1 = \alpha + \beta \\ 1 = -\alpha - 3\beta + \gamma + \delta \\ -2 = -\alpha - \delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 1 - \alpha \\ \delta = 2 - \alpha \\ \gamma = +3\beta + \alpha - \delta = 3(1 - \alpha) + \alpha - (2 - \alpha) = 1 - \alpha \end{cases}.$$

4. D'après la question précédente, en remplaçant les exposants, on a :

$$F = k \rho L^2 v^2 \left(\frac{\eta}{\rho L v} \right)^\alpha = k \rho L^2 v^2 \left(\frac{\rho L v}{\eta} \right)^{-\alpha} = k \rho L^2 v^2 \text{Re}^{-\alpha} = \rho L^2 v^2 f(\text{Re}),$$

avec $f(\text{Re})$ une fonction du nombre de Reynolds.

5. Dans la loi de Stokes, la force est proportionnelle à la viscosité η , il faut donc nécessairement que $\alpha = 1$ et donc on trouve :

$$F = k \rho L^2 v^2 \left(\frac{\eta}{\rho L v} \right)^1 = k L v \eta,$$

qui est bien l'équation de l'énoncé car la taille de l'objet vaut son diamètre $2R$ et ainsi le coefficient numérique vaut $k = 3\pi$.

6. Si la force est indépendante de la viscosité avec $\alpha = 0$, alors :

$$F = k \rho L^2 v^2,$$

et la force est proportionnelle à la vitesse de l'objet au carré.

EXERCICE 4

1. Comme le rayon de l'onde de choc R doit dépendre du temps t , de l'énergie $\mathcal{E}$ et de la masse volumique ρ alors on peut écrire :

$$R = k t^\alpha \mathcal{E}^\beta \rho^\gamma,$$

avec k une constante sans dimension de l'ordre de l'unité et α , β et γ des exposants à déterminer. On peut alors effectuer une analyse dimensionnelle sur cette expression :

$$\text{L} = \text{T}^\alpha \cdot (\text{ML}^2 \text{T}^{-2})^\beta \cdot (\text{ML}^{-3})^\gamma = \text{M}^{\beta+\gamma} \cdot \text{L}^{2\beta-3\gamma} \cdot \text{T}^{\alpha-2\beta},$$

ce qui nous donne le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 0 = \beta + \gamma \\ 1 = 2\beta - 3\gamma \\ 0 = \alpha - 2\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 1/5 \\ \gamma = -1/5 \\ \alpha = 2/5 \end{cases},$$

soit :

$$R = k \left(\frac{\mathcal{E} t^2}{\rho} \right)^{1/5}.$$

2. On estime le rayon à 140 m pour cet instant à partir de la photographie. En isolant l'énergie $\mathcal{E}$ on obtient :

$$\mathcal{E} = k^5 \frac{\rho R^5}{t^2}.$$

Le souci, à ce stade, est qu'il n'est pas possible de connaître la valeur du préfacteur k . L'énoncé nous dit de prendre $k \simeq 1$; on obtient alors :

$$\mathcal{E} = \frac{\rho R^5}{t^2} = 8,6 \times 10^{13} \text{ J},$$

soit $2,06 \times 10^4$ tonnes de TNT, soit 20,6 kilotonnes de TNT. Cette information était classée secret défense mais, lorsque celle-ci a été déclassée, on a pu lire que l'armée américaine avait estimé que cette explosion était équivalente à 20 kilotonnes de TNT.

On remarque que la valeur du préfacteur k apparaît à la puissance 5. Ainsi, une légère erreur sur l'estimation de ce coefficient peut nous donner des résultats très éloignés de la réalité, même en ordre de grandeur. Il faut donc en tenir compte lors des estimations et des conclusion que cette méthode permet de tirer.

CHAPITRE 2

Fondement de l'optique géométrique

Plan du chapitre

Cours, p. 26

1 ► Propagation de la lumière, p. 26

2 ► Lois de Snell-Descartes, p. 30

3 ► Miroir plan, p. 31

Méthodes pas à pas, p. 33

Exercices, p. 45

Corrigés, p. 51



Objectifs et compétences du programme

Capacités principales à maîtriser	Méthodes associées	Exercices associés
Caractériser une source lumineuse par son spectre. Utiliser la notion d'indice optique d'un milieu transparent.	Méthodes 1 et 2	Exercices 6 et 7
Établir et utiliser la condition de réflexion totale.	Méthodes 3 et 4	Exercices 1, 2 et 5 et problème I
Construire l'image d'un objet par un miroir plan.	Méthodes 5 et 6	Exercices 3 et 4



RETROUVEZ ICI LES FLASHCARDS
INTERACTIVES POUR SE TESTER

www.lienmini.fr/40876-2



COURS

L'optique correspond à l'étude des phénomènes physiques liés à la lumière. L'étude des phénomènes lumineux peut être menée à différents niveaux d'approximation. En optique géométrique, la propagation de la lumière est modélisée par un rayon lumineux. Bien que ce cadre d'approximation ne permette pas de décrire les phénomènes liés au caractère ondulatoire de la lumière, il permet de rendre compte du fonctionnement d'un grand nombre d'applications technologiques telles que la fibre optique, l'appareil photo, le microscope, etc.



Définition 2.1. La lumière

La **lumière** correspond aux ondes électromagnétiques visibles par l'œil humain.

1 Propagation de la lumière

1.1. Sources lumineuses

Différents dispositifs peuvent être utilisés comme sources lumineuses. Ils peuvent être classés en deux grandes familles : les sources thermiques et les sources à luminescence.

1.1.1. Sources thermiques

Propriété 2.2. Source thermique

Tout corps porté à une température de surface T émet un rayonnement électromagnétique dont le **spectre est continu**, c'est-à-dire qu'il contient toutes les longueurs d'onde.

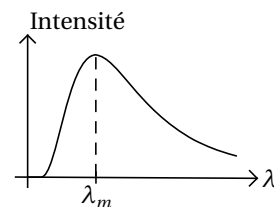


Figure 2.1. Spectre d'une source thermique.

La longueur d'onde λ_m correspondant au maximum d'émission (figure 2.1) est donnée par la **loi de Wien** : $\lambda_m T = 3 \times 10^3 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K}$.

1.1.2. Sources à luminescence

Les lampes spectrales utilisés en TP sont un bon exemple de sources à luminescence. Ces lampes sont constituées d'une ampoule contenant un gaz composé d'atomes d'un même élément chimique. Une excitation électrique extérieure porte ces atomes dans un état excité d'énergie $\mathcal{E}_j$. Il y a alors émission de lumière lors de la désexcitation atomique, c'est-à-dire lorsque l'atome retourne dans son état fondamental d'énergie $\mathcal{E}_i$.

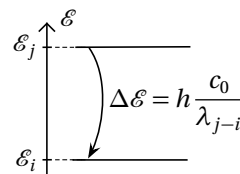


Figure 2.2. Émission par un atome.

La longueur d'onde λ_{j-i} de l'onde émise par ce processus doit vérifier la **relation de Planck-Einstein** :

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_j - \mathcal{E}_i = h \frac{c}{\lambda_{j-i}}$$

où $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ est la constante de Planck. Chaque atome peut ainsi émettre plusieurs longueurs d'onde, chacune correspondant à une transition entre deux niveaux d'énergie qu'il possède.

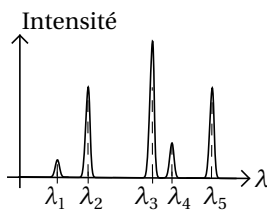


Figure 2.3. Spectre d'une lampe spectrale.

Propriété 2.3. Source à luminescence

Une source à luminescence émet un rayonnement électromagnétique dont le **spectre est discret** (figure 2.3). Cette source n'émet qu'à certaines longueurs d'onde, appelées « raies d'émission », correspondant aux transitions atomiques de l'élément composant la source. Le spectre d'une source à luminescence est qualifié de **spectre de raies**.

1.1.3. Sources monochromatiques



Définition 2.4. Source monochromatique

Une **source monochromatique idéale** est une source lumineuse dont le spectre ne contient qu'une unique longueur d'onde.

Propriété 2.5. Laser

Un **laser** se comporte en bonne approximation comme une source monochromatique. Son spectre n'est composé que d'une seule raie très fine (figure 2.4).

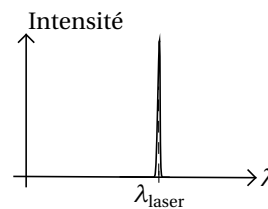


Figure 2.4. Spectre d'un laser.

Remarque

On peut aussi créer une source monochromatique en utilisant une lampe spectrale associée à un filtre optique ce qui permet de ne conserver qu'une unique raie d'émission de la lampe.

1.2. Propagation de la lumière dans un milieu transparent

1.2.1. Propagation dans le vide

Propriété 2.6. Propagation de la lumière dans le vide

Dans le vide, la lumière se propage à la **célérité** $c \approx 3,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La fréquence ν de l'onde lumineuse est liée à la **longueur d'onde dans le vide** λ_0 par la relation : $\lambda_0 = c / \nu$.

La couleur est associée à la longueur d'onde dans le vide λ_0 de la lumière (tableau 2.1).

Couleur	limite UV	bleu	vert	jaune	orange	rouge	limite IR
λ_0 (nm)	400	470	530	580	600	650	780

Tableau 2.1. Couleurs associées à différentes longueurs d'onde dans le vide.

1.2.2. Propagation dans un milieu matériel transparent



Définition 2.7. Milieu transparent

Un **milieu transparent** est un milieu qui laisse passer la lumière (sinon le milieu est dit « opaque »). Ce milieu est dit :

- **homogène** s'il possède les mêmes propriétés en tout point;
- **isotrope** si la propagation de la lumière est identique dans toutes les directions de l'espace.

Lorsque la lumière se propage dans un milieu matériel transparent, la vitesse v de propagation de l'onde diffère de la célérité dans le vide c .



Définition 2.8. Indice optique

La vitesse v de propagation de la lumière dans un milieu transparent, homogène et isotrope

est $v = \frac{c}{n}$ où $n = \frac{c}{v}$ est l'**indice optique** du milieu et $n \geq 1$.

Le tableau 2.2 donne quelques ordres de grandeur d'indices optiques à connaître.

Milieu	air	eau	verre
n	$1,00029 \approx 1,00$	1,33	1,58

Tableau 2.2. Indices optiques.

Propriété 2.9. Propagation dans un milieu transparent

Dans un milieu transparent, homogène et isotrope, la fréquence ν de l'onde électromagnétique est liée à la **longueur d'onde dans le milieu** λ par la relation : $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda_0}{n}$.

Remarque

Dans un milieu transparent, seule la longueur d'onde λ est modifiée par rapport à sa valeur dans le vide λ_0 . La fréquence de l'onde ν est inchangée.

1.3. Modèle de l'optique géométrique

Dans le modèle de l'optique géométrique, la propagation de la lumière est décrite en termes de rayons lumineux.

1.3.1. Notion de rayon lumineux



Définition 2.10. Rayon lumineux

Un **rayon lumineux** matérialise la propagation de la lumière. On le représente par un trait et une flèche (figure 2.5).

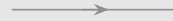


Figure 2.5. Représentation d'un rayon lumineux.

Propriété 2.11. Propriétés des rayons lumineux

1. Un rayon lumineux se propage en ligne droite dans un milieu homogène et isotrope.
2. Le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point A vers un point B situés sur un même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière entre ces deux points (principe de retour inverse de la lumière).
3. Les rayons lumineux issus d'une même source ou de sources différentes sont indépendants.

Remarque

Il est impossible d'isoler expérimentalement un rayon lumineux à cause de la diffraction, c'est un outil théorique.

1.3.2. Hypothèse de l'optique géométrique



Définition 2.12. Modèle de l'optique géométrique

Le modèle de l'optique géométrique et donc la notion de rayon lumineux ne sont valables que dans l'approximation où toutes les ouvertures traversées sont de dimensions a grandes devant la longueur d'onde λ de la lumière ($a \gg \lambda$). Ainsi, **les phénomènes de diffraction peuvent être négligés.**

2 Lois de Snell-Descartes

Propriété 2.13. Lois de Snell-Descartes

À l'interface entre deux milieux différents, appelée « **dioptre** », un rayon lumineux donne en général naissance à un **rayon réfléchi** et à un rayon transmis, appelé « **rayon réfracté** » (figure 2.6). Les propriétés de ces rayons sont données par les lois de Snell-Descartes :

- les rayons réfléchi et réfracté sont contenus dans le plan d'incidence formé par la normale au dioptre et le rayon incident ;
- **loi de la réflexion** : le rayon réfléchi est le symétrique du rayon incident par rapport à la normale au dioptre ; soit :

$$r = -i_1 ;$$

- **loi de la réfraction** : l'angle de réfraction i_2 est lié à l'angle d'incidence par la relation :

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2) ,$$

où n_1 et n_2 sont les indices optiques respectifs des milieux d'incidence et de réfraction.

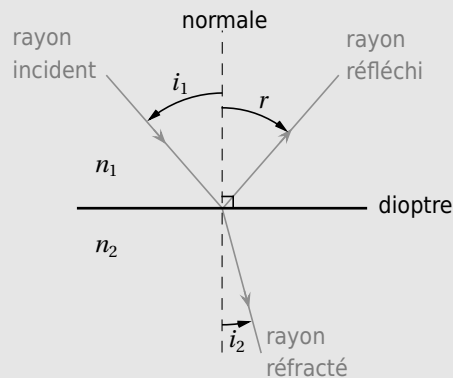


Figure 2.6. Réflexion et réfraction d'un rayon lumineux au niveau d'un dioptre dans le cas où $n_2 > n_1$.



Attention !

Les angles i_1 , r et i_2 sont orientés de la normale au dioptre vers le rayon considéré. Ce sont donc des quantités algébriques.

3 Miroir plan

Un miroir plan est un **système optique** constitué d'une surface plane parfaitement réfléchissante. Le rayon incident est entièrement réfléchi selon la loi de la réflexion de Snell-Descartes.

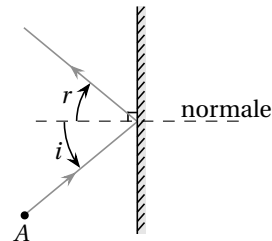


Figure 2.7. Miroir plan.



Définition 2.14. Système optique

Un système optique est un système physique composé d'éléments optiques (lentilles, miroirs...) capables de modifier les trajectoires ou les propriétés des rayons lumineux.

Remarque

Sur la figure 2.8, A est un objet ponctuel. Il émet de la lumière de manière isotrope, c'est-à-dire que des rayons lumineux partent de A dans toutes les directions de l'espace. Seul un unique rayon lumineux a été représenté sur la figure 2.7.

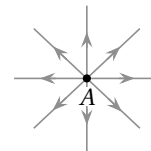


Figure 2.8. Source ponctuelle isotrope.



Définition 2.15. Image

L'**image** A' d'un objet ponctuel A est située à l'endroit où semblent se croiser les rayons lumineux émergents après la réflexion sur le miroir.

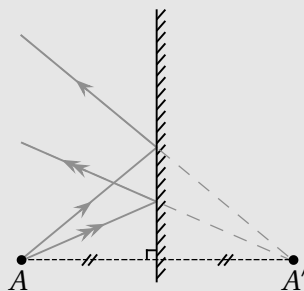


Figure 2.9. Image d'un point objet au travers d'un miroir plan.

Propriété 2.16. Image par un miroir plan

L'image A' d'un point objet A au travers d'un miroir plan correspond au symétrique de A par rapport au plan du miroir (figure 2.9).

Sur la figure 2.9, l'image A' de A est située derrière le miroir. Les rayons lumineux semblent provenir de A' , mais n'en proviennent pas réellement. Si l'on place un écran au niveau de A' , on observe rien sur l'écran. En revanche, en regardant à l'œil les rayons réfléchis par le miroir, tout se passe comme si les rayons provenaient effectivement de A' .



Définition 2.17. Image virtuelle

Lorsque les rayons émergents semblent provenir de l'image sans réellement s'y croiser, on parle d'**image virtuelle**. Dans ce cas, on ne peut pas la voir sur un écran placé sur sa position.

MÉTHODES PAS À PAS

Méthode 1. Longueurs d'onde et indices optiques

1. Une radiation lumineuse possède une longueur d'onde $\lambda_v = 400 \text{ nm}$ dans un verre d'indice optique $n_v = 1,50$. Quel est la couleur de cette lumière?
2. Un atome présentant deux niveaux d'énergie émet une radiation de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$. Calculer l'écart en énergie entre les deux niveaux de l'atome.
3. Une impulsion lumineuse d'une durée de $\tau = 10 \text{ ps}$ composée d'une onde électromagnétique de fréquence $f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ met une durée $\Delta t = 300 \text{ ps}$ à traverser un cristal d'une épaisseur de $e = 5 \text{ cm}$.
 - (a) Quel est l'indice optique n_c du cristal?
 - (b) De combien d'oscillations de l'onde lumineuse est composée l'impulsion?

Application de la méthode

1. La longueur d'onde dans le vide de cette radiation est $\lambda_0 = \lambda_v n_v = 600 \text{ nm}$. La lumière est donc de couleur orange.



Attention!

C'est la longueur d'onde dans le vide de la lumière qui détermine sa couleur.

2. D'après la relation de Planck-Einstein, l'écart en énergie entre les deux niveaux est $\Delta \mathcal{E} = hc/\lambda_0$ où $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ est la constante de Planck. Il vient $\Delta \mathcal{E} = 3,7 \times 10^{-19} \text{ J}$.
3. (a) La vitesse de propagation de l'impulsion dans le cristal est $v = e/\Delta t = 1,7 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. L'indice optique du milieu est donc $n_c = c/v = 1,8$.
(b) La durée d'une oscillation de l'onde lumineuse est $T = 1/f$. On en déduit que le nombre d'oscillations de l'onde lumineuse dans l'impulsion est $N = \tau/T = \tau f = 5 \times 10^3$.

Méthode 2. Lectures et manipulations de spectres

Afin de repérer des composés biologiques particuliers par microscopie, une technique consiste à utiliser des molécules fluorescentes, appelées marqueurs, qui se fixent spécifiquement sur les tissus biologiques d'intérêt. Une des molécules fluorescentes utilisées comme marqueur biologique est la rhodamine. Cette molécule présente un spectre d'émission de fluorescence légèrement décalé vers le rouge par rapport à son spectre d'absorption (figure 2.10).

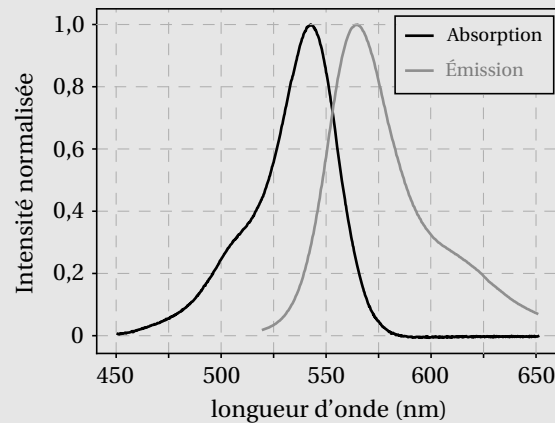


Figure 2.10. Spectres d'absorption et d'émission par fluorescence de la rhodamine.

L'observation de la fluorescence de la rhodamine se fait grâce à un dispositif de microscopie de fluorescence (figure 2.11 a). L'éclairage du microscope est réalisé par une lampe au mercure associée à un filtre. Grâce à un miroir dichroïque, miroir qui réfléchit une plage de longueur d'onde et transmet les longueurs d'onde complémentaires, la lumière est envoyée vers l'objectif de microscope puis vers l'échantillon. La lumière de fluorescence de la rhodamine de l'échantillon est collectée par le même objectif de microscope et est transmise par le miroir dichroïque pour être finalement observée à l'œil.

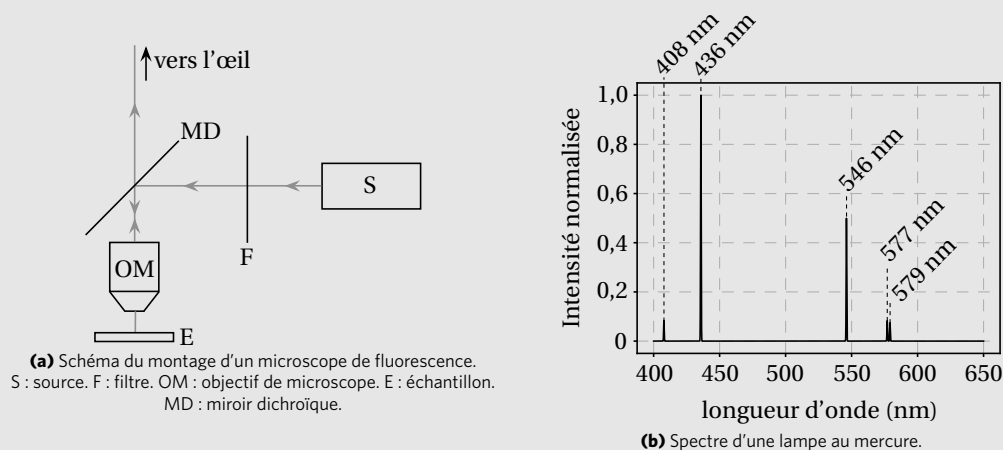


Figure 2.11. Microscope à fluorescence de rhodamine.

1. La lampe au mercure utilisée dans l'expérience est-elle une source monochromatique?
2. Le filtre F transmet les longueurs contenues dans une plage de 5 nm autour d'une valeur λ_0 . Déterminer la valeur de λ_0 de manière à ce que la lumière soit absorbée par la rhodamine de l'échantillon. De quelle couleur est la lumière en sortie du filtre?
3. Après absorption de la lumière filtrée de la source, la rhodamine émet de la lumière par fluorescence. De quelle couleur est la lumière émise par la rhodamine?
4. Le site d'un constructeur propose trois miroirs dichroïques afin de réaliser cette expérience. La transmission, c'est-à-dire la proportion de puissance transmise par rapport à la puissance incidente, en fonction de la longueur d'onde pour chacun de ces miroirs est donnée sur la figure 2.12. Quel miroir dichroïque doit-on choisir pour travailler avec la rhodamine?

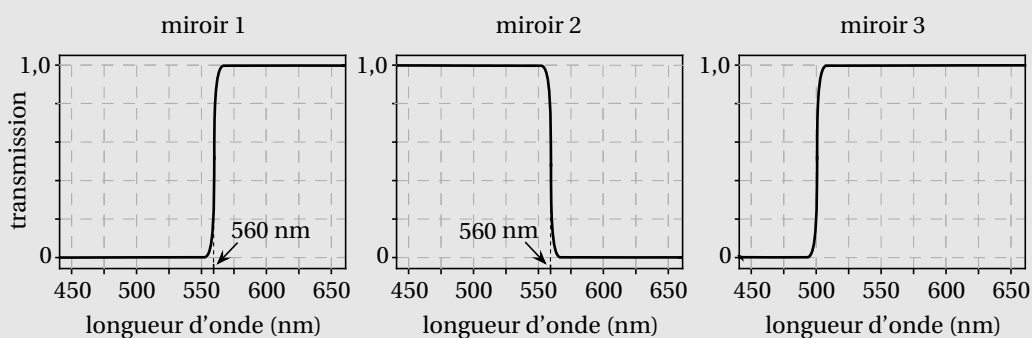


Figure 2.12. Transmission en fonction de la longueur d'onde pour trois miroirs dichroïques.

Application de la méthode

1. Le spectre de la lampe au mercure représenté sur la figure 2.11b montre que la lumière émise par cette source est composée de plusieurs longueurs d'onde différentes. La lumière émise par la lampe au mercure n'est donc pas monochromatique.
2. La figure 2.10 montre que la rhodamine absorbe la lumière lorsque sa longueur d'onde est comprise entre 500 nm et 570 nm. La seule raie de la lampe au mercure qui peut être absorbée par la rhodamine est de longueur d'onde 546 nm. Le filtre doit donc sélectionner cette raie, il faut alors imposer $\lambda_0 = 546$ nm.
La lumière en sortie du filtre est monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 546$ nm. Cette lumière est donc verte.
3. La rhodamine émet une lumière par fluorescence dont le maximum du spectre se trouve environ à 565 nm. La lumière émise par la rhodamine est donc jaune.
4. Le miroir dichroïque doit réfléchir ($T \approx 0$) les longueurs d'onde plus faibles que 560 nm afin de permettre de rediriger la lumière de la source de longueur d'onde 546 nm vers l'échantillon et transmettre ($T \approx 1$) les longueurs d'onde supérieures à 560 nm afin de permettre à l'observateur d'observer la fluorescence de la rhodamine à 565 nm. Le seul miroir à satisfaire ces deux propriétés est le miroir 1.

Méthode 3. Expression de l'angle limite de réflexion totale

Considérons un dioptre séparant deux milieux transparents d'indices n_1 et $n_2 < n_1$. Un rayon lumineux se propageant dans le milieu d'indice n_1 fait un angle i_1 avec la normale au dioptre.

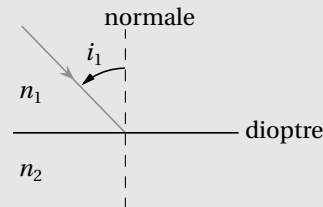


Figure 2.13. Rayon lumineux incident sur un dioptre.

1. Reproduire et compléter le schéma de la figure 2.13 en ajoutant le rayon réfléchi et le rayon réfracté ainsi que les angles de réflexion r et de réfraction i_2 . Est-ce que le rayon réfracté s'approche ou s'écarte de la normale au dioptre ?
2. Montrer que le rayon réfracté n'existe que tant que l'angle d'incidence est plus petit qu'un angle i_ℓ dont on donnera l'expression.
3. L'angle i_ℓ est appelé « angle limite de réflexion totale ». Expliquer cette dénomination. Que se passe-t-il pour $i_1 > i_\ell$?
4. Calculer l'angle limite de réflexion totale dans le cas d'une interface eau ($n_v = 1,33$)-air ($n_a = 1,00$) et diamant ($n_d = 2,54$)-air ($n_a = 1,00$).

Application de la méthode

1. Dans le cas où $n_1 > n_2$, la loi de la réfraction donne : $\sin(i_1) < \sin(i_2)$. Comme i_1 et i_2 sont compris entre 0 et $\pi/2$ et que la fonction $x \mapsto \sin(x)$ est croissante sur cet intervalle, on a $i_2 > i_1$. Le rayon réfracté s'écarte donc de la normale au dioptre.

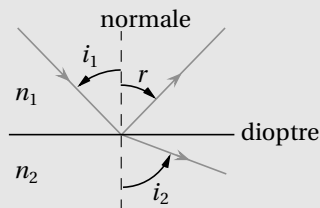


Figure 2.14. Réfraction sur un dioptre dans le cas où $n_1 > n_2$.

2. La loi de la réfraction au niveau du dioptre s'écrit : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$. En augmentant i_1 , le rayon réfracté s'approche du dioptre. À la limite de disparition du rayon réfracté, ce dernier est confondu avec le dioptre soit $i_2 = \frac{\pi}{2}$ et $i_1 = i_\ell$. Il vient alors $\boxed{\sin(i_\ell) = \frac{n_2}{n_1}}$.
3. Pour $i_1 > i_\ell$, le rayon réfracté n'existe plus. L'ensemble de la puissance lumineuse est réfléchi, on parle de **réflexion totale**. i_ℓ est donc l'angle d'incidence limite d'apparition du phénomène de réflexion totale.

Propriété 2.18. Réflexion totale

Dans le cas où $n_1 > n_2$, le rayon transmis disparaît lorsque l'angle d'incidence i_1 est tel que $i_1 > i_\ell$, c'est le **phénomène de réflexion totale**. L'angle i_ℓ est appelé « angle limite de réflexion totale » et est donné par la relation :

$$\sin(i_\ell) = \frac{n_2}{n_1}.$$



Attention !

Le phénomène de réflexion totale n'est observé que dans le cas où l'indice optique n_1 du milieu d'incidence est supérieur à l'indice optique n_2 du milieu de réfraction.

4. L'application numérique donne :
- interface eau-air : $i_\ell = 48,6^\circ$;
 - interface diamant-air : $i_\ell = 24,4^\circ$.

Méthode 4. Fibre optique à saut d'indice

Une fibre à saut d'indice est composée d'un cœur cylindrique transparent d'indice $n_c = 1,62$ entouré d'une gaine elle aussi transparente d'indice $n_g = 1,52$ (figure 2.15). On note (Ox) l'axe de révolution de la fibre optique. On note $n_a = 1$ l'indice optique de l'air. Dans cet exercice, les angles ne sont pas orientés.

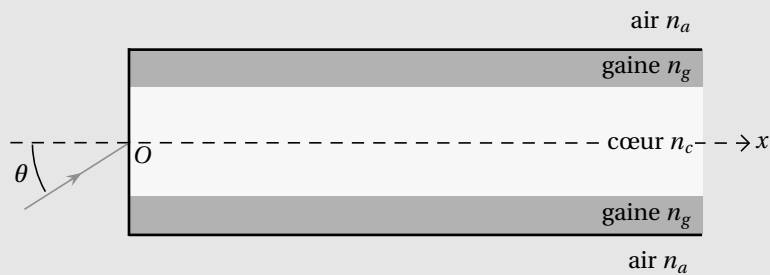


Figure 2.15. Fibre optique à saut d'indice.

Angle d'acceptance et ouverture numérique

On considère un rayon lumineux se propageant dans l'air et arrivant au niveau du cœur de la fibre optique en O avec un angle d'incidence θ par rapport à l'axe (Ox) .

1. Par quel phénomène, le rayon lumineux incident peut se propager sans perte dans le cœur de la fibre optique ?

- Reproduire et compléter le schéma de la figure 2.15 en représentant le trajet du rayon lumineux qui se propage dans la fibre optique.
- Par un raisonnement qualitatif, montrer que la propagation sans pertes dans la fibre optique n'est possible que si l'angle d'incidence θ est inférieur à un angle limite θ_ℓ appelé « angle d'acceptance ».
- On note i_ℓ l'angle d'incidence limite du rayon lumineux au niveau de l'interface entre le cœur et la gaine de telle sorte que le rayon se propage sans pertes dans la fibre optique. Déterminer l'expression de i_ℓ en fonction de n_c et n_g .
- L'ouverture numérique de la fibre est $ON = \sin(\theta_\ell)$. Montrer que :

$$ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}.$$

Faire l'application numérique.

Dispersion dans une fibre à saut d'indice

La fibre de longueur $L = 10\text{ km}$ est éclairée par un faisceau conique de demi-angle au sommet θ_ℓ composé de rayons lumineux couvrant l'ensemble des valeurs d'angle d'incidence compris entre $\theta = 0$ et $\theta = \theta_\ell$.

- Quel est le rayon lumineux qui traverse le plus rapidement la fibre? Déterminer l'expression durée de parcours T_1 de ce rayon.
- Quel est le rayon lumineux qui met la durée la plus longue pour traverser la fibre? Déterminer l'expression durée de parcours T_2 de ce rayon.
- Montrer que la différence de temps de parcours entre les deux rayons précédents s'écrit :

$$\delta T = T_2 - T_1 = \frac{n_c(n_c - n_g)}{n_g} \frac{L}{c}.$$

Faire l'application numérique.

L'intensité du faisceau lumineux en entrée de la fibre est maintenant modulée de telle sorte qu'on injecte dans la fibre des impulsions lumineuses de durée $\tau \ll \delta T$ répétées avec une période T_r (figure 2.16).

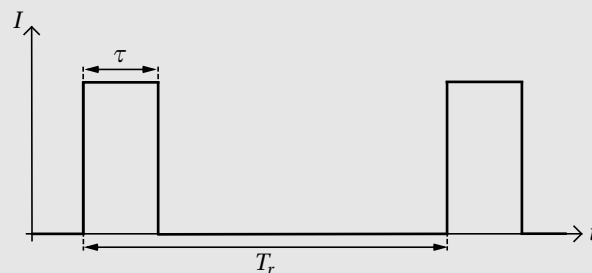


Figure 2.16. Intensité lumineuse I en entrée de fibre en fonction du temps.

- Représenter l'allure de l'intensité lumineuse en sortie de la fibre en fonction du temps.
- Quelle durée minimale $T_{r,\min}$ doit séparer deux impulsions successives pour qu'elles ne se superposent pas en sortie de la fibre? En déduire le débit maximal $D_{\max}$ de la fibre en bits/s.
- Calculer le temps nécessaire à la transmission d'un fichier de 100 Mo. Commenter.

Application de la méthode

Angle d'acceptance et ouverture numérique

1. Le rayon lumineux se propage sans perte par réflexion totale à l'interface cœur-gaine.
2. Le trajet d'un rayon lumineux se propageant dans la fibre optique par réflexion totale est représenté sur la figure 2.17.

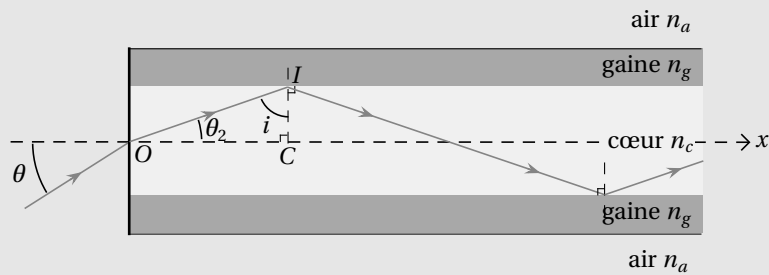


Figure 2.17. Rayon lumineux se propageant par réflexion totale dans la fibre optique.

3. Le phénomène de réflexion totale apparaît lorsque l'angle d'incidence i du rayon lumineux au niveau de l'interface cœur-gaine est tel que $i > i_\ell$ où i_ℓ est l'angle limite de réflexion totale. La relation entre les angles du triangle OIC s'écrit $\theta_2 + i + \frac{\pi}{2} = \pi$, ou encore :

$$i = \frac{\pi}{2} - \theta_2. \quad (2.1)$$

Lorsque θ augmente, l'angle de réfraction θ_2 augmente aussi et donc i diminue de telle sorte que lorsque θ dépasse une certaine valeur θ_ℓ , i devient plus faible que i_ℓ . Dans ce cas le phénomène de réflexion totale n'a plus lieu et il existe un rayon réfracté dans la gaine. De l'énergie lumineuse est perdue. Ainsi, il y a réflexion totale dans la fibre et donc propagation sans pertes que si $\theta < \theta_\ell$.

4. i_ℓ est l'angle limite de réflexion totale à l'interface cœur-gaine dont l'expression est donnée par :

$$\sin(i_\ell) = \frac{n_g}{n_c}.$$

5. On considère le rayon incident sur la fibre optique faisant un angle θ_ℓ avec l'axe (Ox). La loi de Snell-Descartes appliquée au point O à l'interface air - cœur, avec $n_a = 1$ donne :

$$\sin(\theta_\ell) = n_c \sin(\theta_{2,\ell}). \quad (2.2)$$

En combinant les équations (2.1) et (2.2), il vient :

$$\sin(\theta_\ell) = n_c \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_\ell\right) = n_c \cos(i_\ell).$$

En notant que $\cos^2(i_\ell) = 1 - \sin^2(i_\ell) = 1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2$, on a $\sin(\theta_\ell) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$. Finalement, l'ouverture numérique s'écrit :

$$\text{ON} = \sin(\theta_\ell) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} = 0,56.$$

Propriété 2.19. Cône d'acceptance d'une fibre optique

Les rayons se propageant sans pertes dans la fibre optique sont compris dans un cône, appelé « **cône d'acceptance** », de demi-angle au sommet θ_ℓ dont l'expression est donnée par la relation :

$$\sin(\theta_\ell) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}.$$

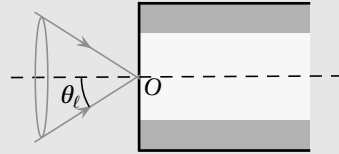


Figure 2.18. Cône d'acceptance d'une fibre optique.

Dispersion dans une fibre à saut d'indice

6. Le rayon lumineux qui traverse le plus rapidement la fibre optique correspond au rayon incident parallèle à l'axe (Ox), c'est-à-dire présentant un angle d'incidence $\theta = 0$ au niveau de l'entrée de la fibre.

Ce rayon parcourt une distance L à la vitesse $v = c/n_c$ dans le cœur de fibre. Son temps de parcours est donc

$$T_1 = \frac{Ln_c}{c}.$$

7. Le rayon lumineux qui met le plus de temps à traverser la fibre optique est le rayon d'angle d'incidence θ_ℓ à l'entrée de la fibre.

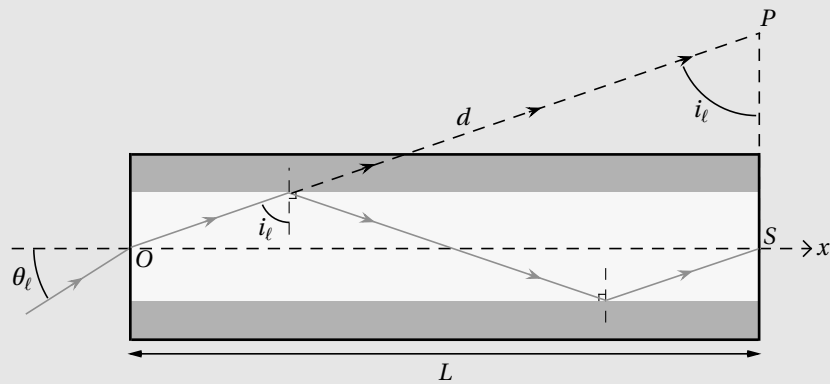


Figure 2.19. Dépliement du trajet effectué par la lumière dans la fibre pour le calcul de T_2 .

Afin de calculer la longueur d du trajet effectué par la lumière dans la fibre optique, on peut « déplier » le chemin effectué par le rayon (figure 2.19). Dans le triangle OSP , il vient :

$\sin(i_\ell) = \frac{L}{d}$ soit $d = \frac{L}{\sin(i_\ell)} = \frac{Ln_c}{n_g}$. La lumière se propageant à la vitesse $v = c/n_c$ dans le cœur

de fibre, la durée de parcours de ce rayon est $T_2 = \frac{dn_c}{c}$ soit $T_2 = \frac{Ln_c^2}{n_g c}$.

8. La différence de temps de parcours s'écrit :

$$\delta T = T_2 - T_1 = \frac{Ln_c^2}{n_g c} - \frac{n_c L}{c} \quad \text{soit} \quad \boxed{\delta T = \frac{n_c(n_c - n_g) L}{n_g c} = 3,3 \text{ ns}}.$$

9. La différence de temps de propagation entre les différents rayons lumineux composant le faisceau incident sur la fibre optique conduit à un étalement temporel des impulsions lumineuses. Comme $\tau \ll \delta T$, la durée d'une impulsion en sortie de la fibre est donnée par δT correspondant à la différence de temps de parcours entre les rayons extrêmes, c'est-à-dire le rayon le plus rapide ($\theta = 0$) et celui dont la durée de parcours est la plus longue ($\theta = \theta_\ell$). L'intensité en sortie de la fibre en fonction du temps est représentée sur la figure 2.20.

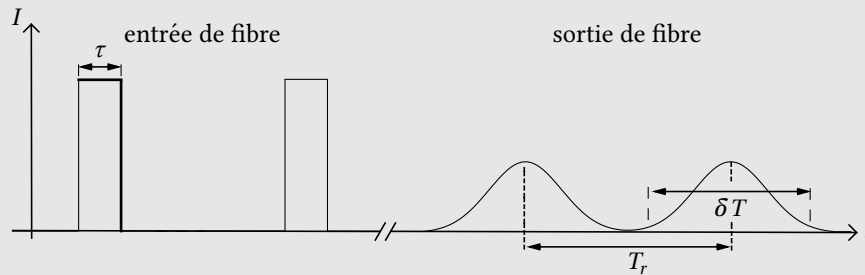


Figure 2.20. Intensité lumineuse en sortie de fibre optique.

Propriété 2.20. Dispersion intermodale d'une fibre optique

Le phénomène d'étalement temporel des impulsions lumineuses lors de la propagation dans une fibre optique est appelée **dispersion intermodale**. Ce phénomène est dû à la différence de temps de propagation entre les différents rayons lumineux compris dans le cône d'acceptance de la fibre.

10. Pour éviter que deux impulsions successives ne se superposent en sortie de fibre, il faut que la durée entre deux impulsions soit supérieure à la durée d'une impulsion en sortie de fibre soit $T_{r,\min} \geq \delta T$. On en déduit le débit maximal de la fibre :

$$\boxed{D_{\max} = 1/T_{r,\min} = 3,0 \times 10^2 \text{ kbits} \cdot \text{s}^{-1}}.$$

11. On a 1 octet = 8 bits donc la taille du fichier est $C = 100 \text{ Mo} = 800 \text{ Mbits}$. Le temps nécessaire au transfert de ce fichier est donc :

$$\boxed{\Delta T = C/D_{\max} = 2,7 \times 10^3 \text{ s} \approx 44 \text{ min}}.$$

Le temps de transfert de ce fichier est très long comparé à ce qui est observé dans la vie courante. Ceci s'explique par le fait que les fibres optiques utilisées en télécommunication ne sont pas des fibres à saut d'indice mais à gradient d'indice. Dans ce type de fibre, l'indice optique varie continûment entre le cœur et la gaine et le rayon lumineux ne se propage pas en ligne droite mais suivant une trajectoire courbée comme pour un mirage. Grâce à cela, l'ensemble des rayons ont quasiment le même temps de parcours dans la fibre ce qui permet donc de réduire l'effet du phénomène de dispersion sur le débit de la fibre.

Méthode 5. Position de l'image d'un point au travers d'un miroir plan

On considère la situation ci-contre où un point objet A est situé devant un miroir plan.

1. En exploitant la loi de la réflexion de Snell-Descartes, trouver graphiquement la position de l'image A' de A par le miroir plan. Cette image est-elle réelle ou virtuelle?
2. Montrer que A' est le symétrique de A par le plan du miroir.

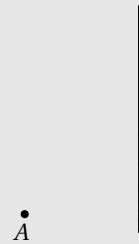


Figure 2.21.
Miroir et point objet A .

Application de la méthode

1. Le tracé des rayons réfléchis se déduit des rayons incidents par la loi de la réflexion de Snell-Descartes $r = -i$. L'image A' se trouve à l'intersection des prolongements des traits de construction des rayons réfléchis (figure 2.22).

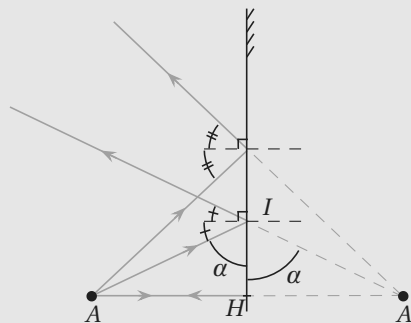


Figure 2.22. Tracé de l'image A' de A par le miroir plan.

A' est situé derrière le miroir, c'est donc une image virtuelle.

2. En traçant le rayon incident perpendiculaire au plan du miroir, on remarque que A et A' sont situés dans le même plan orthogonal au miroir. On note H le projeté orthogonal de A et A' sur le plan du miroir. Dans le triangle $A'IH$, on a $\tan(\alpha) = A'H/HI$ et dans le triangle AIH , $\tan(\alpha) = AH/HI$ (figure 2.22). Finalement, il vient $A'H = AH$ donc A' est bien le symétrique de A par le plan du miroir.

Méthode 6. Tracé de rayons lumineux avec plusieurs miroirs plans

Un observateur regarde un point lumineux A au travers de deux miroirs plans M_1 et M_2 positionnés perpendiculairement l'un par rapport à l'autre (figure 2.23).

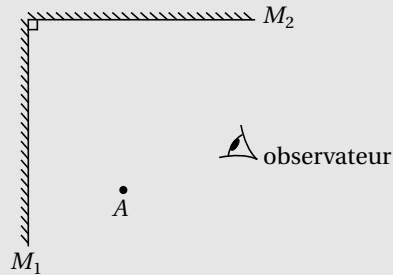


Figure 2.23. Observation d'un point lumineux A au travers de deux miroirs.

1. Reproduire le schéma de la figure 2.23 et y ajouter les images de A par les miroirs. Combien y a-t-il d'images?
2. Dessiner sur le schéma précédent les trajets des rayons lumineux permettant à l'observateur de voir A et ses différentes images.

Application de la méthode

1. Il y a trois images de A par les miroirs. Elles sont représentées sur la figure 2.24 :
 - l'image A_1 de A par le miroir M_1 est le symétrique de A par le plan de ce miroir;
 - l'image A_2 de A par le miroir M_2 est le symétrique de A par le plan de ce miroir;
 - l'image A_{12} de A au travers des miroirs M_1 et M_2 correspond au symétrique de A_1 par le plan du miroir M_2 ou encore au symétrique de A_2 par rapport au plan du miroir M_1 .

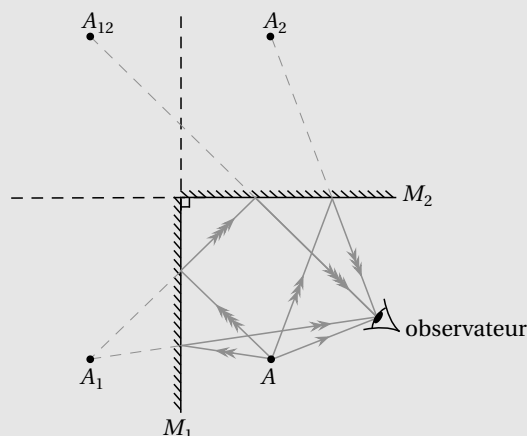


Figure 2.24. Tracé des rayons lumineux issus d'un point A arrivant à l'œil de l'observateur.

2. Les trajets des rayons lumineux sont tracés sur la figure 2.24.



Attention !

Le rayon lumineux qui permet à un observateur de voir un objet ou une image est celui qui est issu de l'objet ou de l'image et qui arrive au niveau de l'œil de l'observateur.

Détaillons les constructions des rayons lumineux permettant à l'observateur de voir l'objet A ainsi que ses différentes images :

- objet A : le trajet du rayon lumineux est représenté avec une unique flèche sur la figure 2.24. Il est issu de A et arrive directement à l'œil ;
- image A_1 : le trajet du rayon lumineux est représenté avec deux flèches sur la figure 2.24. A_1 étant une image virtuelle, le rayon lumineux arrivant à l'œil semble provenir de A_1 jusqu'à ce qu'il intersecte le miroir M_1 . La partie incidente du rayon sur le miroir est issue de A et doit donc relier le point d'intersection du rayon et du miroir M_1 au point A ;
- image A_2 : le trajet du rayon lumineux est représenté avec trois flèches sur la figure 2.24. A_2 étant une image virtuelle, le rayon lumineux arrivant à l'œil semble provenir de A_2 jusqu'à ce qu'il intersecte le miroir M_2 . La partie incidente du rayon sur le miroir est issue de A et doit donc relier le point d'intersection du rayon et du miroir M_2 au point A ;
- image A_{12} : le trajet du rayon lumineux est représenté avec quatre flèches sur la figure 2.24. A_{12} étant une image virtuelle, le rayon lumineux semble provenir de A_{12} jusqu'à ce qu'il intersecte le miroir M_2 . A_{12} étant l'image de A_1 par le miroir M_2 , le rayon lumineux semble donc provenir de A_1 avant son intersection avec M_2 . Cependant, ce rayon subit une nouvelle réflexion sur M_1 car A_1 est l'image de A par M_1 . Le rayon incident sur M_1 provient donc de A et relie le point A au point d'intersection de M_1 et du rayon semblant provenir de A_1 .

EXERCICES

Exercices d'application du chapitre 2

●○○

20 min.

EXERCICE 1 Réfractomètre

En chimie, une des méthodes de caractérisation d'un liquide est la mesure de son indice de réfraction grâce à un réfractomètre. Dans cet appareil, une goutte de liquide d'indice n_ℓ inconnu est déposée à la surface d'un bloc de verre d'indice $n_v = 1,50$ (figure 2.25). Un rayon lumineux est envoyé dans le système et on repère l'angle de sortie θ pour lequel il y a réflexion totale à l'interface entre la goutte et le bloc de verre. L'indice de l'air est supposé égal à 1.

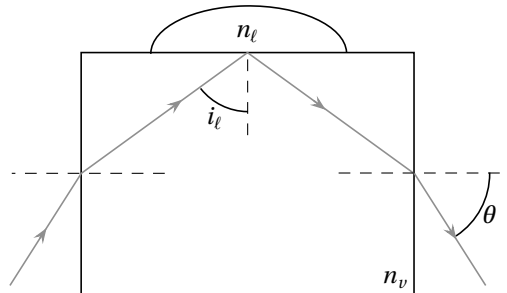


Figure 2.25. Principe d'un réfractomètre

1. Exprimer l'angle limite de réflexion totale i_ℓ en fonction de n_ℓ et n_v .
2. En déduire l'expression de n_ℓ en fonction de n_v et θ .
3. Faire l'application numérique pour $\theta = \pi/6$.
4. Quel est l'indice n_ℓ maximal pouvant être mesuré par ce dispositif.

●●○

30 min.

EXERCICE 2 Problème de pêcheur

1. On considère un petit poisson supposé ponctuel situé à une profondeur $h = 50$ cm. Un pêcheur observe, avec un angle $r = 30^\circ$, l'image du poisson au travers du dioptre formé par la surface de l'eau (figure 2.26). On note $n_e = 1,33$ l'indice de l'eau et l'air est supposé d'indice 1.

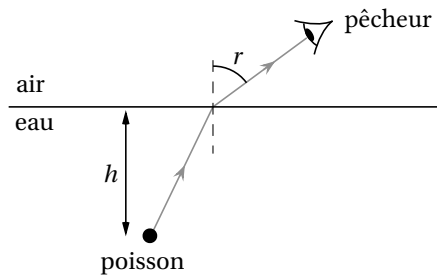


Figure 2.26. pêcheur observant un poisson.

- (a) Reproduire le schéma de la figure 2.26 et dessiner l'image du poisson vu par le pêcheur.
 - (b) Déterminer la profondeur h_i de l'image du poisson vu par le pêcheur en fonction de r , n_e et h . Faire l'application numérique.
2. Le poisson précédent se cache à une profondeur h sous le centre d'un nénuphar circulaire de rayon $R = 10$ cm. Un pêcheur cherche à observer le poisson depuis la surface.

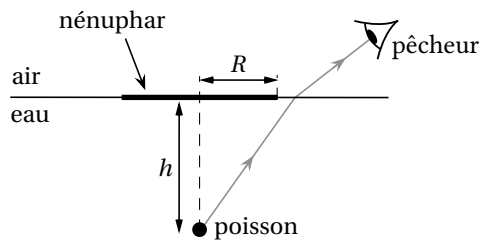


Figure 2.27. Poisson sous un nénuphar.

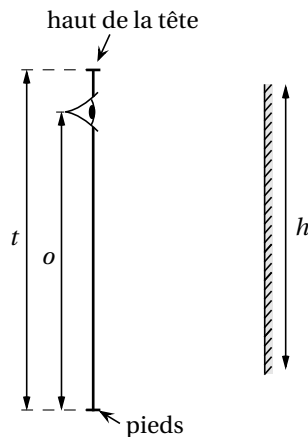
- (a) Quel phénomène permet au poisson de ne pas être observé par le pêcheur même si ce dernier place son œil au ras de la surface de l'eau ? Reproduire le schéma de la figure 2.27 dans le cas limite où le poisson disparaît sous le nénuphar.
- (b) Déterminer la profondeur maximale $h_{\max}$ jusqu'à laquelle le poisson ne pourra jamais être vu par le pêcheur.

●○○

20 min.

EXERCICE 3 Se voir en entier dans un miroir

Un miroir domestique de hauteur h est accrochée sur un mur vertical. Une personne de taille $t = 1,80$ m dont les yeux se trouve à une hauteur $o = 1,70$ m se tient debout à une distance $d = 1$ m du miroir. On suppose que le haut du miroir est accrochée à une hauteur $s = \frac{t+o}{2}$, c'est-à-dire à mi-hauteur entre le sommet de la tête et les yeux (figure 2.28).

Figure 2.28. Observateur se regardant dans un miroir hauteur h .

1. Faire un schéma représentant la personne ainsi que son image dans le miroir dans le cas où la personne se voit en entier et où la hauteur h du miroir est minimale.
2. Déterminer la valeur numérique de h permettant à la personne de se voir en entier dans le miroir. Ce résultat dépend-il de la distance d ?
3. Pourquoi a-t-on accroché le miroir à mi-hauteur entre les yeux et le sommet de la tête ?

●●○
20 min.

EXERCICE 4 Déviation par deux miroirs

Deux miroirs plans formant un angle α (figure 2.29) sont éclairés par un rayon lumineux d'angle d'incidence i sur l'un des miroirs.

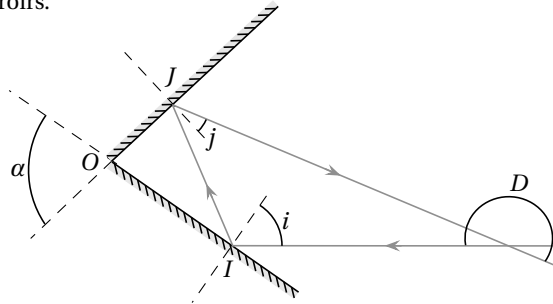


Figure 2.29. Déviation par deux miroirs séparés d'un angle α .

1. On note D l'angle de déviation totale du rayon émergent du dispositif par rapport au rayon incident. Exprimer D en fonction de i et j où j est l'angle d'incidence du rayon sur le deuxième miroir.
2. Déterminer la relation liant les angles α , i et j . En déduire l'expression de l'angle de déviation D en fonction de α .
3. Pour quelle valeur de α le rayon sortant du dispositif est-il parallèle au rayon incident?

●●●
50 min.

EXERCICE 5 Arc-en-ciel

Un arc-en-ciel résulte de la réflexion de la lumière du Soleil dans les gouttes d'eau en suspension dans l'atmosphère.



Déviation des rayons lumineux

On considère une goutte d'eau sphérique de centre O éclairée par des rayons parallèles provenant du Soleil avec un angle d'incidence noté i (figure 2.30). On s'intéresse pour le moment au rayon lumineux qui subit une réflexion à l'intérieur de la goutte avant de ressortir. Dans un premier temps, la lumière est supposée monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$. L'indice optique de l'eau à cette longueur d'onde est $n_e = 1,3350$. L'indice de l'air est supposé égal à 1.

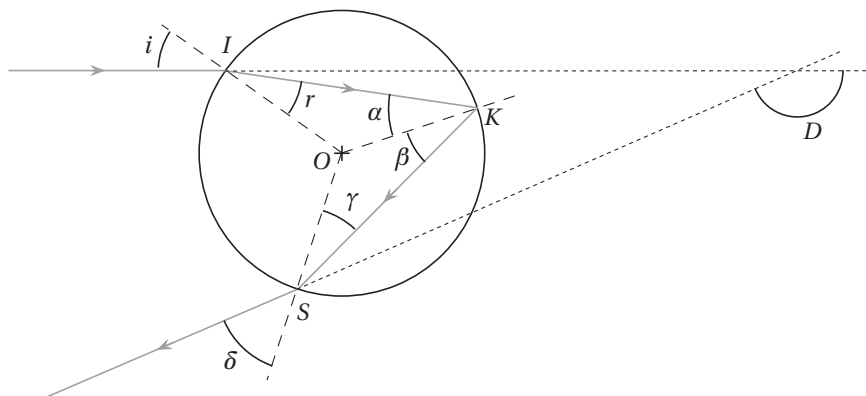


Figure 2.30. Réflexion et réfraction dans une goutte d'eau.

1. Quelle est la relation liant les angles i et r ?
2. Déterminer les expressions des angles α , β , γ et δ en fonction de r et i .
3. La réflexion en K peut-elle être totale ?
4. On note D la déviation totale du rayon sortant de la goutte par rapport au rayon incident. Montrer que :

$$D = \pi + 2i - 4r .$$
5. Par une représentation graphique avec Python, montrer que D passe par un minimum de déviation $D_{\min}$ pour un angle d'incidence $i_{\min}$.
6. Expliquer pourquoi les rayons lumineux observés par l'œil sont ceux pour lesquels la déviation est proche de $D_{\min}$.
7. En utilisant une méthode numérique de recherche de minimum de fonction, écrire un programme Python permettant de déterminer la valeur de $D_{\min}$ avec une précision en terme d'angle d'incidence à 0,01 rad.
8. En supposant que les rayons émis par le Soleil sont parallèles à la surface de la Terre, déterminer la valeur de l'angle θ par rapport à l'horizontal avec lequel un observateur tournant le dos au Soleil voit sa lumière se réfléchir dans les gouttes en suspension.
9. Faire un schéma de la situation précédente en faisant apparaître l'angle θ d'observation de la lumière du Soleil qui s'est réfléchi. Quelle est la forme lumineuse observée dans le ciel ?

Dispersion de la lumière

Le faisceau de lumière incident est en réalité polychromatique. L'indice optique n de la goutte d'eau dépend de la longueur d'onde λ de la lumière selon la loi de Cauchy :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

où $A = 1,323864$ et $B = 3,138 \times 10^{-15} \text{ m}^2$.

10. Compléter le programme Python précédent pour estimer le minimum de déviation $D_{\min}$ pour des longueurs d'onde comprises entre 450 nm et 750 nm.
11. Comment varie $D_{\min}$ lorsque la longueur d'onde augmente ?
12. Faire un schéma de l'observateur de la partie précédente en précisant les positions des gouttes qui réfléchissent la lumière rouge et la lumière bleue parvenant à l'œil de l'observateur. En déduire l'ordre de répartition des couleurs dans l'arc-en-ciel.

Deuxième arc-en-ciel

On considère maintenant un rayon lumineux qui effectue deux réflexions à l'intérieur de la goutte avant d'en sortir (figure 2.31).

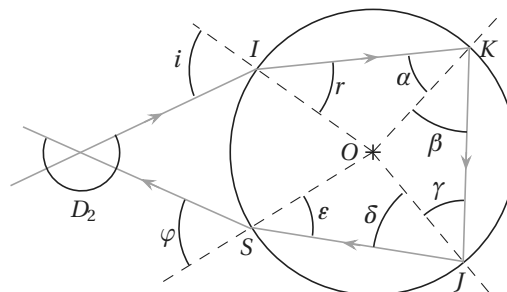


Figure 2.31. Double réflexion et réfraction dans une goutte d'eau.

13. Exprimer les angles α , β , γ , δ , ε et φ en fonction de r et i .
 14. Montrer que la déviation D_2 s'écrit :

$$D_2 = 2\pi + 2i - 6r.$$

15. En adaptant le programme Python développé dans partie précédente, estimer la déviation minimale $D_{2,\min}$ pour des longueurs d'onde comprises entre 450 nm et 750 nm. Comment varie $D_{2,\min}$ lorsque λ augmente ?
 16. Faire un schéma de l'observateur en précisant les positions des gouttes qui réfléchissent la lumière rouge et la lumière bleue. En déduire l'ordre de répartition des couleurs dans ce second arc-en-ciel.
 17. Expliquer pourquoi ce second arc-en-ciel est beaucoup moins lumineux que le premier.

Exercices expérimentaux du chapitre 2

●●○
20 min.



EXERCICE 6 Dispersion et loi de Cauchy

L'indice optique n d'un milieu transparent dépend de la longueur d'onde λ de la lumière. Dans le domaine visible, la dépendance de l'indice optique avec la longueur d'onde peut être modélisée par la loi de Cauchy :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

où A et B sont des constantes.

L'indice optique de l'eau à 24 °C a été mesuré à différentes longueurs d'onde. Les résultats de ces mesures sont résumés dans le code Python que vous trouverez en ligne :



Script Python en ligne

Script disponible sur notre plateforme :

www.lienmini.fr/40876-PYTH-1



1. Quelle courbe faut-il tracer pour obtenir une relation affine du type $Y = A + BX$?
2. À partir des incertitudes-types sur λ et n , évaluer numériquement les incertitudes-types sur X et Y .
3. En utilisant une régression linéaire, estimer numériquement les valeurs des constantes A et B de la loi de Cauchy dans le cas de l'eau.

Problèmes type concours du chapitre 2

●●○
20 min.

PROBLÈME I Pertes dans une fibre optique à saut d'indice (d'après écrit CCINP PC)

On considère une fibre optique à saut d'indice composée d'un cœur de rayon r_c et d'indice optique $n_c = 1,500$ et d'une gaine de rayon r_g et d'indice optique $n_g = 1,485$.

Pertes de courbure

Si la fibre peut être courbée sans grand inconvénient mécanique, cette courbure peut néanmoins conduire à une perte de l'énergie guidée.

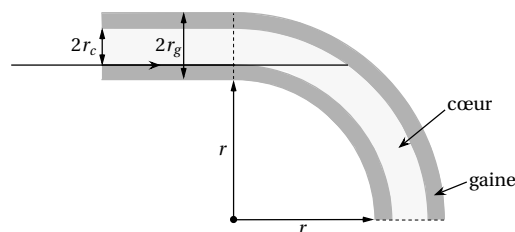


Figure 2.32. Fibre optique à saut d'indice courbée.

1. En raisonnant sur la figure 2.32, expliquer la raison de cette perte dans une fibre à saut d'indice.
2. En considérant un rayon pénétrant dans la fibre perpendiculairement à sa section, à la limite du bord inférieur, donner en fonction de n_c , n_g , r_c et r_g l'expression du rayon de courbure r à partir duquel la perte de courbure apparaîtra. Calculer ce rayon en considérant que $r_g + r_c = 1 \text{ mm}$ et $r_g - r_c \approx 0$. Conclure.

Pertes par raccordement

Pour assurer les transmissions à grande distance, il faut raccorder de nombreuses fibres optiques. La difficulté pour abouter deux fibres réside dans les dimensions en jeu : le cœur d'une fibre optique unimodale est de l'ordre de $9 \mu\text{m}$. Cependant, la liaison entre fibres optiques doit être particulièrement soignée sinon il peut y avoir une perte de puissance du signal et donc une moindre distance parcourue.

3. Commenter et illustrer, par un schéma simple, chacun des trois problèmes rencontrés lors de la jonction entre deux fibres de même diamètre de cœur et de gaine : la concentricité, l'écartement longitudinal et le désalignement angulaire.
4. Les fibres optiques multimodales OM1, aussi appelées 62,5/125, ont un cœur de diamètre de $62,5 \mu\text{m}$ et une gaine de diamètre extérieur de $125 \mu\text{m}$. Peuvent-elles être aboutées à des fibres optiques multimodales OM2, aussi appelées « 50/125 », dont le cœur a un diamètre de $50 \mu\text{m}$ et la gaine un diamètre extérieur de $125 \mu\text{m}$? Discuter selon le sens de propagation de la lumière dans les fibres.



Exercice en ligne :

Exercice disponible sur notre plateforme :

www.lienmini.fr/40876-EX0-2



CORRIGÉS

Corrigés des exercices d'application du chapitre 2 _____

EXERCICE 1

1. L'angle limite de réflexion totale à l'interface verre-liquide est donné par la relation $\sin(i_\ell) = n_\ell/n_v$.
2. Dans le triangle ABC , la somme des angles donne : $i_\ell + \theta_1 = \pi/2$ avec θ_1 qui est lié à θ par la loi de la réfraction au niveau de l'interface verre-air : $n_v \sin(\theta_1) = \sin(\theta)$ (figure 2.33).

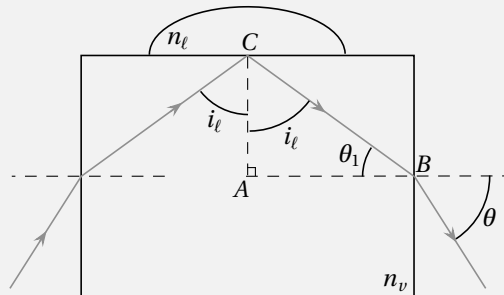


Figure 2.33. Relation entre les angles dans le réfractomètre.

Il vient alors $\sin(\theta) = n_v \sin(\pi/2 - i_\ell) = n_v \cos(i_\ell)$. En remarquant que $\cos^2(i_\ell) = 1 - \sin^2(i_\ell) = 1 - (n_\ell/n_v)^2$, on a $\sin(\theta) = \sqrt{n_v^2 - n_\ell^2}$. Finalement :

$$n_\ell = \sqrt{n_v^2 - \sin^2(\theta)}.$$

3. L'application numérique donne $n_\ell = 1,41$.
4. Il y a réflexion totale à l'interface verre-liquide tant que $n_\ell < n_v$. L'indice maximal $n_{\ell, \max}$ pouvant être mesuré par ce dispositif est donc égal à l'indice du verre, $n_{\ell, \max} = n_v = 1,50$.

EXERCICE 2

1. (a) L'image du poisson vu par le pêcheur se trouve à l'intersection du prolongement du rayon émergent du dioptre se dirigeant vers l'œil du pêcheur et de la normale au dioptre passant par le poisson (figure 2.34).

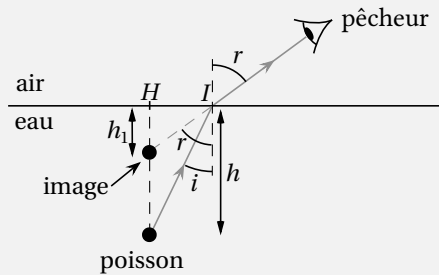


Figure 2.34. Image d'un poisson vu par un pêcheur au travers du dioptre séparant l'eau et l'air.

- (b) On note i , l'angle d'incidence du rayon lumineux issu du poisson sur le dioptre et I le point d'incidence du rayon sur le dioptre. La loi de Snell-Descartes en I donne $n_e \sin(i) = \sin(r)$. De plus, les relations de trigonométrie donnent :

$$\sin(r) = \frac{IH}{\sqrt{IH^2 + h_1^2}} \text{ et } \sin(i) = \frac{IH}{\sqrt{IH^2 + h^2}}. \text{ En combinant ces équations, on trouve :}$$

$$h_1 = \frac{h}{n_e} \sqrt{\frac{1 - \sin^2(r)}{1 - (\sin(r)/n_e)^2}} = 35 \text{ cm}.$$

2. (a) L'eau possède un indice optique plus élevé que celui de l'air, il peut donc y avoir réflexion totale de la lumière venant du poisson à l'interface eau-air. C'est ce phénomène qui permet au poisson de cacher du pêcheur.

Le rayon extrême pouvant être observé par le pêcheur avant que le poisson ne disparaisse sous le nénuphar correspond au cas où le point d'incidence du rayon sur l'interface eau-air se trouve au niveau du bord du nénuphar et le rayon réfracté rase la surface de l'eau (figure 2.33).

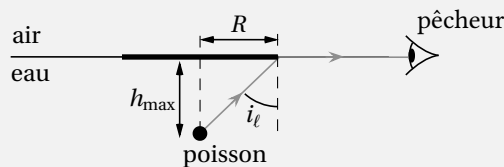


Figure 2.35. Cas limite d'observation du poisson sous le nénuphar par le pêcheur.

- (b) À la limite de réflexion totale, l'angle d'incidence est donné par la relation $\sin(i_\ell) = 1/n_e$. De plus,

$$\sin(i_\ell) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + h_{\max}^2}}. \text{ Il vient alors :}$$

$$h_{\max} = R \sqrt{(n_e^2 - 1)} = 8,8 \text{ cm}.$$

EXERCICE 3

1. Un schéma de la situation est représenté sur la figure 2.36.

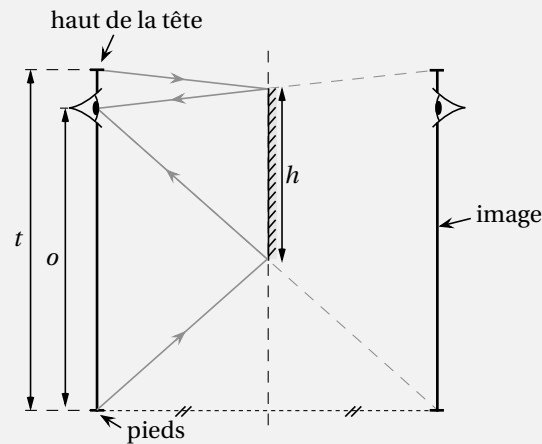


Figure 2.36. Schéma d'une personne se regardant en entier au travers d'un miroir domestique.

2. Le haut du miroir est accroché à mi-hauteur entre les yeux et le haut de la tête, c'est-à-dire qu'il se situe à une distance $\frac{t-o}{2}$ au dessus des yeux. De plus, afin que le rayon provenant des pieds de la personne frappe le miroir en son extrémité basse, il faut que la distance entre les yeux et le bas du miroir soit $o/2$. Finalement, la hauteur du miroir est $h = \frac{t-o}{2} + \frac{o}{2}$, c'est-à-dire $h = \frac{t}{2} = 90 \text{ cm}$. Ce résultat est indépendant de la distance d entre la personne et le miroir.
3. Accrocher le miroir à mi-hauteur entre les yeux et le haut de la tête permet de minimiser la hauteur h du miroir en s'assurant que le rayon provenant du haut de la tête frappe le miroir en son extrémité supérieure.

EXERCICE 4

1. La déviation du rayon lors de la réflexion sur le premier miroir est $\pi - 2i$, de même la déviation lors de la réflexion sur le deuxième miroir est $\pi - 2j$. La déviation totale est donc $D = 2\pi - 2(i + j)$.
2. Dans le triangle OIJ , il vient $\alpha = i + j$. On en déduit $D = 2\pi - 2\alpha$.
3. Le rayon émergent est parallèle au rayon incident si $D = \pi$ ce qui correspond à $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

EXERCICE 5**Déviation des rayons lumineux**

1. Loi de la réfraction en I : $\sin(i) = n_e \sin(r)$.
2. Les triangles IOK et OSK sont isocèles donc $\alpha = r$ et $\beta = \gamma$. De plus, la loi de la réflexion donne $\alpha = \beta$. Finalement, $\alpha = \beta = \gamma = r$ et donc $\delta = i$.
3. Comme $\alpha = r$, l'angle de réfraction en K est égal à i . Ainsi, comme $i < \pi/2$, il existe toujours un rayon réfracté en K , il ne peut donc pas y avoir réflexion totale en K . Seule une partie de l'énergie lumineuse est effectivement réfléchi en K .
4. Au niveau de la réfraction en I , le rayon lumineux est dévié de $i - r$. En K , la réflexion dévie le rayon de $\pi - 2r$. Enfin, la réfraction en S dévie le rayon de $i - r$. Finalement, la déviation totale du rayon est $D = \pi + 2i - 4r$.
5. Retrouvez le code Python correspondant en flashant le QR code suivant :



Script Python en ligne

Script disponible sur notre plateforme :

www.lienmini.fr/40876-PYTH-2

Le tracé de la déviation D en fonction de l'angle d'incidence est représenté sur la figure 2.37.

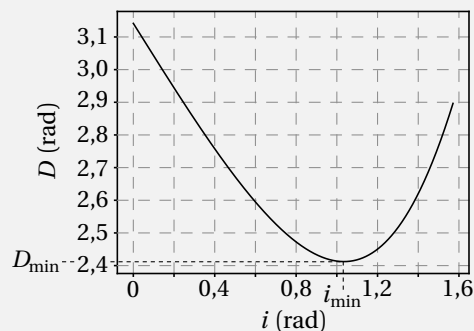


Figure 2.37. Déviation D en fonction de l'angle d'incidence i .

Sur la figure 2.37, on observe que la déviation admet bien un minimum que l'on note $D_{\min}$ atteint pour un angle d'incidence $i_{\min}$.

6. La déviation reste proche de $D_{\min}$ pour une plage importante d'angle d'incidence. Ainsi, un grand nombre de rayons lumineux sortent des gouttes avec une déviation proche de $D_{\min}$, c'est donc la direction dans laquelle la réflexion est la plus lumineuse.

7. Retrouvez le corrigé dans le code Python donné en question 5.

On trouve $D_{\min} = 2,413 \text{ rad}$.

8. L'observateur regarde les rayons réfléchis avec un angle $\theta = \pi - D$.

9. Le schéma de la situation est représenté sur la figure 2.38. L'observateur voit une forme lumineuse circulaire.

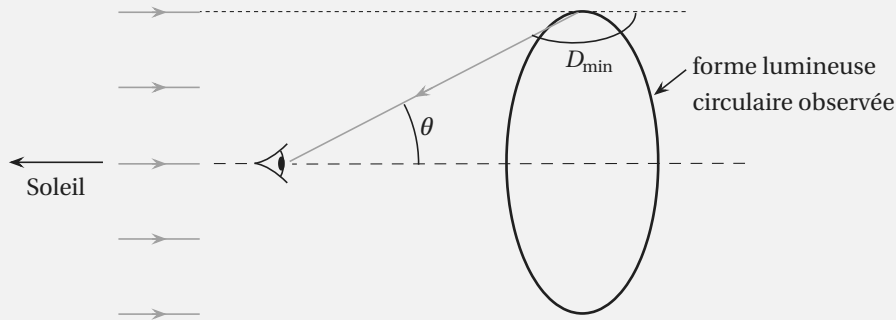


Figure 2.38. Schéma d'un observateur regardant la réflexion des rayons du Soleil dans des gouttes en suspension.

Dispersion de la lumière

10. Retrouvez le corrigé dans le code Python donné en question 5.

La déviation minimale $D_{\min}$ en fonction de la longueur d'onde λ de la lumière est représentée sur la figure 2.39.

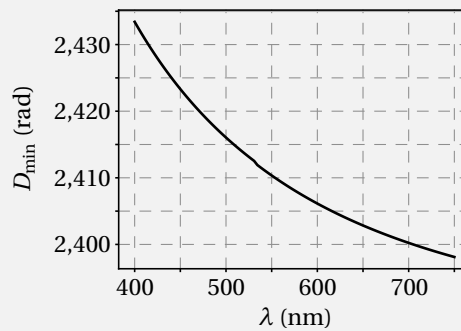


Figure 2.39. Déviation minimale $D_{\min}$ en fonction de la longueur d'onde λ de la lumière.

11. $D_{\min}$ diminue lorsque la longueur d'onde λ de la lumière augmente.

12. Le schéma de la situation est représenté sur la figure 2.40.

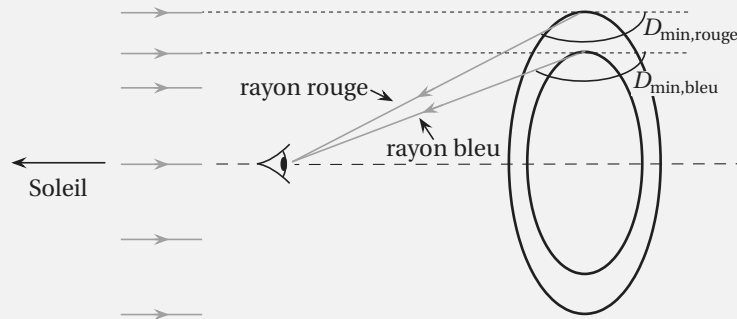


Figure 2.40. Schéma d'un observateur regardant la réflexion de la lumière polychromatique du Soleil dans des gouttes en suspension.

Le rouge étant moins dévié que le bleu ($D_{\min, \text{bleu}} > D_{\min, \text{rouge}}$), l'observateur voit le rouge au dessus du bleu dans l'arc-en-ciel.

Deuxième arc-en-ciel

13. $\alpha = \beta = \gamma = \delta = \varepsilon = r$ et $\varphi = i$.

14. À chaque réflexion dans la goutte, le rayon lumineux est dévié de $\pi - 2r$ et à chaque réfraction, le rayon est dévié de $i - r$. La déviation totale du rayon doublement réfléchi dans la goutte est donc $D_2 = 2\pi + 2i - 6r$.

15. Retrouvez le corrigé dans le code Python donné en question 5. La déviation minimale $D_{2,\min}$ en fonction de la longueur d'onde λ de la lumière est représentée sur la figure 2.41.

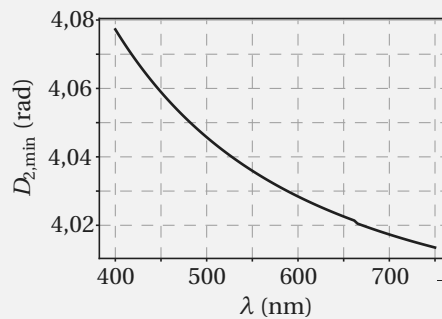


Figure 2.41. Déviation minimale $D_{2,\min}$ en fonction de la longueur d'onde λ de la lumière.

$D_{2,\min}$ diminue lorsque la longueur d'onde λ de la lumière augmente.

16. Remarquons que $D_{2,\min} > \pi$ pour toutes les longueurs d'onde dans le visible. La situation est représentée sur la figure 2.42.

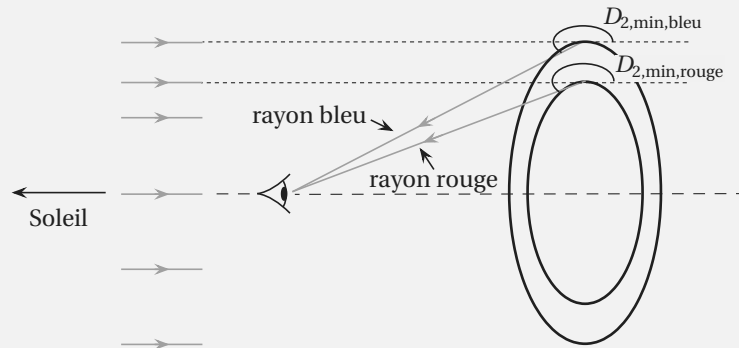


Figure 2.42. Schéma d'un observateur regardant la réflexion de la lumière polychromatique du Soleil dans des gouttes en suspension dans le cas de deux réflexions internes à une goutte.

Dans le cas de deux réflexions internes à la goutte, comme le rouge est moins dévié que le bleu ($D_{2,min,bleu} > D_{2,min,rouge}$) et que $D_{2,min} > \pi$, l'observateur voit cette fois le bleu au dessus du rouge. L'arc-en-ciel résultant de deux réflexions internes présente une inversion des couleurs par rapport à l'arc-en-ciel obtenu avec une unique réflexion interne.

17. Comme il ne peut pas y avoir de réflexion totale dans la goutte, à chaque réflexion, le faisceau lumineux perd une partie de sa puissance par réfraction. Il s'ensuit que l'arc-en-ciel résultant de deux réflexions internes est beaucoup moins lumineux que l'arc-en-ciel obtenu avec une seule réflexion dans une goutte.

Corrigés des exercices expérimentaux du chapitre 2 _____

EXERCICE 6

1. Pour obtenir une relation affine, il faut tracer n en fonction de $1/\lambda^2$. Ainsi, $Y = n$ et $X = 1/\lambda^2$.
2. L'incertitude-type sur Y est égale à celle sur n : $u(Y) = u(n)$. $X = 1/\lambda^2$ ne dépendant que de λ , l'incertitude-type sur X est telle que :

$$\frac{u(X)}{X} = \frac{2u(\lambda)}{\lambda} \quad \text{soit} \quad u(X) = \frac{2u(\lambda)}{\lambda^3}.$$

3. Retrouvez le code Python correspondant en flashant le QR code suivant :

Script Python en ligne

Script disponible sur notre plateforme :

www.lienmini.fr/40876-PYTH-3

Par régression linéaire, on obtient $A = 1,323918 \pm 0,000083$ et $B = (3,123 \pm 0,026) \times 10^{-15} \text{ m}^2$.

Corrigés des problèmes type concours du chapitre 2

PROBLÈME I

1. Un faisceau lumineux se propage par réflexion totale dans une fibre optique. Lorsque la fibre est courbée, l'angle d'incidence au niveau de l'interface cœur-gaine est diminué, et si ce dernier devient plus petit que l'angle limite de réflexion totale i_ℓ , un rayon réfracté apparaît dans la gaine ce qui conduit à des pertes.

2. On observe un phénomène de réfraction si $i < i_\ell$ où i_ℓ est l'angle limite de réflexion totale donné par $\sin(i_\ell) = n_g/n_c$. La fonction $x \mapsto \sin(x)$ étant croissante sur $[0, \pi/2]$, la condition de réfraction précédente s'écrit aussi $\sin(i) < \sin(i_\ell) = n_c/n_g$. Dans le triangle AIC (figure 2.43), on a :

$$\sin(i) = \frac{r}{r + 2r_c + (r_g - r_c)}.$$

Or, $r_g - r_c \approx 0$ donc :

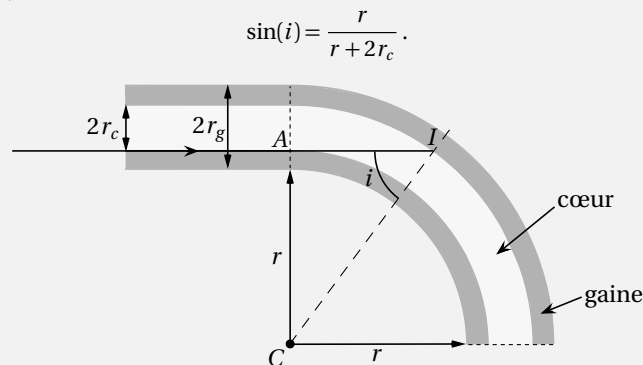


Figure 2.43. Détermination de l'angle d'incidence dans une fibre courbée.

Finalement un rayon réfracté apparaît dans la gaine si $r < 2r_c \frac{n_g}{n_c - n_g} = 10 \text{ cm}$. Cette valeur laisse une marge de manœuvre mais peut rapidement être atteinte dans le cas d'un raccordement dans un espace restreint.

3. Les problèmes de raccordement entre deux fibres optiques pouvant être rencontrés sont représentés sur la figure 2.44.

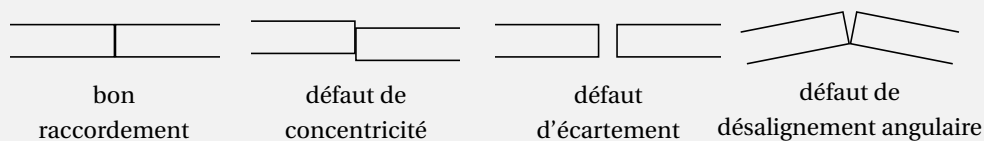


Figure 2.44. Défauts de raccordement de deux fibres.

4. • Si la lumière se propage de la fibre 62,5/125 vers la fibre 50/125, le cœur de la fibre 50/125 étant plus petit que celui de la fibre 62,5/125, une partie de la lumière se propageant proche de la gaine de la fibre 62,5/125 ne sera pas transmise dans la fibre 50/125 car elle sera bloquée par la gaine de la seconde fibre au niveau de la jonction.

• Si la lumière se propage de la fibre 50/125 vers la fibre 62,5/125, la lumière passe d'une fibre dont le cœur est de petit diamètre à une fibre dont le cœur est de diamètre plus important, il n'y a donc aucun problème de coupure du signal par obstruction. L'ensemble du signal est transmis si le raccordement est correctement effectué.

CHAPITRE 3

Lentilles minces

Plan du chapitre

Cours , p. 60	☐
1 ► Lentilles, p. 60	☐
2 ► Stigmatisme, p. 61	☐
3 ► Propriétés des lentilles minces, p. 62	☐
Méthodes pas à pas , p. 68	☐
Exercices , p. 88	☐
Corrigés , p. 95	☐

Objectifs et compétences du programme

Capacités principales à maîtriser	Méthodes associées	Exercices associés
Construire l'image d'un objet par une lentille ou une association de lentilles à l'aide de rayons lumineux.	Méthodes 1, 2 et 3	Exercices 3, 4, 5, 9 et problème I
Exploiter les relations de conjugaison et de grandissement transversal.	Méthode 4	Exercices 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et problème I
Modéliser l'œil et l'appareil photographique comme l'association d'une lentille et d'un capteur.	Méthodes 5 et 6	Exercices 1, 2, 5 et problème II



RETROUVEZ ICI LES FLASHCARDS
INTERACTIVES POUR SE TESTER

www.lienmini.fr/40876-3



COURS

1 Lentilles

Les lentilles sont composées d'un milieu d'indice n , généralement du verre, séparé de l'air par deux dioptries sphériques de même axe de révolution. Ces systèmes optiques possèdent donc un axe de symétrie de révolution passant par les centres des deux dioptries sphériques, ils sont dits centrés.



Définition 3.1. Système optique centré

Un **système optique centré** possède une symétrie de révolution autour d'un axe appelé **axe optique**.



Attention!

Par la suite, la notation $\overline{AB}$ désigne la longueur AB orientée dans le sens de l'axe optique. Ainsi, si pour aller de A à B , le déplacement se fait dans le sens de l'axe optique alors $\overline{AB} = AB > 0$. Dans le cas contraire, $\overline{AB} = -AB < 0$.

On note $R_1 = \overline{S_1 C_1}$ et $R_2 = \overline{S_2 C_2}$ les rayons de courbure des deux dioptries sphériques et $e = S_1 S_2$ l'épaisseur de la lentille correspondant à la distance entre les sommets des dioptries. On distingue deux types de lentille au travers de leur forme :

- les lentilles convergentes possèdent un centre épais et un bord mince;
- les lentilles divergentes possèdent un centre mince et un bord épais.

Des exemples de lentilles convergente et divergente sont donnés sur la figure 3.1.

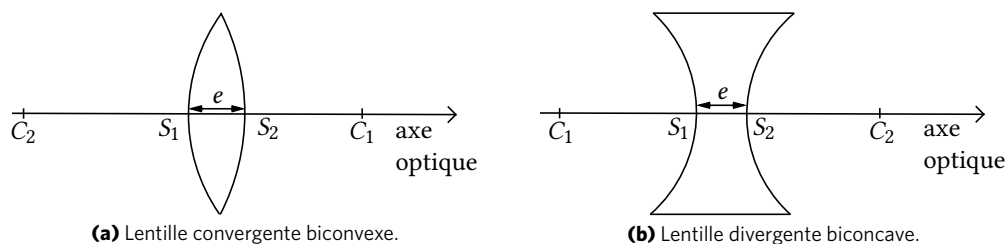


Figure 3.1. Exemples de lentilles convergente et divergente.

Remarque

Les dénominations de biconvexe pour la lentille convergente de la figure 3.1(a) et biconcave pour la lentille divergente de la figure 3.1(b) sont relatifs aux courbures des dioptries.



Définition 3.2. Lentilles minces

Une lentille est dite « mince » lorsque son épaisseur e est très petite devant les rayons de courbures des dioptries : $e \ll |R_1|$ et $e \ll |R_2|$. Les lentilles minces convergente et divergente sont représentées par les schémas de la figure 3.2.

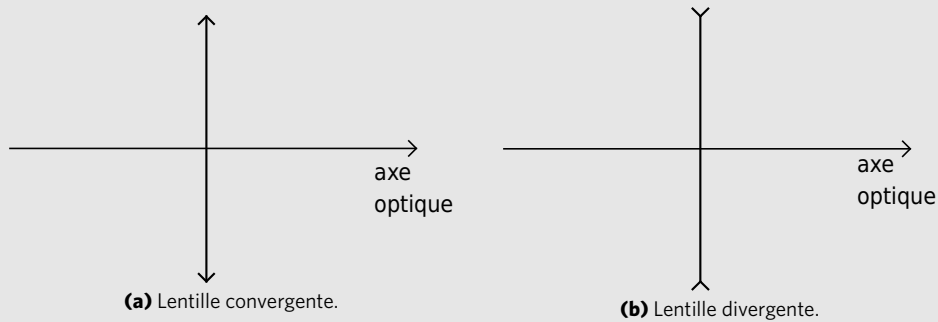


Figure 3.2. Schématisation des lentilles minces convergente et divergente.

2 Stigmatisme

2.1. Stigmatisme rigoureux



Définition 3.3. Stigmatisme rigoureux

Un système optique est dit **rigoureusement stigmatique** pour le couple de points (A, A') , si l'image d'un point objet A est un point A' . Les points A et A' sont alors dits ou « conjugués ».

Remarque

Le miroir plan est un des seuls systèmes optiques rigoureusement stigmatique pour tout point objet A .

2.2. Stigmatisme approché

Les capteurs utilisés en optique sont composés d'un ensemble de cellules photosensibles de dimension caractéristique δ appelées « pixels » dans le cas des capteurs numériques.

Pour un système rigoureusement stigmatique, l'image d'un point objet est un point image (figure 3.3). Ainsi, en formant l'image du point objet sur un capteur, la lumière arrive sur un unique pixel du capteur. L'image affichée du point est alors optimale, il n'y a qu'un pixel d'allumé.

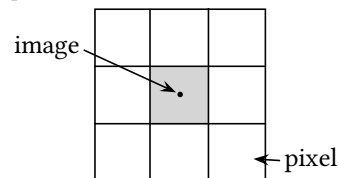


Figure 3.3. Système optique stigmatique. Image affichée optimale.

Cependant, seul le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace, la plupart des systèmes optiques et en particulier les lentilles ne possèdent pas cette propriété. Au travers d'une lentille, l'image d'un point objet est une tache-image. Malgré cela, tant que la taille caractéristique d de la tache-image reste inférieure à la taille δ d'un pixel du détecteur, $d < \delta$, il n'y a toujours qu'un pixel du détecteur qui reçoit de la lumière venant d'un même point objet. Dans ce cas, l'image affichée par le capteur reste optimale et se compose d'un unique pixel allumé. On dit que le système optique présente alors un **stigmatisme approché** (figure 3.4).

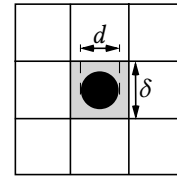


Figure 3.4. Système optique présentant un stigmatisme approché. Image affichée optimale.

Dans le cas où la tache-image déborde sur un grand nombre de pixels du détecteur, c'est-à-dire si $d \gg \delta$, l'image d'un point objet allume un grand nombre de pixels et l'image affichée est floue (figure 3.5). Pour qu'un système optique centré présente un stigmatisme approché, il doit satisfaire les conditions de Gauss.

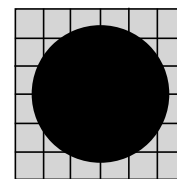


Figure 3.5. Système non stigmatique. Image affichée floue.



Définition 3.4. Conditions de Gauss

Un système optique centré est dans les **conditions de Gauss** si :

- les rayons incidents sont proches de l'axe optique ;
- les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique, c'est-à-dire qu'ils forment un angle $\theta \ll 1$ rad avec l'axe optique.

Les rayons lumineux satisfaisant les conditions de Gauss sont dits **paraxiaux**. Un système optique respectant les conditions de Gauss présente un **stigmatisme approché**.

3 Propriétés des lentilles minces

3.1. Objet et image

3.1.1. Image



Définition 3.5. Image

Dans les conditions de Gauss, tous les rayons issus d'un point objet A passant au travers d'une lentille $\mathcal{L}$ vont émerger de celle-ci de sorte que les rayons se croisent ou semblent se croiser en A' . A' est l'**image** de A par la lentille $\mathcal{L}$.

Remarque

On dit que le point A' est le conjugué de A par la lentille $\mathcal{L}$ et on note $A \xleftrightarrow{\mathcal{L}} A'$.



Définition 3.6. Image réelle ou virtuelle

Une image sera qualifiée de **réelle** si les rayons lumineux qui la construisent se croisent réellement. Elle pourra être projetée sur un écran.

Une image sera qualifiée de **virtuelle** si les rayons lumineux semblent se croiser, seuls les traits de construction se croisent réellement. Cette image n'est pas observable sur un écran.

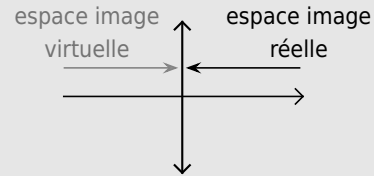


Figure 3.6. Espace image réelle et virtuelle.

Remarques

- Les espaces images virtuelles et réelles sont situés des mêmes côtés de la lentille que la lentille soit convergente ou divergente.
- Une image virtuelle est visible en regardant au travers de la lentille dans son axe (exemple : la loupe). Elle se dessine en pointillés.

3.1.2. Objet



Définition 3.7. Objet réel ou virtuel

Un objet est qualifié de **réel** si les rayons lumineux passent réellement par ce point.

Un objet est qualifié de **virtuel** si les rayons lumineux incidents semblent passer par ce point. Seuls les traits de construction y passent réellement.

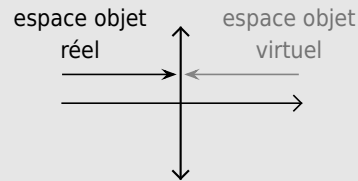


Figure 3.7. Espace objet réel et virtuel.

Remarques

- Les espaces objets virtuels et réels sont situés des mêmes côtés de la lentille que la lentille soit convergente ou divergente.
- Un objet virtuel n'existe en pratique que dans les systèmes optiques multiples lorsqu'un des objets intermédiaires est l'image de la première partie du système optique. Il se dessine en pointillés.

3.2. Points particuliers

Certains points jouent un rôle particulier dans le tracé des rayons. Ce sont les rayons lumineux passant par ces points qui permettent de déterminer graphiquement la position d'une image.

3.2.1. Centre optique O

Propriété 3.8. Centre optique O

Un rayon incident passant par le **centre optique** O n'est pas dévié.

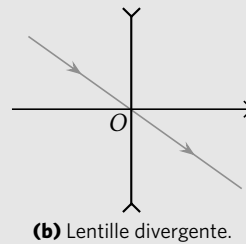
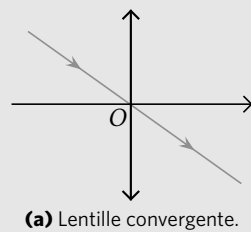


Figure 3.8. Rayon incident passant par le centre optique O d'une lentille.

3.2.2. Foyer principal image F'

Propriété 3.9. Foyer principal image F'

Un rayon incident parallèle à l'axe optique donne un rayon émergent qui passe (réellement ou semble passer) par le **foyer image** F' . Le foyer image F' correspond à l'image par la lentille d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique.

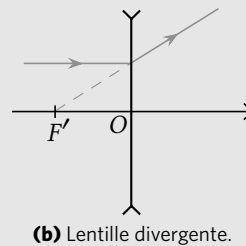
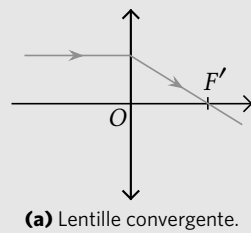


Figure 3.9. Rayon incident passant par le foyer image F' d'une lentille.



Définition 3.10. Distance focale image et vergence

- La **distance focale image** f' d'une lentille est $f' = \overline{OF'}$. Pour une lentille convergente $f' > 0$ alors que pour une lentille divergente $f' < 0$.
- La **vergence** ν est définie comme $\nu = 1/f'$. Elle s'exprime en dioptrie notée δ avec $1\delta = 1\text{m}^{-1}$. Pour une lentille convergente $\nu > 0$ alors que pour une lentille divergente $\nu < 0$.

Remarque

La dioptrie δ est une unité qui ne s'utilise que pour les distances focales. Il ne faut pas l'utiliser dans un autre contexte.

3.2.3. Foyer principal objet F **Propriété 3.11. Foyer principal objet F**

Un rayon incident passant (réellement ou semblant passer) par le **foyer objet F** donne un rayon émergent parallèle à l'axe optique. Le foyer objet F correspond au point objet dont l'image par la lentille se situe à l'infini sur l'axe optique.



Figure 3.10. Rayon incident passant par le foyer objet F d'une lentille.

Remarque

Le foyer objet F est le symétrique du foyer image F' par le plan de la lentille mince.

3.2.4. Foyers secondaires

Un **point objet situé à l'infini** est un point objet situé à une distance d du système optique grande devant la distance focale f' de celui-ci. Pour un point objet situé dans une direction faisant un angle α avec l'axe optique, les rayons lumineux issus de ce point objet arrivent au niveau du système optique parallèles entre eux formant un angle α avec l'axe optique. Dans le cas où le point objet est situé sur l'axe optique, $\alpha = 0$.

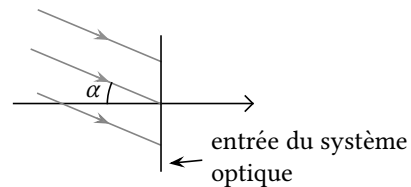


Figure 3.11. Rayons lumineux provenant d'un point objet à l'infini situé hors de l'axe optique dans une direction faisant un angle α avec l'axe optique.

Une **image située à l'infini** correspond à une image qui se forme à une distance d du système optique grande devant la distance focale f' de celui-ci. Pour une image se formant dans une direction faisant un angle α avec l'axe optique, les rayons lumineux émergent du système optique parallèles entre eux formant un angle α avec l'axe optique. Dans le cas où l'image est située sur l'axe optique, $\alpha = 0$.

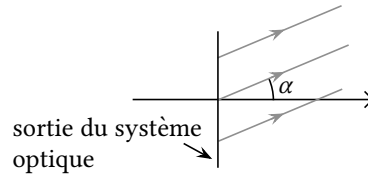


Figure 3.12. Rayons lumineux émergent du système optique dans le cas d'une image à l'infini située hors de l'axe optique dans une direction faisant un angle α avec l'axe optique.

Propriété 3.12. Foyers secondaires

- L'image F'_α d'un point objet situé à l'infini dans une direction faisant un angle α avec l'axe optique se situe dans le plan transverse à l'axe optique passant par le foyer image F' . F'_α est un **foyer image secondaire**. Le plan transverse à l'axe optique passant par F' où se situe l'ensemble des foyers images secondaires est appelé **plan focal image**.

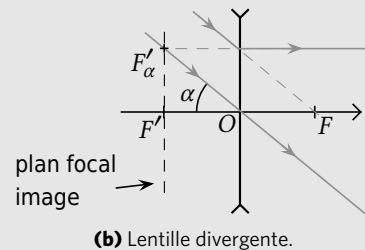
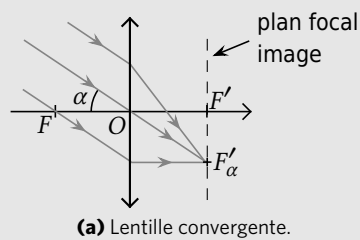


Figure 3.13. Foyers images secondaires - plan focal image.

- Le point objet F_α dont l'image par la lentille se trouve à l'infini dans une direction faisant un angle α avec l'axe optique se situe dans le plan transverse à l'axe optique passant par le foyer objet F . F_α est un **foyer objet secondaire**. Le plan transverse à l'axe optique passant par F où se situe l'ensemble des foyers objets secondaires est appelé **plan focal objet**.

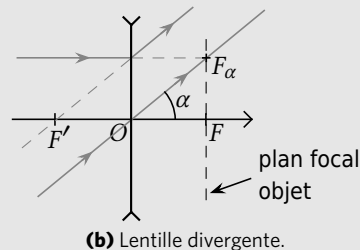
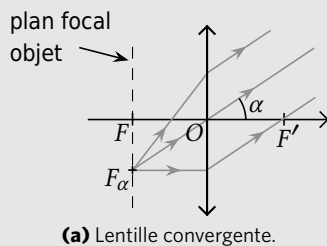


Figure 3.14. Foyers objets secondaires - plan focal objet.

3.3. Grandissement



Définition 3.13. Grandissement

Soit un objet AB étendu perpendiculaire à l'axe optique et $A'B'$ son image par le système optique. On appelle **grandissement** la quantité :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}.$$

Si $\gamma > 0$ alors l'image $A'B'$ est droite, c'est-à-dire qu'elle est de même sens que l'objet AB . Si $\gamma < 0$ alors l'image $A'B'$ est renversée, elle est alors de sens opposé à l'objet AB .

Remarque

La notation $\overline{AB}$ implique l'introduction d'un axe orienté perpendiculaire à l'axe optique permettant d'algébriser la distance AB .

3.4. Relations de conjugaison

Propriété 3.14. Relation de conjugaison de Descartes

Soit un point objet A sur l'axe optique et A' son image au travers d'une lentille de distance focale f' , les positions de A et A' par rapport au centre optique O de la lentille sont liées par la **relation de conjugaison de Descartes** :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}.$$

Propriété 3.15. Relation de conjugaison de Newton

Soit un point objet A sur l'axe optique et A' son image au travers d'une lentille de distance focale f' , les positions respectives de A et A' par rapport aux foyers objet et image de la lentille sont liées par la **relation de conjugaison de Newton** :

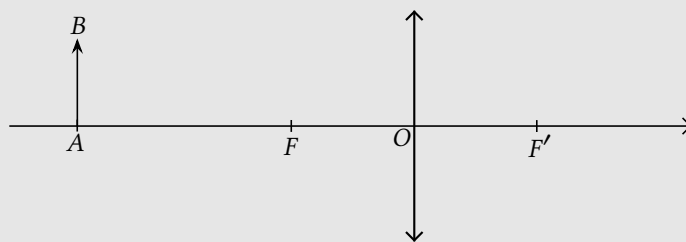
$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2.$$

MÉTHODES PAS À PAS

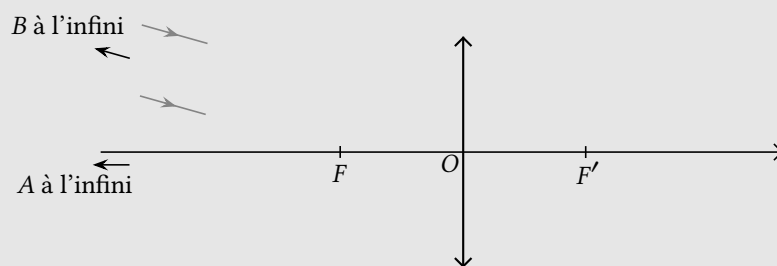
Méthode 1. Constructions géométriques : lentilles convergentes

Pour chacune des configurations ci-dessous, construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB au travers de la lentille et préciser le caractère réel ou virtuel des objets et images.

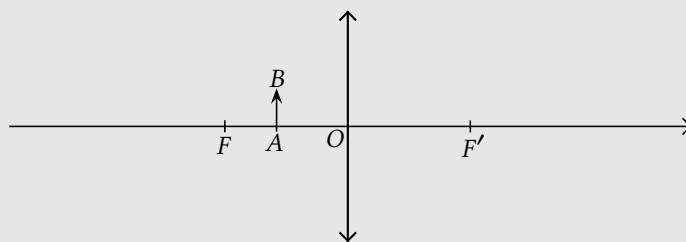
1.



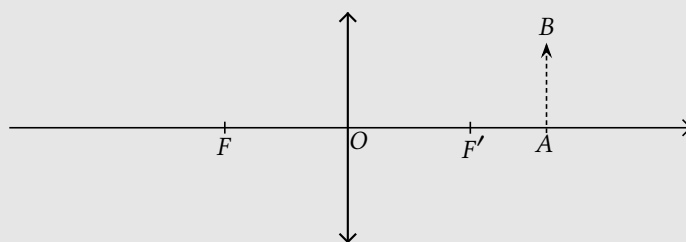
2.



3.



4.



Application de la méthode

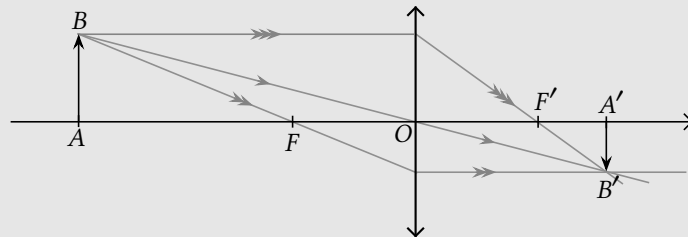


Conseils méthodologiques pour construire graphiquement une image par une lentille mince

Pour construire l'image d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique avec A sur l'axe optique et B hors de l'axe optique au travers d'une lentille mince, il faut :

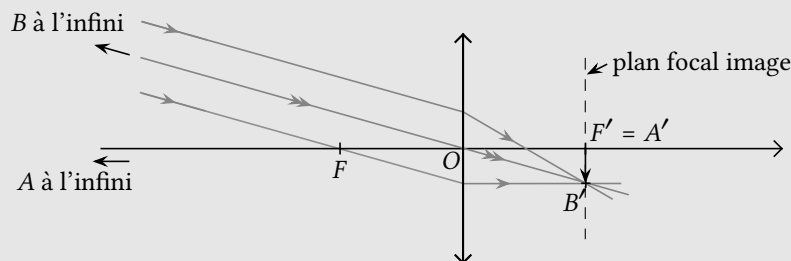
1. construire l'image de B :
 - (a) tracer au moins deux rayons parmi les trois rayons particuliers issus de l'objet :
 - le rayon passant par le centre optique O qui n'est pas dévié,
 - le rayon passant, ou dont le prolongement du trait de construction passe, par le foyer objet F qui émerge de la lentille parallèle à l'axe optique,
 - le rayon incident parallèle à l'axe optique et qui émerge en passant, ou dont le prolongement du trait de construction passe, par le foyer image F' ,
 - (b) trouver l'endroit où se croisent les rayons ou les prolongement des traits de construction des rayons. Ce point d'intersection est l'image du point objet;
2. construire l'image de A comme étant le projeté orthogonal de l'image de B sur l'axe optique.

1.



L'objet est réel et l'image est réelle.

2. L'objet AB est situé à l'infini. Son image par la lentille se trouve donc dans le plan focal image de la lentille. Il suffit de tracer un seul rayon particulier pour trouver l'image B' de B . Par exemple, on peut tracer celui passant par le centre optique et qui n'est pas dévié. B' se trouve alors à l'intersection de ce rayon et du plan focal image.

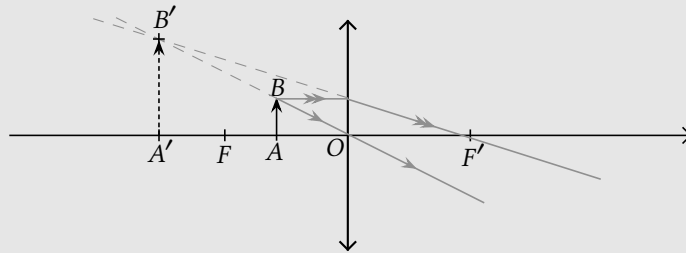


L'objet est réel et l'image est réelle.

Remarque

Dans le cas où l'objet est situé à l'infini, un des trois rayons particuliers ne peut pas être tracé. Par exemple, dans le cas du point objet B , le rayon incident parallèle à l'axe optique ne peut pas être représenté sur le schéma.

3.

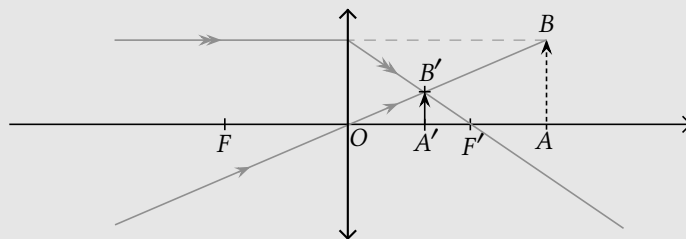


L'objet est réel et l'image est virtuelle.

Remarque

Si on observe à l'œil l'image virtuelle formée dans ce cas, c'est-à-dire lorsque l'objet est situé entre le centre optique et le plan focal objet d'une lentille convergente, on voit une image droite et agrandie de l'objet. La lentille est alors une **loupe**.

4.



L'objet est virtuel et l'image est réelle.



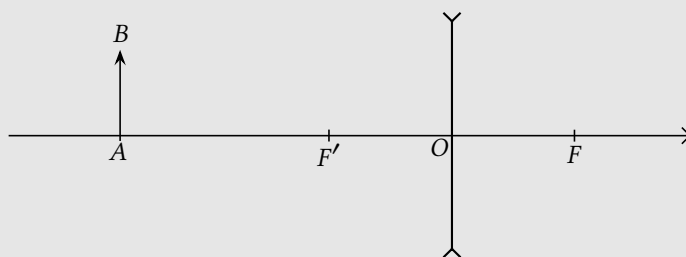
Attention!

B est un point objet virtuel. Les prolongements des traits de construction des rayons incidents passent par B . Sur la construction, on a utilisé le rayon incident parallèle à l'axe optique dont le prolongement passe par B . Ce rayon émerge de la lentille de telle sorte que son prolongement passe par F' .

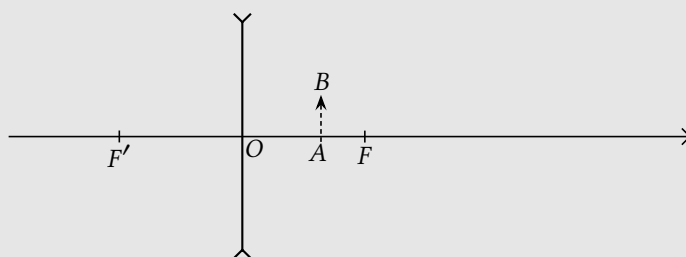
Méthode 2. Constructions géométriques : lentilles divergentes

Pour chacune des configurations ci-dessous, construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB au travers de la lentille et préciser le caractère réel ou virtuel des objets et images.

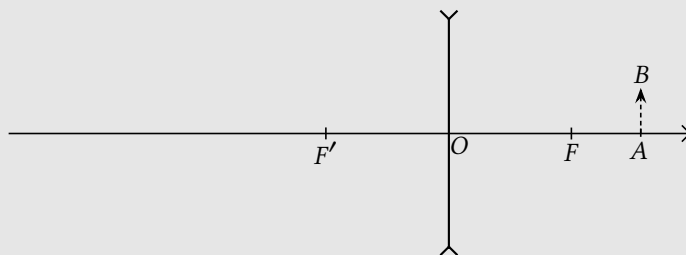
1.



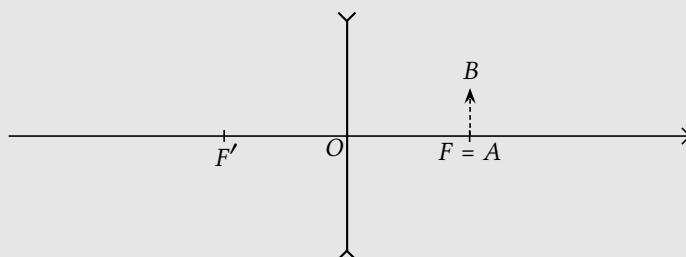
2.



3.

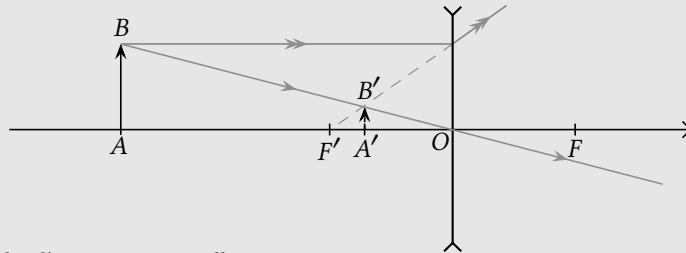


4.



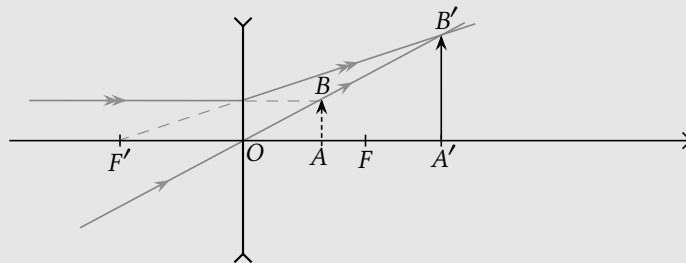
Application de la méthode

1.



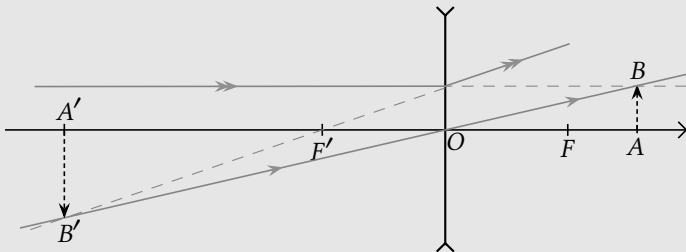
L'objet est réel et l'image est virtuelle.

2.



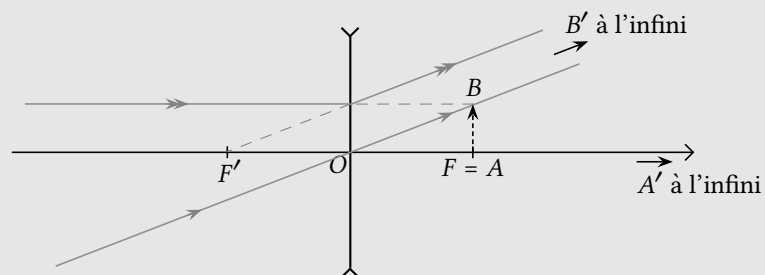
L'objet est virtuel et l'image est réelle.

3.



L'objet est virtuel et l'image est virtuelle.

4. AB étant situé dans le plan focal objet de la lentille, son image $A'B'$ se trouve à l'infini.

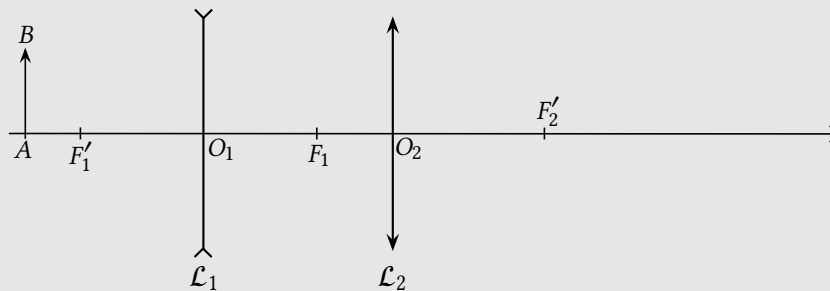


L'objet est virtuel et l'image est réelle.

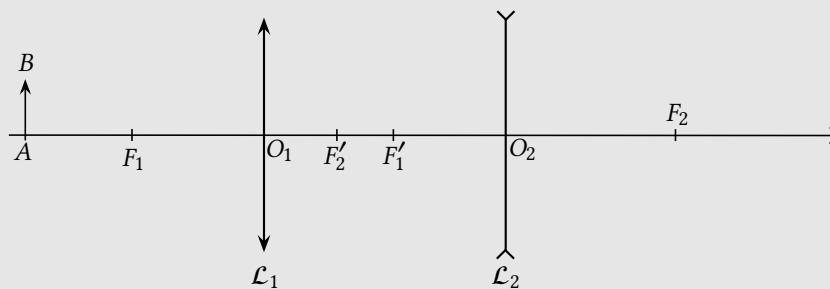
Méthode 3. Constructions géométriques : associations de lentilles

Pour chacune des configurations ci-dessous, construire graphiquement l'image intermédiaire $A_1 B_1$ puis l'image finale $A' B'$ de l'objet AB au travers des doublets de lentilles.

1.



2.



Application de la méthode



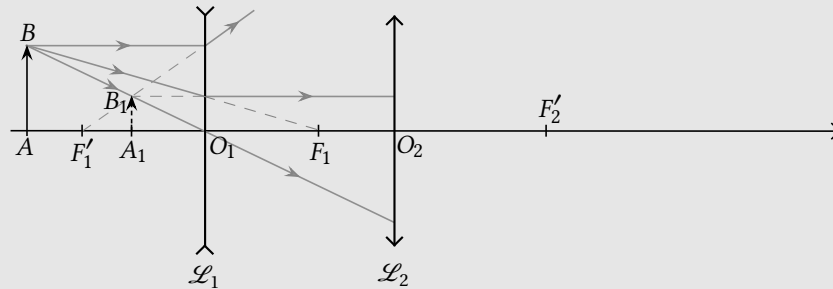
Conseils méthodologiques pour construire une image au travers d'une succession de lentilles minces

L'action d'une succession deux lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ sur un objet AB est résumée par le schéma simplifié : $A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'$. Afin de construire l'image géométrique $A' B'$ de l'objet AB au travers de ce système, il faut :

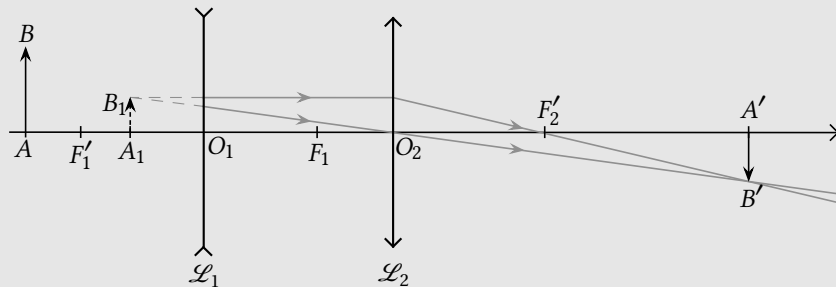
1. construire l'image $A_1 B_1$ de AB au travers de la lentille $\mathcal{L}_1$ sans tenir compte de la lentille $\mathcal{L}_2$;
2. construire l'image $A' B'$ de $A_1 B_1$ au travers de la lentille $\mathcal{L}_2$ sans tenir compte de la lentille $\mathcal{L}_1$.

Cette méthode est généralisable à un nombre quelconque de lentilles.

1. Le tracé de l'image A_1B_1 de AB par $\mathcal{L}_1$ est représenté sur la figure ci-dessous. A_1B_1 est une image virtuelle pour $\mathcal{L}_1$.



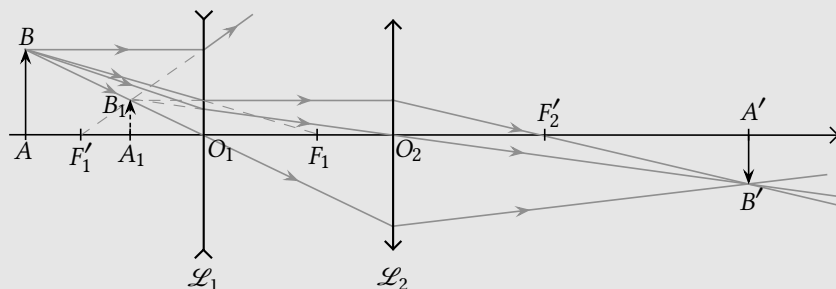
Le tracé de l'image $A'B'$ de A_1B_1 par $\mathcal{L}_2$ est représenté sur la figure ci-dessous. A_1B_1 est un objet réel pour $\mathcal{L}_2$. L'image finale $A'B'$ est une image réelle.



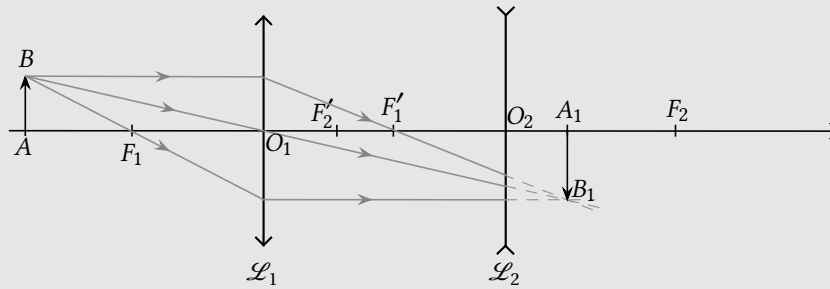
Attention !

Il faut prendre garde à ce que seuls les rayons existant réellement soient en traits pleins. Les prolongements des traits de construction des rayons sont en pointillés.

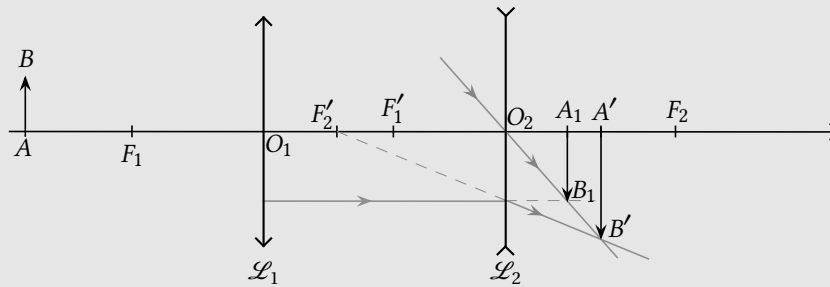
Pour le tracé final des rayons, les deux figures précédentes sont superposées, les rayons incidents sur la lentille $\mathcal{L}_1$ doivent tous provenir de B et les rayons émergents de la lentille $\mathcal{L}_2$ doivent tous passer en B' . Le résultat est donné sur la figure ci-dessous.



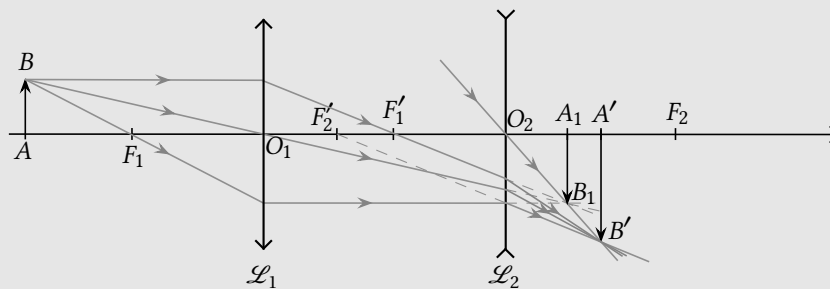
2. Le tracé de l'image A_1B_1 de AB par $\mathcal{L}_1$ est représenté sur la figure ci-dessous. A_1B_1 est une image réelle pour $\mathcal{L}_1$.



Le tracé de l'image $A'B'$ de A_1B_1 par $\mathcal{L}_2$ est représenté sur la figure ci-dessous. A_1B_1 est un objet virtuel pour $\mathcal{L}_2$. L'image finale $A'B'$ est une image réelle.



Le tracé final des rayons est représenté ci-dessous.



Méthode 4. Formation d'une image sur un écran

Un objet étendu AB est positionné à une distance D fixée d'un écran. Afin de former l'image de l'objet AB sur l'écran, une lentille convergente de distance focale f' est placée entre l'objet et l'écran à une distance x de l'objet.

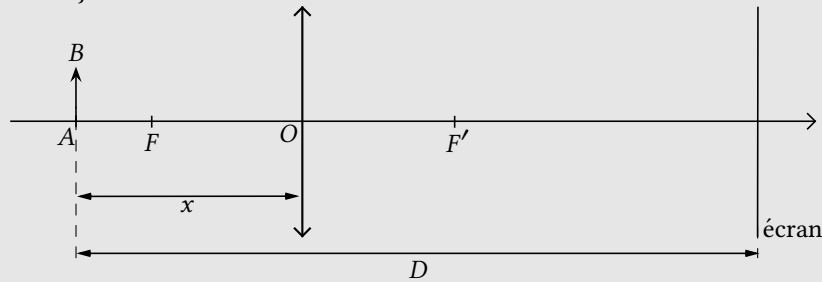


Figure 3.15. Formation de l'image d'un objet AB sur un écran avec une lentille convergente. Sur le schéma, $D = 9 \text{ cm}$ et $f' = 2 \text{ cm}$.

1. Où doit se former l'image $A'B'$ de AB pour que cette image soit nette sur l'écran ?
2. Montrer que pour qu'une image nette soit observée sur l'écran, la distance x entre l'objet et la lentille doit être solution de l'équation :

$$x^2 - xD + Df' = 0.$$

3. Déterminer le nombre et donner l'expression des positions x possibles pour la lentille, on discrimina les cas en comparant D à une quantité dépendant de f' .
 4. En déduire une condition sur D et f' pour qu'une image nette puisse être formée sur l'écran.
- On se place maintenant dans le cas où deux positions x_1 et $x_2 > x_1$ de la lentille donnent une image nette sur l'écran.
5. Reproduire le schéma de la figure 3.15 avec la lentille placée en x_1 et tracer trois rayons lumineux issus de B arrivant sur l'écran. Faire de même avec la lentille placée en x_2 .
 6. Déterminer l'expression du grandissement γ en fonction de D , x et f' . Laquelle des positions x_1 ou x_2 de la lentille donne l'image la plus grande sur l'écran ?

Application de la méthode

1. Afin que l'image soit nette sur l'écran, $A'B'$ doit se situer au niveau de l'écran.
2. La relation de conjugaison de Descartes appliquée pour la lentille de projection donne :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'},$$

avec $\overline{OA} = -x$ et $\overline{OA'} = D - x$.



Attention !

On rappelle que les longueurs surmontées d'une barre comme $\overline{OA}$ sont des longueurs orientées par l'axe optique. Ainsi, pour aller de O à A , le déplacement est de sens opposé à l'axe optique donc $\overline{OA} < 0$.

Il vient alors $\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$ soit en multipliant par $x(D-x)f'$, il vient $x^2 - xD + Df' = 0$.

3. Le nombre de solutions de cette équation du second degré dépend du signe de son discriminant $\Delta = D^2 - 4Df' = D(D - 4f')$.

- Si $\Delta > 0$, c'est-à-dire si $D > 4f'$, il existe deux solutions donc deux positions possibles pour la lentille :

$$x_1 = \frac{D}{2} - \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{D}{2} + \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2}.$$

- Si $\Delta = 0$, c'est-à-dire si $D = 4f'$, il existe une unique solution donc une unique position de la lentille permettant d'avoir une image nette sur l'écran :

$$x_0 = \frac{D}{2}.$$

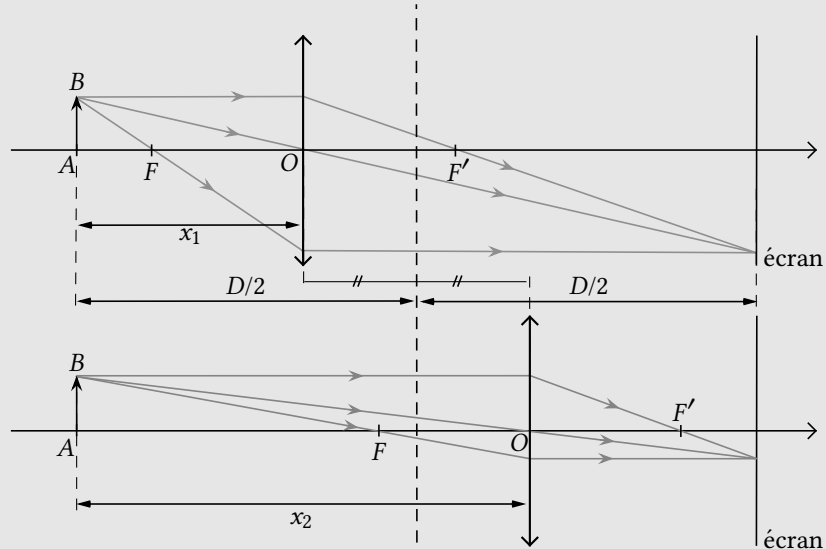
Dans ce cas, la lentille se situe à mi-distance entre l'objet et l'écran.

- Si $\Delta < 0$, il n'y a pas de solutions réelles à l'équation du second degré, aucune position de la lentille ne permet d'obtenir une image nette.
4. De la question précédente, on déduit que pour obtenir une image nette, l'équation du second degré doit avoir au moins une solution réelle ce qui impose $D \geq 4f'$.

Propriété 3.16. Condition de formation d'une image nette sur un écran

Pour obtenir une image nette sur un écran avec une lentille convergente de distance focale f' la distance D entre l'objet et l'écran doit être telle que $D \geq 4f'$.

5. Les deux positions de la lentille sont symétriques par rapport à la droite d'abscisse $D/2$. La position de la lentille correspondant à x_1 se situe à une distance $\sqrt{D(D-4f')}/2 = 1,5 \text{ cm}$ avant $D/2$ alors que celle correspondant à x_2 se situe à une distance $\sqrt{D(D-4f')}/2 = 1,5 \text{ cm}$ après $D/2$. Les schémas des deux positions possibles de la lentille sont représentés sur la figure ci-dessous.



6. Le grandissement de la lentille convergente s'écrit :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{D-x}{-x} \quad \text{soit} \quad \gamma = 1 - \frac{D}{x}.$$

Notons que $\gamma < 0$ car $x < D$. Comme $x_1 < x_2$, $|\gamma_1| > |\gamma_2|$ avec $\gamma_i = 1 - D/x_i$ le grandissement en la position correspondant à x_i ($i = 1, 2$). Ainsi, l'image sur l'écran est la plus grande dans la configuration où la lentille est située à une distance x_1 de l'objet, c'est-à-dire quand la lentille se trouve dans la position la plus proche de l'objet. Ceci corrobore bien ce qui est observé sur le tracé graphique de la question précédente.

Méthode 5. L'œil

Un schéma simplifié d'un œil est représenté sur la figure 3.16. En négligeant l'effet de la cornée sur les rayons lumineux et de l'iris qui joue le rôle de diaphragme, du point de vue optique, l'œil est composé :

- du **cristallin** qui est un milieu fibreux dont l'épaisseur peut être modifiée par l'action de muscles périphériques. Le cristallin peut être modélisé par une lentille convergente de vergence variable dans une plage limitée;
- de la **rétine** qui est pavée de cellules photosensibles appelées cônes et bâtonnets. La taille caractéristique d'un cône ou d'un bâtonnet est $\delta \approx 5 \mu\text{m}$. La rétine est modélisée par un détecteur supposé fixe situé à une distance d du cristallin.

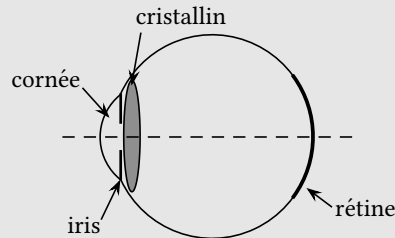


Figure 3.16. Schéma de l'anatomie de l'œil.

On considère par la suite un individu avec un œil emmétrope, c'est-à-dire sans défauts, pour lequel des mesures ophtalmologiques donnent $d = 15,00$ mm.

Plage d'accommodation d'un œil emmétrope

Afin que l'image soit nette, elle doit se former au niveau de la rétine, c'est-à-dire sur le capteur. Ceci est possible pour des objets situés à différentes distances de l'œil grâce au procédé d'*accommodation* de l'œil consistant en une modification de la distance focale du cristallin suite à la contraction des muscles périphériques. Pour l'individu considéré ici, la distance focale du cristallin varie entre $f'_1 = 15,00$ mm en l'absence d'accommodation et $f'_2 = 14,15$ mm au maximum d'accommodation. On parle de « plage d'accommodation » de l'œil.

1. Le *Punctum Remotum* (PR) correspond au point le plus éloigné de l'œil formant une image nette sur la rétine.
 - (a) Où se situe le PR pour l'œil emmétrope?
 - (b) Faire un schéma du modèle de l'œil lors de l'observation d'un point objet situé au PR.
2. Le *Punctum Proximum* (PP) correspond au point le plus proche de l'œil donnant une image nette sur la rétine.
 - (a) Déterminer la distance d_{pp} séparant l'œil du PP.
 - (b) Faire un schéma du modèle de l'œil lors de l'observation d'un objet AB situé au PP. On ne respectera pas les distances.

Limite de résolution

On considère deux points objets A_1 et A_2 situés dans le même plan perpendiculaire à l'axe optique.

3. Sous quelle condition les images de A_1 et A_2 sur la rétine sont-elles considérées comme deux images distinctes?

On note θ l'angle sous lequel sont vus les points A_1 et A_2 par l'œil. La limite de résolution correspond au plus petit angle θ_r sous lequel les deux points A_1 et A_2 peuvent être distingués.

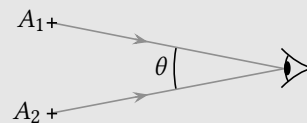


Figure 3.17. Angle θ entre A_1 et A_2 .

4. Faire un schéma représentant les images des points A_1 et A_2 sur la rétine dans le cas limite où les deux points peuvent encore être distingués. On représentera les cellules photosensibles de la rétine en plus du modèle de l'œil utilisé précédemment.
5. Déterminer l'expression de l'angle θ_r en fonction de d et δ . Faire l'application numérique.
6. Quelle est la taille du plus petit objet pouvant être distingué au PP? Donner un exemple d'objet de cette dimension.

Application de la méthode

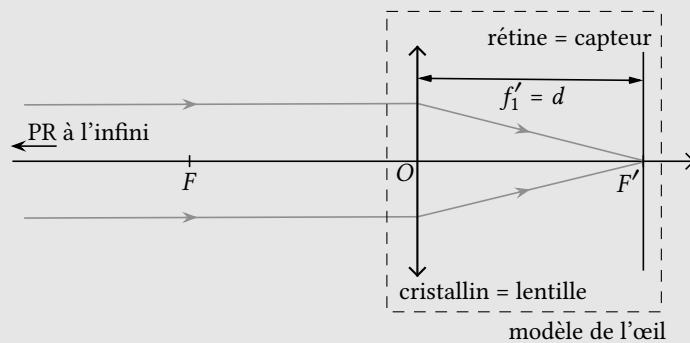
Plage d'accommodation d'un œil emmétrope

- (a) Le PR étant le point le plus éloigné vu nettement, il correspond à la distance focale la plus grande soit $f'_1 = 15,00\text{ mm}$. Pour l'œil emmétrope, le PR est vu sans accommodation. Comme la distance entre le cristallin et la rétine pour l'œil emmétrope est $d = 15,00\text{ mm} = f'_1$, la rétine se situe dans le plan focal image du cristallin. Le PR se situe donc à l'infini pour donner une image nette sur la rétine.

Propriété 3.17. Punctum Remotum

Le *Punctum Remotum* (PR) correspond au point le plus éloigné de l'œil formant une image nette sur la rétine. Pour un œil emmétrope, le PR est situé à l'infini et est vu sans accommodation.

- (b) Le schéma optique d'observation d'un point objet au PR est représenté sur la figure ci-dessous.



- (a) Le PP étant le point le plus proche vu nettement, il correspond à la distance focale la plus petite soit $f'_2 = 14,15\text{ mm}$. Le PP est donc vu au maximum d'accommodation. En notant A_{pp} un point objet situé au PP et A'_{pp} son image située sur la rétine, on a $\overline{OA_{pp}} = -d_{pp}$ et $\overline{OA'_{pp}} = d$ où O est le centre optique du cristallin. La relation de conjugaison du cristallin s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{OA'_{pp}}} - \frac{1}{\overline{OA_{pp}}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{d_{pp}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{d'où} \quad \boxed{d_{pp} = \frac{df'_2}{d - f'_2} = 25\text{ cm}}$$

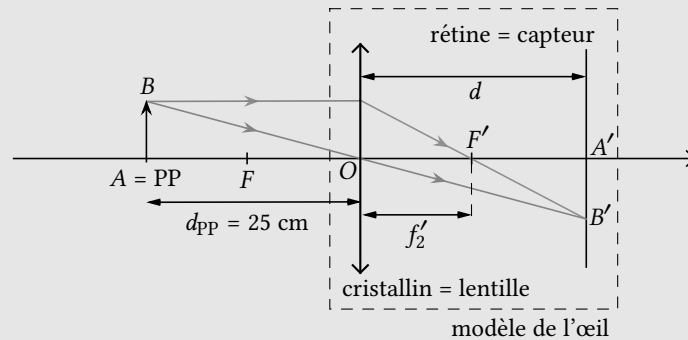
Propriété 3.18. Punctum Proximum

Le *Punctum Proximum* (PP) correspond au point le plus proche de l'œil donnant une image nette sur la rétine. Pour un œil emmétrope adulte, le PP est situé à la distance $d_{pp} = 25\text{ cm}$ de l'œil.

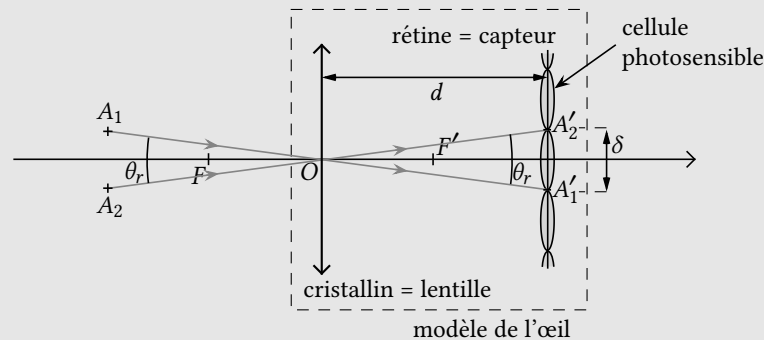
Remarque

En pratique, le *punctum proximum* se repère en approchant une feuille de l'œil tout en essayant de voir nettement ce qui y est écrit. Au moment où les écritures sur la feuille deviennent floues, cette dernière se situe au *punctum proximum*. La valeur $d_{pp} = 25 \text{ cm}$ pour un œil emmétrope adulte est une donnée moyenne. d_{pp} est une quantité physiologique et peut donc varier d'un individu à l'autre.

- (b) Ici, une représentation du schéma optique d'observation d'un point objet au PP.

**Limite de résolution**

- Les images des points A_1 et A_2 sont considérées comme deux images distinctes si elles se forment sur deux cellules photosensibles différentes de la rétine.
- À la limite de résolution, les images A'_1 et A'_2 de A_1 et A_2 se forment sur la rétine sur les extrémités d'une cellule photosensible. le schéma optique dans cette configuration est représenté sur la figure ci-dessous.



- En utilisant l'approximation des petits angles, on déduit de la figure de la question précédente la relation $\theta_r = \delta/d = 3 \times 10^{-4} \text{ rad} = 2 \times 10^{-2}^\circ$.

Propriété 3.19. Limite de résolution de l'œil

La **limite de résolution** de l'œil est $\theta_r = 3 \times 10^{-4} \text{ rad} = 2 \times 10^{-2}^\circ$.

6. Si l'objet à observer est situé au PP, la distance entre l'œil et l'objet est $d_{pp} = 25 \text{ cm}$. En notant ℓ la taille de l'objet, on a $\theta_r = \ell/d$. Ainsi, $\ell = d\theta_r = 75 \mu\text{m}$, ce qui est de l'ordre du diamètre d'un cheveu.

Méthode 6. L'appareil photographique

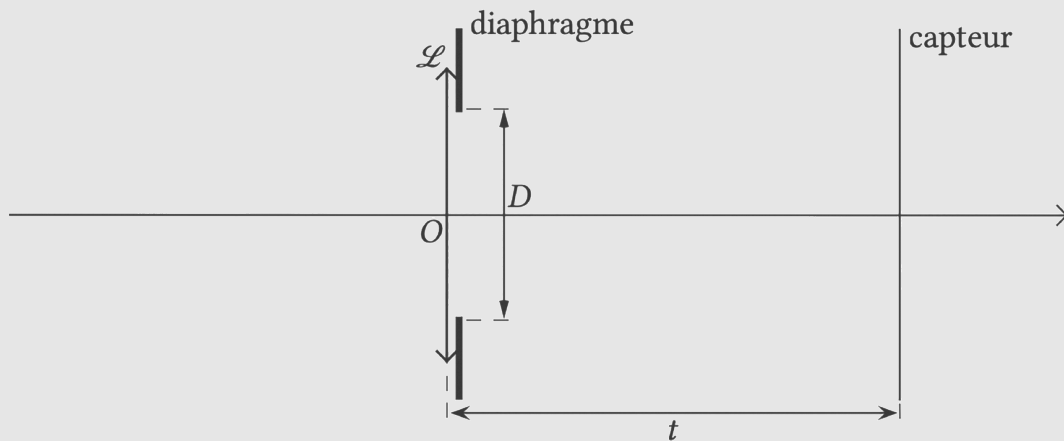


Figure 3.18. Modélisation d'un appareil photographique.

Un appareil photographique est composé :

- d'un **objectif** que l'on modélise par une lentille mince $\mathcal{L}$ convergente de distance focale f' ;
- d'un **diaphragme** de diamètre D réglable accolé à l'objectif qui limite l'étendue du faisceau lumineux entrant dans l'appareil ;
- d'un **capteur** constitué de cellules photosensibles appelées pixels.

La distance t entre le capteur et l'objectif est appelée **tirage**. Cette distance est réglable par un déplacement de la lentille de l'objectif.

Mise au point

La mise au point de l'objectif s'effectue en déplaçant la lentille de l'objectif par rotation d'une bague. Ce réglage a pour effet de modifier la valeur du tirage t . Par construction de l'objectif, une valeur extrême du tirage permet de faire la mise au point sur un objet situé à l'infini. On considère un objectif de focale fixe $f' = 50 \text{ mm}$ possédant une plage de variation du tirage $t_{\max} - t_{\min} = 6,25 \text{ mm}$.

1. Quelle est la valeur du tirage lors de la mise au point sur un point objet A situé à l'infini sur l'axe optique ?
2. Déterminer la distance $d_{\min}$ séparant le point objet A de l'axe optique le plus proche de l'objectif dont l'image A' peut être formée sur le capteur.

Exposition : nombre d'ouverture et temps de pose

Un paramètre important en photographie est l'exposition, c'est-à-dire la luminosité de la photographie. L'exposition dépend de deux paramètres : le nombre d'ouverture et la durée d'exposition. Lorsqu'on prend une photographie, un faisceau lumineux entre dans l'appareil et vient impressionner le capteur photosensible. On montre que la puissance lumineuse $\mathcal{P}$ entrant dans l'appareil photographique est telle que $\mathcal{P} \propto (D/f')^2$ où le signe $\propto$ signifie proportionnel. Le rapport $N = f'/D$ est appelé nombre d'ouverture. Les valeurs de N les plus couramment rencontrées sont données dans le tableau ci-dessous.

N	1,4	2	2,8	4	5,6	8	11	16	22
-----	-----	---	-----	---	-----	---	----	----	----

Sur les objectifs d'appareils photographiques, c'est en réalité le diamètre du diaphragme qui est indiqué sous la forme $D = f'/N$, cette quantité est appelée ouverture. Lors de la prise d'une photographie, un obturateur mécanique lève puis abaisse un cache devant le capteur permettant d'impressionner le capteur durant un temps τ appelé temps de pose. Les valeurs usuelles de τ sont données dans le tableau ci-dessous.

τ (s)	1/8 000	1/4 000	1/2 000	1/1 000	1/500	1/250	1/125	1/60	1/30
------------	---------	---------	---------	---------	-------	-------	-------	------	------

- L'exposition de la photographie est directement liée à l'énergie lumineuse arrivant sur le capteur.
3. Dans quelles conditions faut-il choisir un temps d'exposition long ou court?
 4. Comment est modifiée l'aire du diaphragme lorsque le nombre d'ouverture est augmenté d'un cran, par exemple pour N passant de 1,4 à 2. On donnera un résultat numérique.
 5. Un photographe juge correct l'exposition de la photographie pour une durée d'exposition $\tau = 1/1000$ s et une ouverture $f'/2$. Il décide de diminuer l'ouverture jusqu'à $f'/8$. Quelle valeur de temps de pose doit-il choisir afin de conserver l'exposition de la photographie? Ce choix peut-il altérer la netteté de la photographie?

Champ angulaire

On considère un objet à l'infini. On appelle champ angulaire l'angle α séparant les deux rayons issus d'un objet qui arrivent sur les bords du capteur (figure 3.19).

6. Exprimer le champ angulaire α en fonction de la dimension h du capteur et de la focale f' de l'objectif. Quel est l'effet de la distance focale f' de l'objectif sur le champ angulaire?
7. Commenter le fait que le zoom de l'objectif est d'autant plus fort que sa focale est grande.

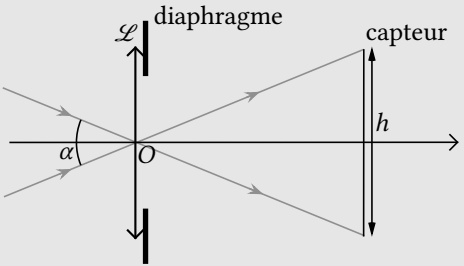


Figure 3.19. Image d'un objet à l'infini de diamètre angulaire α .

On considère un appareil photographique possédant un capteur dit « plein format », c'est-à-dire présentant une hauteur de 24 mm et une largeur de 36 mm. Un photographe souhaite prendre une photographie d'un barrage de retenue d'eau de hauteur $h_b = 200$ m situé à $d = 300$ m de lui.

8. Le photographe possède des objectifs de focale fixe $f' = 30$ mm, $f' = 50$ mm et $f' = 70$ mm. Lequel ou lesquels de ces objectifs permettent de prendre la photographie du barrage en format paysage, c'est-à-dire en plaçant la verticale suivant la hauteur du capteur?

Distance hyperfocale

Considérons un point objet A situé sur l'axe optique à une distance L de l'objectif. La mise au point est réalisée sur un point objet à l'infini de telle sorte que l'image A' de A se forme derrière le capteur. Les rayons issus de A forment une tache au niveau du capteur (figure 3.20).

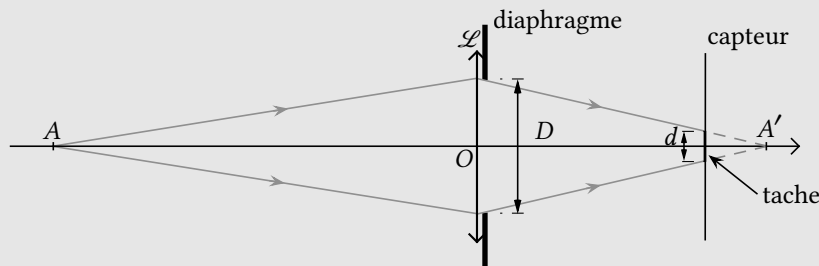


Figure 3.20. Image d'un point donnant lieu à une tache de diamètre d sur le capteur.

Le capteur de l'appareil photographique étant composé de pixels de dimension caractéristique δ , l'image de A sera considérée comme ponctuelle tant que la dimension caractéristique d de la tache formée par les rayons issus de A sur le capteur est telle que $d < \delta$.

9. On considère un capteur plein format de hauteur 24 mm et de largeur 36 mm contenant 22 millions de pixels. En considérant les pixels carrés, déterminer la longueur δ du côté d'un pixel.
10. Déterminer l'expression du diamètre d de la tache formée par les rayons lumineux sur le capteur en fonction de f' , L et D le diamètre du diaphragme de l'objectif.
11. Déterminer l'expression de la distance hyperfocale L_0 , distance minimale à partir de laquelle les objets seront photographiés de manière nette.
12. Un photographe muni d'un objectif de focale $f' = 30$ mm d'ouverture $f'/11$ avec un capteur plein format de 22 millions de pixel souhaite prendre en photo sa fille située à 3 m de l'objectif en faisant la mise au point sur la montagne en arrière plan située à 1 km. L'image de sa fille sera-t-elle nette?

Profondeur de champ

On considère que la mise au point est maintenant réalisée sur un point A situé à distance L finie de l'objectif. Comme dans la partie précédente, des points objets situés avant ou après le point A peuvent donner une image nette après traitement sur le capteur tant que la tache formée par les rayons provenant de ces points est de diamètre $d < \delta$ où δ est la dimension caractéristique d'un pixel (figure 3.21).

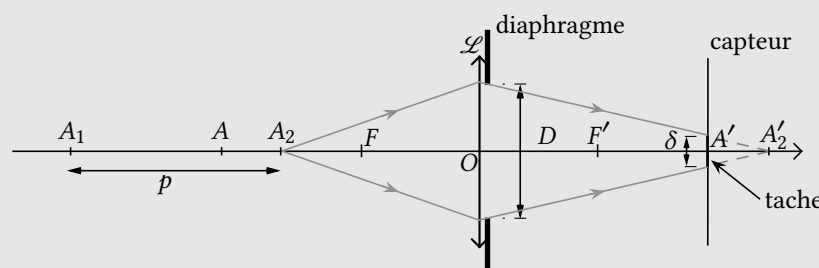


Figure 3.21. Profondeur de champ.

La distance p séparant les points A_1 et A_2 correspondant respectivement au point le plus éloigné et le plus proche de l'objectif donnant une tache sur le capteur telle que $d = \delta$ est appelée profondeur de champ. On peut montrer que la profondeur de champ s'écrit :

$$p = A_1 A_2 = 2\delta L^2 \frac{N}{f'^2}. \quad (3.1)$$

13. Réaliser une construction géométrique de la profondeur de champ pour $f' = 50$ mm, $L = 150$ mm, $D = 30$ μm et en considérant que le capteur est un capteur plein format possédant 22 millions de pixels. On prendra comme échelle horizontale 1 cm ↔ 25 mm et comme échelle verticale 1 cm ↔ 10 μm. Sur cette construction, vous devrez placer le capteur par rapport à la lentille et déterminer graphiquement les positions des points A_1 et A_2 .
14. Un photographe souhaite réaliser un portrait avec un objectif de focale $f' = 50$ mm ouvert à $f'/1,4$ avec un capteur plein format à 22 millions de pixels en se plaçant à une distance de 45 cm du sujet. Est-il possible que le nez et les oreilles du sujet soient nettes sur la photographie?

Application de la méthode

Mise au point

1. Lorsque l'objet est à l'infini, son image se forme dans le plan focal image de la lentille $\mathcal{L}$. C'est donc dans ce plan qu'il faut placer le capteur pour que l'image soit nette. Ainsi, $t_{\min} = f' = 50$ mm.
2. La valeur maximale du tirage est $t_{\max} = t_{\min} + 6,25$ mm = 56,25 mm. La relation de conjugaison appliquée à la lentille $\mathcal{L}$ donne :

$$\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} f'}{(f' - \overline{OA'})},$$

avec $\overline{OA'} = t_{\max}$, il vient $\overline{OA} = -450$ mm. Le point le plus proche de l'objectif dont l'image se forme sur le capteur se trouve à 45 cm de l'objectif.

Exposition : nombre d'ouverture et temps de pose

3. Il faut choisir un temps d'exposition long lorsque la luminosité de la scène à photographier est faible ou lorsqu'on souhaite obtenir un effet de filé en présence d'un mouvement (représentation sur une photographie de la trajectoire des étoiles sur la voute céleste). Inversement, il faut choisir un temps d'exposition court lorsque la luminosité de la scène est importante où en présence d'un mouvement qu'on souhaite figer sur la photographie (photographies d'événements sportifs).
4. L'aire du diaphragme est $\mathcal{A} = \pi D^2/4$ où $D = f'/N$ est le diamètre du diaphragme. Lorsque N est augmenté d'un cran, il est multiplié par un facteur $\sqrt{2} \approx 1,4$. Ceci revient à diviser l'aire du diaphragme par un facteur 2.
5. Pour que l'exposition de la photographie soit conservée, il faut que l'énergie lumineuse $\mathcal{E} = \mathcal{P} \tau$ entrant dans l'appareil reste inchangée. Lorsque l'ouverture passe de $f'/2$ à $f'/8$, le nombre d'ouverture N est multiplié par 4 donc la puissance entrant dans l'appareil $\mathcal{P} \propto 1/N^2$ est divisée par 16. Ainsi, pour conserver l'énergie lumineuse entrant, il faut multiplier par 16 le temps de pose. Le photographe doit donc choisir un temps de pose $\tau' = 16\tau = 0,016$ s $\approx 1/60$ s. Le temps de pose doit ainsi être augmenté pour conserver l'exposition. Ce choix peut altérer la netteté de la photographie d'un objet en mouvement qui peut apparaître comme filé sur l'image finale.

Champ angulaire

6. L'objet étant à l'infini, le tirage est $t = f'$. Ainsi, dans l'approximation des petits angles, $\alpha = h/f'$. Plus la distance focale f' est grande plus le champ angulaire α est faible.
7. Considérons un objet à l'infini de diamètre angulaire α_{ob} correspondant à l'angle entre les rayons extrêmes provenant des bords de l'objet. L'image de cet objet sur le capteur est de taille $d = \alpha_{\text{ob}} f'$, elle est d'autant plus grande que f' est grande. Ainsi, lorsque f' est augmentée, les objets lointains semblent s'agrandir ce qui correspond à un zoom de plus en plus fort.
8. Le diamètre angulaire du barrage est $\alpha_b = h_b/d = 0,667 \text{ rad}$. Le champ angulaire en paysage est $\alpha = h/f'$ avec $h = 24 \text{ mm}$ la hauteur du capteur. Le champ angulaire pour les différentes focales est calculé dans le tableau ci-dessous.

$f' \text{ (mm)}$	30	50	70
$\alpha \text{ (rad)}$	0,80	0,48	0,34

Seul l'objectif de focale 30 mm permet de prendre en photo le barrage en format paysage car le champ angulaire pour cette focale est supérieur à α_b .

Distance hyperfocale

9. L'aire d'un pixel supposé carré est $\delta^2 = h\ell/N_p$ avec $h = 24 \text{ mm}$ et $\ell = 36 \text{ mm}$ respectivement la hauteur et la largeur du capteur et $N_p = 22 \times 10^6$ le nombre de pixels. Il vient :

$$\delta = \sqrt{\frac{h\ell}{N_p}} = 6,3 \text{ }\mu\text{m}.$$

10. Le théorème de Thalès donne $\frac{\overline{OA'}}{\overline{CA'}} = \frac{D}{d}$ où $\overline{CA'}$ représente la distance entre le plan du capteur et le point image A' . La relation de conjugaison appliquée à la lentille de l'objectif avec $\overline{OA} = -L$ conduit à $\overline{OA'} = \frac{Lf'}{L-f'}$. La mise au point étant effectuée à l'infini, le tirage est $t = f'$ donc :

$$\overline{CA'} = \overline{OA'} - f' = \frac{f'^2}{L-f'}.$$

Finalement, $d = \frac{Df'}{L}$.

11. L'image obtenue avec le capteur reste nette tant que $d < \delta$, c'est-à-dire tant que $L > L_0$ avec

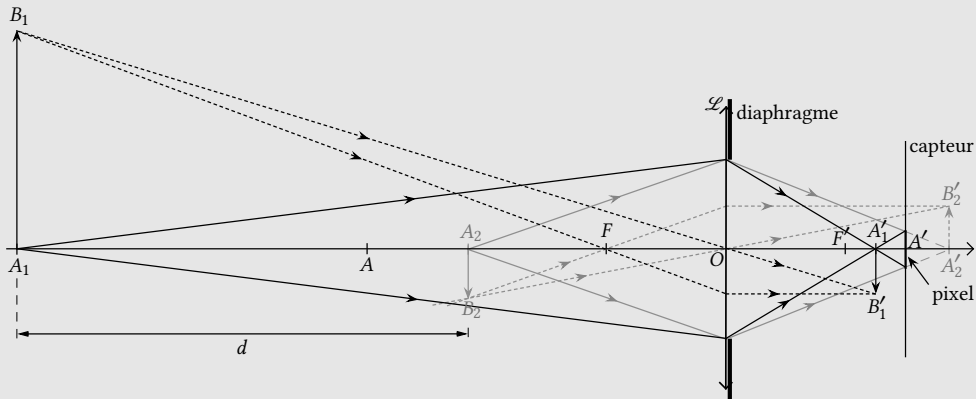
$$L_0 = \frac{Df'}{\delta}. \text{ Tout les éléments situés au-delà de } L_0 \text{ seront nets sur la photographie.}$$

12. La mise au point est faite sur la montagne située à 1 km que l'on peut considérer comme située à l'infini. La distance hyperfocale dans cette configuration est $L_0 = Df'/\delta = 13 \text{ m}$ avec $D = f'/11 = 2,7 \text{ mm}$ et $\delta = 6,3 \text{ }\mu\text{m}$ pour un capteur plein format à 22 millions de pixels. La fille du photographe se trouvant à une distance $L = 3 \text{ m} < L_0$, son image sera floue sur la photographie. Le photographe doit augmenter le nombre d'ouverture N afin de diminuer le diamètre du diaphragme et ainsi diminuer la distance hyperfocale L_0 pour que l'image de sa fille devienne nette.

Profondeur de champ

13. La construction ci-dessous est réalisée selon la procédure suivante :

- on positionne le capteur avec la relation de conjugaison appliquée à la lentille de l'objectif à une distance $\overline{OA'} = \frac{Lf'}{L-f'} = 75 \text{ mm}$. On représente un pixel de dimension $\delta = 6,3 \text{ }\mu\text{m}$ centré sur l'axe optique au niveau du capteur ;
- on trace les rayons extrêmes (en noir) passant par les bords d'un pixel et par les bords du diaphragme et se croisant avant le capteur. L'intersection de ces rayons donne A'_1 . On place ensuite une image étendue $A'_1 B'_1$ au niveau de A'_1 et on détermine graphiquement la position de l'objet $A_1 B_1$ dont l'image est $A'_1 B'_1$;
- de même que précédemment, on trace les rayons (en gris) passant par les bords d'un pixel et par les bords du diaphragme et se croisant après le capteur. L'intersection de ces rayons donne A'_2 . On détermine la position de A_2 en plaçant une image $A'_2 B'_2$ au niveau de A'_2 et en déterminant graphiquement la position de l'objet $A_2 B_2$ dont l'image est $A'_2 B'_2$;
- la profondeur de champ correspond alors à la distance $d = A_1 A_2$.



14. Dans cette configuration, la profondeur de champ est :

$$d = \frac{2\delta^2 L^2 N}{f'^2} = 1,4 \text{ mm},$$

avec $N = 1,4$, $L = 45 \text{ cm}$ et $\delta = 6,3 \text{ }\mu\text{m}$ pour un capteur plein format à 22 millions de pixels. Avec ce réglage, seul une plage de profondeur de 1,4 mm autour du point de mise au point sera nette. Il s'ensuit que soit le nez, soit les oreilles seront nettes mais jamais les deux en même temps. Les réglages ne sont donc pas appropriés, le photographe devrait augmenter le nombre d'ouverture N afin d'augmenter la profondeur de champ pour que le visage entier soit net.

EXERCICES

Exercices d'application du chapitre 3

●○○
30 min.

EXERCICE 1 Correction de vision

Lentilles accolées

Deux lentilles minces quelconques $\mathcal{L}_1 (O_1, f'_1)$ et $\mathcal{L}_2 (O_2, f'_2)$ sont dites accolées lorsque $O_1 O_2 \ll |f'_1|$ et $O_1 O_2 \ll |f'_2|$ simultanément. Dans ce cas, on notera O le centre optique commun des deux lentilles ($O \approx O_1 \approx O_2$).

1. En prenant l'origine en O , quelle est la relation de conjugaison du système ainsi obtenu?
2. Exprimer la vergence de la lentille $\mathcal{L}$ équivalente à l'association des deux lentilles $\{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2\}$ en fonction des vergences ν_1 et ν_2 des lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$.

Correction de vision

La myopie est un défaut de l'œil résultant d'une modification de la distance entre le cristallin et la rétine. Ce défaut de l'œil se manifeste par une vision floue des objets lointains, c'est-à-dire que le *punctum remotum* d'un œil myope se situe à distance finie. On considère par la suite un œil myope pour lequel le *punctum remotum* se trouve à 40,00 cm. On suppose que l'accommodation du cristallin n'est pas affectée par la myopie, ainsi la distance focale du cristallin varie, comme pour un œil emmétrope, entre $f'_1 = 15,00$ mm en l'absence d'accommodation et $f'_2 = 14,15$ mm au maximum d'accommodation.

3. Calculer la distance d_m séparant le cristallin de la rétine pour cet œil myope.
4. Déterminer la position du *punctum proximum* de l'œil myope.

Afin de corriger cette myopie, on utilise une lentille de contact assimilée à une lentille mince accolée au cristallin.

5. Déterminer la nature et la vergence de la lentille permettant de corriger cette myopie afin que la personne puisse voir un objet à l'infini sans accommoder?

Un autre défaut de l'œil est l'hypermétropie qui résulte d'une diminution de la distance entre le cristallin et la rétine par rapport à un œil emmétrope. Considérons un œil hypermétrope pour lequel le cristallin est séparé de la rétine d'une distance $d_h = 14,80$ mm.

6. Déterminer les positions du *punctum proximum* et du *punctum remotum* de cet œil hypermétrope.
7. On utilise une lentille de contact afin de corriger cette hypermétropie. En supposant que la lentille de correction est accolée au cristallin, déterminer la nature et la vergence de la lentille permettant de corriger cette hypermétropie afin que la personne puisse voir un objet à l'infini sans accommoder?

●○○

EXERCICE 2 Profondeur de netteté d'un œil

20 min.

Un œil emmétrope présente une distance $d = 15,00$ mm entre le cristallin et la rétine. En l'absence d'accommodation, le cristallin se comporte comme une lentille mince de distance focale $f' = 15,00$ mm. La pupille de l'œil est supposée de rayon $R = 1$ mm.

1. La limite de résolution d'un œil emmétrope est $\theta_r = 3 \times 10^{-4}$ rad. En déduire la taille caractéristique δ des cellules photosensibles de la rétine.
2. On considère un point objet A situé sur l'axe optique à une distance $D \gg f'$ de l'œil. Déterminer le rayon r de la tache image se formant sur la rétine lorsque l'œil n'accommode pas. On pensera à utiliser la relation de conjugaison de Newton afin de simplifier les calculs.
3. En déduire la distance minimale $D_{\min}$ au-delà de laquelle doit se trouver le point objet A afin d'être vu nettement sans accommodation.

●○○

EXERCICE 3 Lunette astronomique

20 min.

On considère une lunette astronomique formée :

- d'un objectif constitué d'une lentille mince convergente $\mathcal{L}_1$ de distance focale image $f'_1 = \overline{O_1 F'_1} = 25$ cm ;
- d'un oculaire constitué d'une lentille mince convergente $\mathcal{L}_2$ de distance focale $f'_2 = \overline{O_2 F'_2} = 5$ cm.

Ces deux lentilles ont le même axe optique. Cette lunette astronomique est utilisée pour observer Mars. L'axe optique de l'instrument est pointé vers le centre de Mars, on note A et B les points objets situés à deux extrémités opposées de la planète. Les rayons issus de A et B arrivant au niveau de la lunette forment un angle α au niveau de la Terre, appelé angle apparent. On rappelle qu'un œil emmétrope, c'est-à-dire sans défaut, voit net un objet sans accommoder quand celui-ci est placé à l'infini.

1. Afin de ne pas fatiguer l'utilisateur de la lunette, ce dernier doit observer la planète sans accommoder au travers de la lunette.
 - (a) Quelle doit être la distance entre les centres optiques des lentilles afin de satisfaire cette condition ?
 - (b) Faire le schéma de la lunette. Dessiner sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux formé de rayons issus de la planète. On appellera $A_1 B_1$ l'image intermédiaire.
 - (c) On souhaite photographier cette planète. Où faut-il placer la pellicule ?
2. On note α' l'angle que forment les rayons émergents extrêmes en sortie de la lunette.
 - (a) L'image finale est-elle droite ou renversée ?
 - (b) La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \pm \alpha' / \alpha$ avec un signe « + » si l'image finale est droite et un signe « - » si l'image finale est renversée. Exprimer G en fonction de f'_1 et f'_2 puis calculer sa valeur.

●○○

EXERCICE 4 Lunette de Galilée

20 min.

Une lunette de Galilée est constituée de deux lentilles minces : une lentille $\mathcal{L}_1$ de centre O_1 et de vergence $\nu_1 = 5 \delta$ et une lentille $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 et de vergence $\nu_2 = -20 \delta$. Les lentilles sont positionnées de telle sorte que le système optique formé soit afocal.

1. Déterminer la valeur de l'écartement e entre les deux lentilles.

La lunette de Galilée est utilisée pour observer un objet à l'infini de diamètre angulaire α .

2. Réaliser la construction graphique de la lunette de Galilée à l'échelle 1/2. On représentera les diamètres angulaires α et α' des rayons en entrée et en sortie de la lunette.
3. L'image finale est-elle droite ou renversée ?
4. Déterminer l'expression du grossissement $G = \alpha' / \alpha$ de la lunette en fonction de $f'_1 = 1/\nu_1$ et $f'_2 = 1/\nu_2$. Calculer sa valeur.
5. Citer un avantage à l'utilisation d'une lunette de Galilée par rapport à une lunette astronomique.

●●○

EXERCICE 5 Téléobjectif

30 min.

Un téléobjectif est un objectif de longue focale à savoir un objectif dont la focale est supérieure à la diagonale de la pellicule pour un appareil argentique ou à la matrice de cellules photosensibles pour un numérique. Ces objectifs permettent le cadrage serré des sujets photographiés grâce à un angle de champ étroit.

On modélise ici un tel objectif en associant deux lentilles distantes de $e = 70 \text{ mm}$: la première convergente $\mathcal{L}_1$ de centre O_1 et de distance focale $f'_1 = 100 \text{ mm}$ et la seconde divergente $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 et de distance focale $f'_2 = -50 \text{ mm}$.

Un photographe utilise ce téléobjectif pour prendre en photo un monument de hauteur $h = 100 \text{ m}$ situé à une distance $d = 1,0 \text{ km}$.

1. Définir le foyer image F' du téléobjectif.
2. Déterminer la position du foyer image par rapport à O_2 en fonction de f'_1 , f'_2 et e .
3. En déduire l'encombrement de l'objectif c'est-à-dire la distance entre la première lentille de l'objectif et la pellicule. Faire l'application numérique.
4. Démonstration graphique : retrouver (aux erreurs de tracés près) le résultat précédent en effectuant la construction correspondante à l'échelle 1/2.
5. Déterminer l'expression de la hauteur sur le capteur h_2 de l'image au travers de cet objectif en fonction de f'_1 , f'_2 , e , d et h . Calculer sa valeur.
6. Quelle serait la distance focale de la lentille à utiliser pour obtenir le même grandissement que le téléobjectif avec une seule lentille mince?
7. Conclure sur les avantages et les inconvénients du téléobjectif.

Exercices expérimentaux du chapitre 3

Méthodes de mesure de distances focales (exercices 6, 7, 8 et 9)

●○○

EXERCICE 6 Méthode par conjugaison (lentille convergente)

20 min.

Une lentille de distance focale f' inconnue est positionnée sur un banc d'optique gradué au millimètre entre un objet et un écran. La lentille et l'écran sont alors déplacés de manière à former une image nette. Les distances d_{ob} et d_{ecran} correspondant respectivement aux distances entre l'objet et la lentille et entre la lentille et l'écran sont mesurées pour différentes configurations où l'image est nette sur l'écran. Les mesures sont consignées dans le tableau ci-dessous.

d_{ob} (mm)	793	276	806	284	816	275	823	273	274	820
d_{ecran} (mm)	264	768	257	728	264	780	257	781	761	258

Les précisions des mesures de d_{ob} et d_{ecran} sont de 1 cm.

1. Donner une méthode permettant de vérifier rapidement que la lentille est bien convergente.
2. Quelle condition doit vérifier la distance D séparant l'objet et l'écran de manière à ce qu'une image nette puisse être formée sur l'écran?
3. Exprimer la distance focale f' de la lentille en fonction de d_{ob} et d_{ecran} .
4. En utilisant un traitement statistique, donner l'estimation de la valeur de la focale f' de la lentille ainsi que son incertitude-type.

●○○
20 min.

EXERCICE 7 Méthode de Bessel (lentille convergente)

On dispose un objet et un écran à une distance D l'un de l'autre. Une lentille de focale f' inconnue est placée entre l'objet et l'écran. On déplace ensuite la lentille à la recherche d'une image nette sur l'écran. On note x la distance entre l'objet et la lentille.

1. Montrer qu'il existe deux positions x_1 et $x_2 > x_1$ de la lentille donnant une image nette, à condition que D soit supérieure à une certaine valeur que l'on précisera.
2. On note d la distance entre ces deux positions. Montrer que l'on peut exprimer la focale f' de la lentille en fonction de D et d .

On mesure la distance d entre les deux positions de la lentille donnant une image nette pour différentes valeurs de la distance D entre l'objet et l'écran. Retrouvez les résultats de mesure consignés dans un code Python, en flashant le QR code suivant :

Script Python en ligne

Script disponible sur notre plateforme :

www.lienmini.fr/40876-PYTH-4

3. En utilisant un traitement statistique, donner l'estimation de la valeur de la focale de la lentille ainsi que son incertitude-type.

●●○
30 min.

EXERCICE 8 Autocollimation (lentille convergente)

On dispose d'une lentille $\mathcal{L}$ dont les caractéristiques sont inconnues, et d'un miroir plan M .

1. Quelle relation de conjugaison peut-on écrire lors de l'utilisation d'un miroir plan, en fonction de la distance objet miroir $\overline{HA}$ où H est le projeté orthogonal de A sur le plan du miroir ?

On accole le miroir derrière la lentille de telle sorte que la distance entre le centre optique de la lentille et le plan du miroir soit très petite devant la distance focale f' de la lentille. On suppose par la suite que le centre optique O de la lentille appartient au plan du miroir.

2. On note A_1 l'image d'un point objet A situé sur l'axe optique par la lentille $\mathcal{L}$. Donner la relation liant les distances $\overline{OA_1}$ et $\overline{OA}$.
3. On note A_2 l'image du point A_1 par le miroir M . Donner la relation liant les distances $\overline{OA_2}$ et $\overline{OA_1}$.
4. On note A' l'image de A_2 par la lentille $\mathcal{L}$. Donner la relation liant les distances $\overline{OA'}$ et $\overline{OA_2}$. On prendra garde au fait que la lumière se propage en sens inverse de l'axe optique après réflexion sur le miroir.
5. Dédurre des questions précédentes la relation de conjugaison du système constitué du miroir M accolé à une lentille $\mathcal{L}$ de distance focale image f' ?
6. Où doit-on placer un objet pour que son image par l'association précédente se forme dans le plan de l'objet ?

La configuration précédente est atteinte lorsque l'objet est placé sur la graduation « 0 » d'un banc d'optique gradué par 0,5 mm et la lentille accolée au miroir sur la graduation « 25 cm » du banc. On remarque qu'un déplacement de l'ordre de 1 cm de chaque côté de la position de la lentille accolée au miroir ne modifie pas la netteté de l'image finale.

7. Estimer la valeur de la focale de la lentille ainsi que son incertitude-type.

●●○
30 min.

EXERCICE 9 Méthode de Badal (lentille divergente)

On utilise deux lentilles convergentes $\mathcal{L}_2$ (O_2 , $f'_2 = 20$ cm) et $\mathcal{L}_3$ (O_3 , $f'_3 = 10$ cm) séparées par une distance $\overline{O_2O_3} = 50$ cm. On place alors l'objet AB dans le plan focal objet de $\mathcal{L}_2$.

1. Déterminer la position de l'image finale $A'B'$ de l'objet AB au travers de l'association des deux lentilles convergentes.

2. Faire une construction géométrique de l'image $A'B'$. On prendra une échelle 1/10, c'est-à-dire que 1 cm sur le schéma représente 10 cm en réalité.

On place ensuite la lentille divergente de focale f'_1 inconnue dans le plan focal objet de $\mathcal{L}_3$. Le plan dans lequel est observé l'image finale $A'B'$ est déplacé dans le sens de l'axe optique : on note δ le déplacement de cette image provoqué par la lentille divergente.

3. Exprimer f'_1 en fonction de f'_3 et δ .
4. On mesure $\delta = 6,7$ cm. Calculer la valeur de f'_1 .
5. Faire une construction géométrique de l'image $A'B'$.

Problèmes type concours du chapitre 3

●●○

40 min.

PROBLÈME I Microscope optique (d'après écrit banque PT 2017)

Le microscope est modélisé sur la figure 3.22, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille $\mathcal{L}_1$ de centre O_1 et de distance focale image $f'_1 = 5$ mm), et l'autre constituant l'oculaire (lentille $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 et de distance focale image $f'_2 = 15$ mm).

On fixe $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120$ mm. On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.

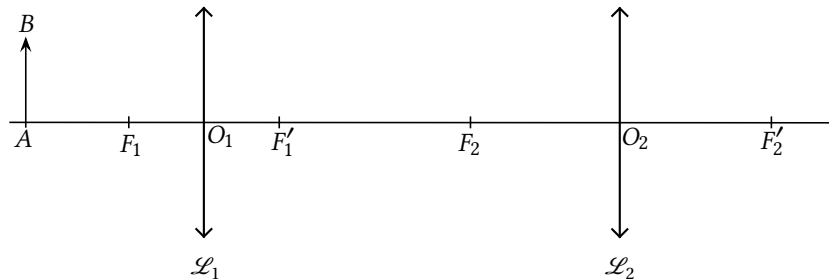


Figure 3.22. Modélisation d'un microscope optique.

1. Les relations de conjugaison et de grandissement pour une lentille mince sont valables à condition que les rayons lumineux satisfassent les conditions de Gauss. Donner ces 2 conditions.
2. Si F'_1 est le foyer image de $\mathcal{L}_1$ et F_2 le foyer objet de $\mathcal{L}_2$, on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f'_1 , f'_2 , D_0 , puis calculer sa valeur.
3. Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de $\mathcal{L}_1$, à sa gauche, de façon à ce que l'image $A'B'$ donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.
 - (a) Exprimer d en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.
 - (b) Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.
 - (c) Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet?
 - (d) Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle α' sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.
4. Le grossissement commercial du microscope est défini par :

$$G_c = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|,$$

où α est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance $D = 250$ mm. L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles. Exprimer G_c en fonction de Δ , D , f'_1 et f'_2 , puis calculer sa valeur.

5. On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur e d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice $n = 1,5$.

On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et une petite pastille rouge (R) sur sa face droite.

On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif+oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge R (figure 3.23, position 1). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance ε , de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue B (figure 3.23, position 2) :

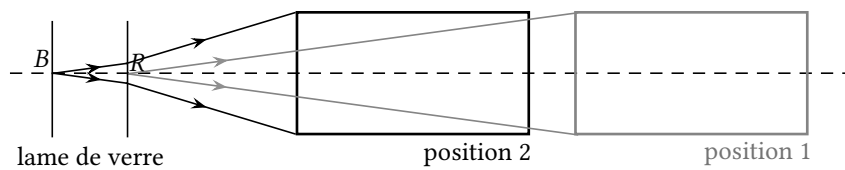


Figure 3.23. Déplacement du microscope entre les deux positions 1 et 2.

La figure 3.24 ci-dessous montre la position 2 de la vis micrométrique, la position 1 correspondant à la graduation 40 de la partie mobile.

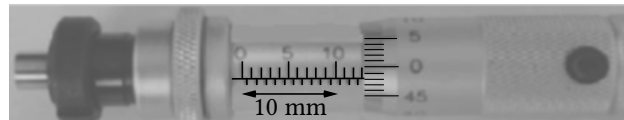


Figure 3.24. Vis micrométrique.

Indication : horizontalement, une graduation correspond à 0,5 mm. Un tour de la vis comprend 50 graduations (verticales) et correspond à un déplacement d'une graduation horizontale.

- Déterminer la valeur mesurée de ε en mm, avec une estimation de l'incertitude-type.
- En tenant compte du phénomène de réfraction et en considérant les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique, exprimer e en fonction de n et ε , puis calculer sa valeur.

●●●
30 min.

PROBLÈME II

Latitude de mise au point d'un appareil photo (d'après écrit Centrale-Supélec PSI 2015)

On désire photographier un individu, debout, de taille 1,80 m à l'aide d'un objectif EF 50 mm 1 :1.2 L USM, assimilable à une lentille mince convergente ($\mathcal{L}$), de distance focale image fixe $f' = 50,0$ mm, associée à un diaphragme de rayon R réglable, supposé placé dans le plan de la lentille mince. Le capteur d'image du boîtier EOS 600D est une matrice contenant 18,7 millions de pixels identiques carrés de côté a disposés dans une matrice rectangulaire de longueur 22,3 mm et de hauteur 14,9 mm. Le sujet, photographié de face, est situé à une distance D du capteur et à une distance d de la lentille ($\mathcal{L}$). Lorsque le photographe effectue la mise au point sur ce sujet, son image occupe toute la hauteur du capteur.

1. Déterminer numériquement les distances d , D et a .
2. La latitude de mise au point est la distance, comptée sur l'axe optique, qui sépare les deux positions extrêmes de la lentille ($\mathcal{L}$) entre lesquelles l'image d'un point objet formée sur le récepteur garde une netteté acceptable, c'est-à-dire ici qu'elle soit de taille inférieure à a , taille caractéristique d'un pixel.

Le nombre d'ouverture N de l'objectif est défini par la relation $N = \frac{f'}{2R}$. Pour l'objectif considéré, il est variable dans l'intervalle $[1,2 ; 16]$.

- (a) Comment faire varier N en pratique?
- (b) Exprimer littéralement la latitude de mise au point en fonction de D , f' , N et a . Calculer sa valeur numérique pour les valeurs minimale et maximale de N . Commenter.



Exercice en ligne :

Exercice disponible sur notre plateforme :

www.lienmini.fr/40876-EX0-3



CORRIGÉS

Corrigés des exercices d'application du chapitre 3 _____

EXERCICE 1

Lentilles accolées

1. Le schéma des images successives dans le dispositif constitué de deux lentilles accolées est $A \xleftrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xleftrightarrow{\mathcal{L}_2} A'$. La relation de conjugaison appliquée à chacune des lentilles donne :

$$\text{pour } \mathcal{L}_1 : \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_1}; \quad \text{pour } \mathcal{L}_2 : \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_1} = \frac{1}{f'_2},$$

où $O_1 \approx O_2 \approx O$. On en déduit la relation de conjugaison de l'association de lentilles :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}.$$

2. L'association de deux lentilles minces accolées de vergences ν_1 et ν_2 est équivalente à une unique lentille mince de vergence $\nu = \nu_1 + \nu_2$.

Correction de vision

3. Au *punctum remotum*, $\overline{OA'} = d_m$ et $\overline{OA} = -d_{PR,m} = -40,00$ cm. La relation de conjugaison appliquée au cristallin donne :

$$d_m = \frac{f'_1 d_{PR,m}}{(d_{PR,m} - f'_1)} = 15,58 \text{ mm}.$$

4. Au *punctum proximum*, $\overline{OA'} = d_m$ et $\overline{OA} = -d_{PP,m}$ où $d_{PP,m}$ représente la distance entre l'œil et le *punctum proximum*. L'application de la relation de conjugaison au cristallin donne :

$$d_{PP,m} = \frac{f'_2 d_m}{(d_m - f'_2)} = 154,2 \text{ mm}.$$

Remarque

Le *punctum proximum* d'un œil myope est plus proche de l'œil que dans le cas d'un œil emmétrope pour lequel le *punctum proximum* se trouve à 25 cm.

5. Pour que l'œil corrigé voit à l'infini sans accommoder, il faut que la distance focale de la lentille équivalente à l'association de la lentille de correction et du cristallin soit égale à d_m . On en déduit la vergence ν_c de la lentille de correction : $\nu_c = \nu_{eq} - \nu_{crist}$ où $\nu_{eq} = 1/d_m$ est la vergence de la lentille équivalente et $\nu_{crist} = 1/f'_1$ est la vergence du cristallin en l'absence d'accommodation. Il vient alors $\nu_c = -2,481 \delta$, la lentille de correction est divergente.

6. Au *punctum proximum*, $\overline{OA'} = d_h$ et $\overline{OA} = -d_{pph}$ où d_{pph} représente la distance entre l'œil et le *punctum proximum*. L'application de la relation de conjugaison au cristallin donne :

$$d_{pph} = \frac{f'_2 d_h}{(d_h - f'_2)} = 322,2 \text{ mm.}$$

On a $f'_2 < d_h < f'_1$, ainsi, un œil hypermétrope voit net les objets situés à l'infini mais en accommodant. Le *punctum remotum* se situe à l'infini.

Remarque

Le *punctum proximum* d'un œil hypermétrope est plus éloigné de l'œil que dans le cas d'un œil emmétrope.

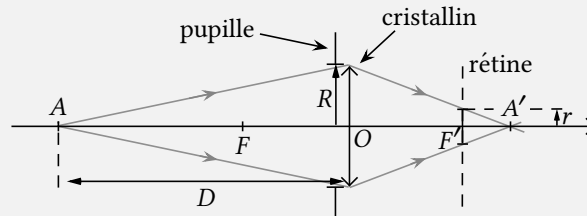
7. La vergence de la lentille équivalente doit être $\nu_{eq} = 1/d_h$ pour que l'œil voit à l'infini sans accommoder. Ainsi, la vergence de la lentille de correction est $\nu_c = \nu_{eq} - \nu_{crist}$ où $\nu_{crist} = 1/f'_1$ est la vergence du cristallin en l'absence d'accommodation. il vient $\nu_c = 9,009 \times 10^{-4} \delta$, la lentille de correction est convergente.

EXERCICE 2

1. La taille caractéristique d'une cellule photosensible de la rétine est $\delta = f' \theta_r = 5 \text{ } \mu\text{m}$.

2. On note A' l'image de A au travers du cristallin (figure ci-dessous). Le théorème de Thalès donne :

$\frac{R}{r} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{F'A'}}$ avec $\overline{OA'} = f' + \overline{F'A'}$. La relation de conjugaison de Newton appliquée au cristallin donne : $\overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}}$ avec $\overline{FA} = -D + f' \approx -D$, d'où $\overline{F'A'} = \frac{f'^2}{D}$. Il vient alors $r = \frac{R f'}{D}$.



3. L'image du point A paraît nette tant que $r \leq \delta$, c'est-à-dire tant que $D \geq D_{\min} = \frac{R f'}{\delta} = 3 \text{ m}$.

EXERCICE 3

1. (a) Pour observer nettement l'image de la planète sans accommoder, il faut que l'image finale B' de B au travers de la lunette soit à l'infini. Le schéma des images successives dans le système optique est :

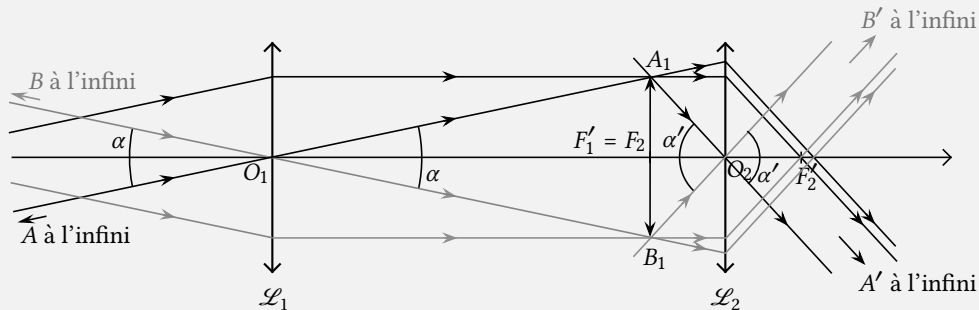
$$B \text{ (à l'infini)} \xrightarrow{\mathcal{L}_1} B_1 \text{ (plan focal image de } \mathcal{L}_1 \text{ plan focal objet de } \mathcal{L}_2) \xrightarrow{\mathcal{L}_2} B' \text{ (à l'infini)}.$$

On en déduit que la distance entre les deux lentilles est $e = f'_1 + f'_2 = 30 \text{ cm}$.

Remarque

Un système optique formant une image finale à l'infini à partir d'un objet à l'infini est dit **afocal**.

(b) Le schéma du trajet suivi par les rayons lumineux dans la lunette est représenté sur la figure ci-dessous.



(c) Pour que la photographie soit nette, il faut placer la pellicule à l'endroit où se forme l'image finale de Mars par la lunette. L'image finale $A'B'$ de Mars se formant à l'infini, il y a alors deux possibilités :

- soit on place la pellicule à l'infini derrière l'oculaire, c'est-à-dire loin de la lunette. Dans ce cas, l'image sera nette sur la pellicule mais très peu lumineuse car peu de rayons lumineux vont effectivement arriver au niveau de la pellicule ;
- soit on place la pellicule dans le plan focal image d'une lentille convergente. Cette méthode a l'avantage de former une image nette de Mars sur la pellicule tout en assurant une bonne luminosité de l'image car l'ensemble des rayons lumineux passant dans la lentille convergent sur la pellicule.

2. (a) L'image finale est renversée car les rayons sortant de la lunette provenant de B semblent provenir d'en-dessous de l'axe optique alors que sans la lunette, les rayons provenant de B semblent provenir d'au-dessus de l'axe optique.

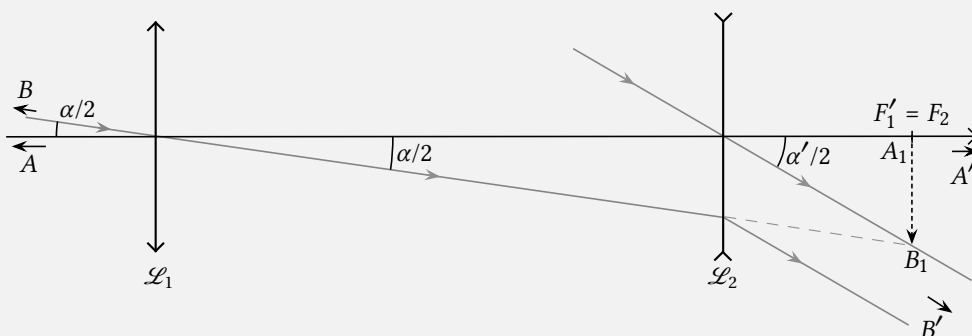
(b) D'après la construction géométrique de la question 1.(b), dans l'approximation des petits angles, on a $\alpha = \frac{A_1 B_1}{f_1'}$ et $\alpha' = \frac{A_1 B_1}{f_2'}$. Ainsi, comme l'image finale est renversée, le grossissement de la lunette est

$$G = -\frac{f_1'}{f_2'} = -5.$$

EXERCICE 4

1. Afin que la lunette soit afocale, il faut $F_1' = F_2$. L'écartement entre les lentilles doit être $e = f_1' + f_2' = 15 \text{ cm}$.
2. Le schéma des images successives dans la lunette de Galilée est :

$$A \text{ (à l'infini)} \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 = F_1' = F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A' \text{ (à l'infini)}.$$



3. L'image finale est droite car les rayons provenant de B sortant de la lunette semblent provenir d'au-dessus de l'axe optique ce qui est aussi le cas sans la lunette.

4. D'après la construction, on a $\alpha = \frac{2A_1B_1}{f_1'}$ et $\alpha' = \frac{2A_1B_1}{-f_2'}$ ($f_2' < 0$ car $\mathcal{L}_2$ est divergente). Il vient alors

$$G = -\frac{f_1'}{f_2'} = 4.$$

5. Un avantage d'une lunette de Galilée est qu'elle est plus compacte qu'une lunette astronomique. En effet, pour un même grossissement $G = 4$, la lunette de Galilée présente un encombrement de $e = 15$ cm alors qu'une lunette astronomique construite avec des lentilles convergentes de même distance focale en valeur absolue aurait un encombrement de 25 cm. Un autre avantage de la lunette de Galilée est que l'image observée en sortie de la lunette est droite alors qu'elle est renversée avec une lunette astronomique.

EXERCICE 5

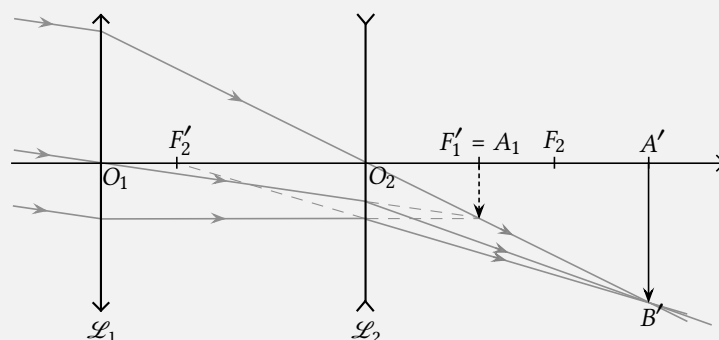
1. Le foyer image F' est l'image au travers du téléobjectif d'un point objet A situé à l'infini sur l'axe optique.

2. Pour un point objet A situé à l'infini, le schéma des images successives au travers des lentilles du système optique est : A (à l'infini) $\xrightarrow{\mathcal{L}_1}$ $A_1 = F_1' \xrightarrow{\mathcal{L}_2}$ $A' = F'$. La relation de conjugaison appliquée à la lentille $\mathcal{L}_2$ donne $\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'}$ avec $\overline{O_2A'} = \overline{O_2F'}$ et $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = f_1' - e$. Finalement, il vient :

$$\overline{O_2F'} = \frac{f_2'(f_1' - e)}{(f_1' - e + f_2')} = 75 \text{ mm}.$$

3. Le téléobjectif est utilisé pour photographier des objets situés à l'infini ($d \gg f_1', f_2'$), l'image finale se forme donc dans le plan transverse à l'axe optique passant par F' . C'est à cet endroit qu'il faut placer la pellicule. L'encombrement du téléobjectif est donc $\overline{O_1F'} = e + \overline{O_2F'} = 145$ mm.

4. Sur la construction à l'échelle 1/2 ci-dessous, on retrouve un encombrement de 145 mm.



5. La hauteur de l'image intermédiaire est $h_1 = hf_1'/d = 10$ mm. La relation de grandissement appliquée

à la lentille $\mathcal{L}_2$ donne en valeur absolue : $\frac{|A'B'|}{|A_1B_1|} = \frac{|\overline{O_2A'}|}{|\overline{O_2A_1}|}$ avec $|A'B'| = h_2$, $|A_1B_1| = h_1$, $|\overline{O_2A'}| = |\overline{O_2F'}|$ et

$|\overline{O_2A_1}| = |\overline{O_2O_1} + \overline{O_1F_1'}| = f_1' - e$. Il vient alors $h_2 = h_1 \frac{f_2'}{f_1' - e + f_2'}$ soit avec l'expression de h_1 , on a :

$$h_2 = \frac{hf_1'f_2'}{d(f_1' - e + f_2')} = 25 \text{ mm}.$$

6. Le grandissement d'une unique lentille de focale f'_T est $\gamma_{\mathcal{L}_T} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{f'_T}{d}$. Pour obtenir le même grandissement en valeur absolue qu'avec le téléobjectif, il faut que $\frac{f'_T}{d} = \frac{h_2}{h}$ soit :

$$f'_T = \frac{d h_2}{h} = 250 \text{ mm.}$$

7. L'avantage du téléobjectif est que l'encombrement est réduit par rapport à un dispositif composé d'une unique lentille. En revanche, la présence de plusieurs lentilles alourdit le téléobjectif par rapport à une lentille simple.

Corrigés des exercices expérimentaux du chapitre 3

EXERCICE 6

1. Une méthode consiste à s'assurer que la lentille possède un bord fin et un centre épais, ce qui est caractéristique des lentilles convergentes.
2. $D \geq 4f'$.
3. En tenant compte des longueurs algébriques, on a $\overline{OA} = -d_{\text{ob}}$ et $\overline{OA'} = d_{\text{ecran}}$ où O est le centre optique de la lentille, A l'objet et A' son image au travers de la lentille. L'application de la relation de conjugaison à la lentille donne $f' = \frac{d_{\text{ob}} d_{\text{ecran}}}{d_{\text{ob}} + d_{\text{ecran}}}$.
4. Retrouvez le code Python correspondant en flashant le QR code suivant :



Script Python en ligne

Script disponible sur notre plateforme :
www.lienmini.fr/40876-PYTH-5



Par traitement statistique, on trouve $f' = (199,1 \pm 1,1) \text{ mm}$.

EXERCICE 7

1. Si $D > 4f'$, il existe deux positions de la lentille qui donnent une image nette sur l'écran pour lesquelles la distance entre l'objet et la lentille est :

$$x_1 = \frac{1}{2} (D - \sqrt{D^2 - 4Df'}) \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{1}{2} (D + \sqrt{D^2 - 4Df'}).$$

2. On a $d = x_2 - x_1 = \sqrt{D^2 - 4Df'}$. Il vient alors $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$.
3. Retrouvez le code Python correspondant en flashant le QR code suivant :



Script Python en ligne

Script disponible sur notre plateforme :
www.lienmini.fr/40876-PYTH-6



Par traitement statistique, on trouve $f' = (100,07 \pm 0,56) \text{ mm}$.

PRÉPAS SCIENTIFIQUES

PCSI

2^e édition
CONFORME AU
PROGRAMME

Physique

L'ouvrage indispensable pour réussir et faire la différence en CPGE scientifiques

→ TOUT LE COURS

Pour maîtriser **l'intégralité du programme**, toutes les définitions, propriétés et démonstrations indispensables

→ LES MÉTHODES PAS À PAS

Pour acquérir **les techniques et astuces** de résolution des exercices

→ DES ENTRAÎNEMENTS INTENSIFS

Pour **vous préparer efficacement** et **vous tester** avec plus de 200 exercices de difficulté progressive : exercices d'application, expérimentaux et problèmes type concours

→ TOUS LES CORRIGÉS DÉTAILLÉS

Pour **comprendre** les étapes de résolution et **acquérir** les bons réflexes

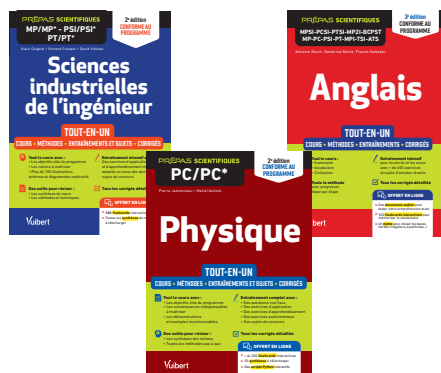


OFFERT EN LIGNE

- + Plus de **170 flashcards interactives** pour mémoriser autrement
- + Des **scripts Python interactifs** pour s'entraîner à coder
- + Des **exercices supplémentaires**

Des auteurs au cœur de l'enseignement et des attentes des élèves en CPGE

Dans la même collection :



ISBN : 978-2-311-22320-0



9 782311 223200



47,00 €

Retrouvez notre collection
complète ici :

