

Sommaire

E3A

		Énoncé	Corrigé
Mathématiques	Quatre exercices : extremum local d'une fonction définie sur $\mathbb{R}^n$, étude d'une suite récurrente, étude d'un endomorphisme et d'un produit scalaire sur $\mathbb{R}_n[X]$, peut-on piper deux dés pour que la somme décrive une loi uniforme ? <i>polynômes, fonctions de plusieurs variables, suites récurrentes, espaces euclidiens, réduction des endomorphismes, probabilités</i>	17	22

CONCOURS COMMUN INP

Mathématiques	Un jeu de pile ou face, une caractérisation de la fonction Gamma et étude d'une classe d'endomorphismes. <i>séries entières, lois usuelles, couples de variables aléatoires, intégration, dérivation, algèbre linéaire, réduction des endomorphismes, produit scalaire, polynômes</i>	42	50
Informatique	Autour de l'astro-informatique. <i>algorithmes de classification, théorie des graphes, SQL</i>	75	103

CENTRALE-SUPÉLEC

Mathématiques 1	Obtention de piles successifs lors de lancers d'une pièce. <i>probabilités, séries entières, réduction, polynômes, suites réelles</i>	117	121
Mathématiques 2	Polynômes de Jacobi. <i>analyse, dénombrement, polynômes</i>	147	152

MINES-PONTS

Mathématiques 1	Sommes d'endomorphismes de carré nul. <i>algèbre linéaire, calcul matriciel, réduction des endomorphismes, trigonalisation</i>	173	180
Mathématiques 2	Probabilité qu'un entier choisi au hasard et uniformément dans $\llbracket 1 ; n \rrbracket$ soit sans facteur à la puissance k . <i>théorèmes d'interversion, équations différentielles linéaires, théorèmes de Fubini, sommation de Dirichlet</i>	199	207
Informatique	Jeu Quixo à deux joueurs. <i>algorithmique, terminaison, arbres, min-max, bases de données</i>	235	252

POLYTECHNIQUE-ENS

Mathématiques	Théorème de Boulmezaoud-Cieutat-Daniilidis. <i>calcul différentiel, algèbre linéaire, réduction des endomorphismes, intégration, équations différentielles</i>	262	270
Informatique	Cycles et unification. <i>graphes, algorithmique, correction, complexité, bases de données</i>	292	301

FORMULAIRES

Développements limités usuels en 0	313
Développements en série entière usuels	314
Dérivées usuelles	315
Primitives usuelles	316
Trigonométrie	318

SESSION 2026



PSI8M

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI**MATHÉMATIQUES****Durée : 4 heures**

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot *FIN* à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de quatre exercices indépendants.

e3a Mathématiques PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Jean Starynkévitch (professeur en CPGE) ; il a été relu par Guillaume Soenen (ENS de Lyon) et Simon Billouet (professeur en CPGE).

Le sujet est composé de quatre exercices indépendants, permettant à tout candidat de trouver des points qui lui sont familiers.

- L'exercice 1 consiste en la minimisation d'une certaine fonction polynomiale de degré 2 sur $\mathbb{R}^n$. De facture très classique et proche du cours, il permettait au jury de tester la connaissance du chapitre sur les fonctions de plusieurs variables et la capacité à le mettre en œuvre.
- Dans l'exercice 2, on étudie dans la première question la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par récurrence par

$$\begin{cases} v_0 \in [-1; 1] \\ v_{n+1} = \ln \left(1 - \frac{v_n}{2} \right) \end{cases}$$

C'est l'étude d'une suite récurrente classique, posée de manière détaillée avec des questions intermédiaires. Une seconde question s'intéresse à la convergence uniforme de la série de fonctions $\sum u_n$ où $u_n : [-1; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ est définie pour tout $x \in [-1; 1]$ par récurrence par

$$\begin{cases} u_0(x) = x \\ u_{n+1}(x) = \ln \left(1 - \frac{u_n(x)}{2} \right) \end{cases}$$

- Dans l'exercice 3, on munit l'espace vectoriel $E_n = \mathbb{R}_n[X]$ du produit scalaire défini par

$$(P | Q) = \int_{-1}^1 (1 - t^2) P(t) Q(t) dt$$

et on étudie l'endomorphisme

$$\Psi : \begin{cases} E_n \longrightarrow E_n \\ P \longmapsto ((X^2 - 1)P)'' \end{cases}$$

Les connaissances et compétences testées portent donc sur l'algèbre linéaire, y compris la réduction des endomorphismes, ainsi que l'algèbre euclidienne.

- L'exercice 4 de probabilités porte sur des variables aléatoires finies. Le cours de PCSI semble suffisant pour le traiter, à l'exception de la définition de la fonction génératrice d'une variable aléatoire. La maîtrise du cours de sup sur les polynômes est également utile. Son objectif est de répondre à la question suivante (dernière question du sujet) :

« Est-il possible de piper deux dés à six faces de façon à ce que la somme des résultats obtenus suive une loi uniforme ? »

Les quatre exercices semblent de difficulté comparable et demandent avant tout une bonne maîtrise des principales notions du cours des chapitres abordés. Le sujet étant assez long, il aura parfaitement permis de classer les candidats.

SESSION 2026



PSI1M

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI**MATHÉMATIQUES****Durée : 4 heures**

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème indépendants.

CCINP Maths PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Jeanne Gauthier (professeure indépendante) ; il a été relu par Thierry Limoges (professeur en CPGE) et Julie Gauthier (professeure agrégée).

L'énoncé est constitué de deux exercices et d'un problème indépendants.

- L'exercice 1 porte sur un jeu de pile ou face. Les questions préliminaires se fondent sur les développements en séries entières. Pour la suite, on met en œuvre des lois usuelles et des couples de variables aléatoires.
- L'exercice 2 propose une caractérisation de la fonction Gamma. Il s'agit de prouver que la seule fonction $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ telle que $\ln \circ f$ est convexe et

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^* \quad f(x+1) = xf(x) \quad \text{et} \quad f(1) = 1$$

est la fonction Gamma. Il faut d'abord montrer l'existence de cette solution, puis son unicité. Cet exercice est centré sur l'intégration et l'ensemble du cours associé. S'y trouve également une petite section sur les produits scalaires, qui utilise notamment l'inégalité de Cauchy-Schwarz.

- Le problème étudie une classe d'endomorphismes, d'abord dans le cas général puis dans le cas des endomorphismes nilpotents. Diagonalisation, passage de la matrice d'un endomorphisme à des conclusions sur celui-ci et algèbre linéaire sont au programme.

Le sujet est assez complet et permet de réviser les principaux points du programme, hormis l'espérance et la variance en probabilités qui ne sont pas abordées ici. L'exercice d'analyse reprend beaucoup de notions autour de l'intégration, parfois de manière répétitive. Cependant, se familiariser avec la fonction Gamma est pertinent dans une préparation de concours : elle est affectonnée par les mathématiciens et revient souvent dans les sujets. Le problème est un joli voyage dans les chapitres d'algèbre de deuxième année. S'y côtoient matrices, polynômes, réduction des endomorphismes et noyaux. Ne manquez pas la section sur les endomorphismes nilpotents car ils reviennent souvent dans les énoncés de concours.

SESSION 2026



PSI5IN

ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI

INFORMATIQUE

Durée : 3 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de quatre parties indépendantes.

L'épreuve est à traiter en langage **Python** sauf pour les bases de données.

Les différents algorithmes doivent être rendus dans leur forme définitive sur le **Document Réponse** dans l'espace réservé à cet effet en respectant les éléments de syntaxe du langage (les brouillons ne sont pas acceptés).

La réponse ne doit pas se limiter à la rédaction de l'algorithme sans explication, les programmes doivent être expliqués et commentés de manière raisonnable.

Énoncé et Annexe : 16 pages

Document Réponse : 12 pages

Seul le Document Réponse (DR) doit être rendu dans son intégralité (le QR Code doit être collé sur la première page du DR).

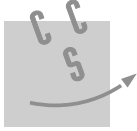
CCINP Informatique PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Abdelrahman Zighem (ENS Ulm) ; il a été relu par Virgile Andreani (ENS Ulm) et Cyril Ravat (professeur en CPGE).

Ce sujet traite d'observations astrophysiques. L'objectif est d'abord de comprendre le format de ces observations photographiques et spectrographiques, puis de les classer. On utilise les algorithmes des k -moyennes et des k plus proches voisins pour cela. On termine en utilisant des méthodes issues de la théorie des graphes pour exhiber, parmi les spectres galactiques, la structure de *filaments*, qui sont de grands amas longitudinaux de galaxies.

- La partie I est consacrée à quelques questions de représentations des données et de SQL.
- La partie II implémente l'algorithme des k -moyennes pour les spectres galactiques, que l'on étend ensuite afin de s'éviter de spécifier manuellement le nombre de groupes. Il est nécessaire de connaître et savoir implémenter cet algorithme car l'énoncé ne rappelle pas son fonctionnement.
- La partie III s'intéresse aux spectres stellaires via l'algorithme des k plus proches voisins. On attend cette fois seulement une compréhension théorique de l'algorithme, le code étant fourni.
- La partie IV propose une belle idée : exhiber la structure des filaments galactiques en élaguant subtilement un arbre couvrant minimal du graphe formé par les galaxies. La représentation choisie des arbres, en dictionnaire, est plutôt inhabituelle. Quelques questions plus subtiles algorithmiquement sont placées à la toute fin.

Le sujet est globalement bien construit et la trame de l'astrophysique est engageante. De nombreuses questions de programmation assez simples correspondent à des algorithmes basiques qui doivent être parfaitement maîtrisés (calcul de moyenne, recherche de maximum, initialisation d'une liste de listes). C'est de plus un très bon sujet pour faire le tour des algorithmes de classification et éventuellement approfondir les arbres et les graphes.



CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Mathématiques 1

4 heures

Calculatrice autorisée

PSI

2026

Obtention de piles successifs lors de lancers d'une pièce.

Dans ce sujet, nous étudions la probabilité d'apparition de n côtés pile successifs lors du lancer d'une pièce. Ce type de problème a notamment servi de modèle pour des études effectuées dans les années 2010 visant à améliorer la performance des transmissions d'informations dans certains types de réseaux informatiques sans fil appelé OLSR [1]. Ces derniers ont des applications dans l'utilisation des mini-drones de reconnaissance, ou bien lors de communications d'unités de secours pour la prévention des catastrophes naturelles.

Dans les trois premières parties, nous étudions la probabilité d'apparition pour la première fois de n côtés pile successifs lors de lancers d'une pièce. La première partie s'intéresse aux cas où $n = 1$ et $n = 2$; la deuxième au cas où $n = 3$. Puis le cas général est étudié dans la troisième partie. La dernière partie, quant à elle, traite du problème de l'apparition d'une succession d'au moins n côtés pile consécutifs lorsqu'une pièce est lancée k fois.

Notations et définition

On dispose d'une pièce non nécessairement équilibrée. On note $p \in]0,1[$ la probabilité que le résultat d'un lancer donne le côté pile et $q \in]0,1[$ celle qu'il soit face. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on définit la variable aléatoire X_n de sorte que pour tout entier $k \in \mathbb{N}^*$, X_n prend la valeur k lorsque l'on obtient pour la première fois n côtés piles consécutifs à la suite de k lancers d'une pièce et $X_n = +\infty$ si cet événement ne se produit jamais. On admet dans tout le sujet l'existence d'un espace probabilisé (Ω, P) sur lequel est définie X_n . On note f la fonction définie par, pour tout $t \in [0,1]$,

$$f(t) = t^n - q \sum_{i=1}^n p^{i-1} t^{n-i} \text{ et } \mathcal{R}e(z) \text{ la partie réelle de tout nombre complexe } z.$$

A – Les cas où $n = 1$ et $n = 2$

I – Le cas où $n = 1$

- Q1. Donner explicitement la loi de X_1 .
- Q2. Donner directement la fonction génératrice de X_1 , son espérance et sa variance.
- Q3. Démontrer les résultats donnés dans la question 2.

II – Le cas où $n = 2$

- Q4. Déterminer $P(X_2 = 1)$ et $P(X_2 = 2)$.
- Q5. Soit $k \in \mathbb{N}$, $k > 2$. On suppose que X_2 prend la valeur k . Déterminer l'ensemble des résultats possibles pour les deux premiers lancers.
- Q6. En déduire que pour tout $k \in \mathbb{N}$, $k > 2$, $P(X_2 = k) = qP(X_2 = k - 1) + pqP(X_2 = k - 2)$.
- Q7. Montrer que le trinôme $X^2 - qX - pq$ admet deux racines r_1 et r_2 dans $] -1,1[$ vérifiant $r_2 < r_1$ et $|r_2| < |r_1|$.
- Q8. Déterminer le rayon de convergence, noté R , de la série entière $\sum_{k=2}^{+\infty} (r_1^{k-1} - r_2^{k-1})z^k$.
- Q9. Exprimer $P(X_2 = k)$ pour tout $k \in \mathbb{N}$, $k > 2$.

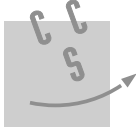
Centrale Maths 1 PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Philippe Quiblier (professeur en CPGE) ; il a été relu par Christophe Fiszka (professeur en CPGE) et Simon Billouet (professeur en CPGE).

Ce problème s'intéresse à l'apparition d'exactly n piles consécutifs, ou d'au moins n piles consécutifs, lors de lancers d'une même pièce, qui n'est pas nécessairement équilibrée. Cette problématique a des applications dans la transmission d'informations ; une référence bibliographique à la fin de l'énoncé permettra aux candidats curieux de mesurer, s'il en était besoin, que les mathématiques ne servent pas qu'à faire des sujets de concours.

- La première partie traite des cas particuliers $n = 1$, pour lequel il s'agit entièrement de questions de cours, et $n = 2$, qui est assez classique.
- La deuxième partie traite du cas $n = 3$ et cherche un équivalent de la probabilité que les trois piles consécutifs arrivent au k -ième lancer lorsque k tend vers $+\infty$. Pour cela, on exprime le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 3 à coefficients constants avec les outils de l'algèbre linéaire, en particulier la diagonalisation d'une matrice compagnon. Elle se termine par un cas particulier calculatoire où cet équivalent est calculé explicitement.
- La troisième partie traite du cas général avec exactement n piles consécutifs. On y calcule l'espérance du nombre de lancers nécessaires pour cela à l'aide de la fonction génératrice de cette variable aléatoire.
- La quatrième et dernière partie s'intéresse à l'apparition d'au moins n piles consécutifs lors d'un certain nombre de lancers. L'objectif majeur est de montrer qu'il est quasi certain de faire au moins n piles consécutifs au bout d'un certain nombre de lancers quelle que soit la valeur de n . On termine avec une estimation numérique de la probabilité d'y parvenir quand $n = 5$ pour 100 lancers.

Le thème principal du sujet est évidemment celui des probabilités, mais il y est aussi affaire d'analyse (suites, continuité, séries entières) et d'algèbre linéaire (polynômes et réduction). Il constitue par sa transversalité un bon sujet de révision. Comme il s'agit de la même problématique qui est peu à peu généralisée puis adaptée, il y a plusieurs questions très semblables voire répétitives. Il convient donc d'aller vite sur les redites mais en restant vigilant sur ce qui change et qui doit donc être dégagé dans les copies. Cela entraîne aussi que les parties sont loin d'être indépendantes, même si les approches et outils utilisés dans chacune sont différents. Il comporte par ailleurs des questions assez calculatoires qui pourraient rebuter ; mais un traitement habile de celles-ci les rend plus abordables et il y a là des compétences à acquérir.



CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Mathématiques 2

PSI

2026

4 heures

Calculatrice autorisée

Polynômes de Jacobi

L'objectif de ce problème est de définir les polynômes de Jacobi et d'étudier quelques-unes des propriétés de ces polynômes.

La première partie de ce sujet est consacrée à la définition d'un produit scalaire sur l'ensemble $\mathbb{R}[X]$ des polynômes à coefficients réels. Dans une deuxième partie, on se propose de démontrer la célèbre formule de Vandermonde sur les coefficients binomiaux et d'introduire la notion de coefficient binomial généralisé. Les troisième et quatrième parties proposent la définition des polynômes de Jacobi ainsi que certaines de leurs propriétés les plus classiques. Enfin, la cinquième partie permet de présenter les polynômes de Legendre, en tant que cas particulier des polynômes de Jacobi.

Partie A – Un produit scalaire

Soit $\delta \in \mathbb{R}$.

Q1. Rappeler sans démonstration la condition de convergence de $\int_0^1 \frac{1}{t^\delta} dt$ et donner sa valeur lorsqu'elle converge.

Q2. Soit $a \in \mathbb{R}$. Dédurre de la question précédente une condition nécessaire et suffisante sur δ pour que l'intégrale $\int_0^a \frac{1}{(a-t)^\delta} dt$ converge.

Dans toute la suite de ce problème, sauf mention contraire, α et β désignent deux réels strictement supérieurs à -1 .

Q3. Démontrer que, pour toute fonction f continue sur le segment $[-1, 1]$, l'intégrale $\int_{-1}^1 (1-t)^\alpha (1+t)^\beta f(t) dt$ est convergente.

Q4. Pour tout $(P, Q) \in (\mathbb{R}[X])^2$, on pose $\langle P, Q \rangle = \int_{-1}^1 (1-t)^\alpha (1+t)^\beta P(t)Q(t) dt$. Démontrer que l'on définit ainsi un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$.

On note $\|\cdot\|$ la norme euclidienne associée à ce produit scalaire. On a donc :

$$\forall P \in \mathbb{R}[X], \|P\| = \sqrt{\langle P, P \rangle}$$

I – Un premier exemple

On suppose, dans cet exemple uniquement, que $\alpha = \beta = -\frac{1}{2}$. Le produit scalaire est donc ici défini par :

$$\forall (P, Q) \in (\mathbb{R}[X])^2, \langle P, Q \rangle = \int_{-1}^1 \frac{P(t)Q(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt$$

Q5. Calculer le produit scalaire $\langle 1, X \rangle$.

Q6. Calculer les normes $\|1\|$ et $\|X\|$.

Centrale Maths 2 PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Youssef Yjjou (ENS de Lyon) ; il a été relu par Jan-Luka Fatras (ENS Paris-Saclay) et Sélim Cornet (professeur en CPGE).

Ce sujet propose d'étudier un espace de polynômes muni d'un produit scalaire défini comme une intégrale paramétrée par deux réels α et β . C'est à travers ce produit scalaire qu'apparaissent les polynômes de Legendre et, plus généralement, de Jacobi. Ils peuvent être définis soit par orthonormalisation de Gram-Schmidt, soit par définition explicite. De nombreuses propriétés de ces polynômes sont démontrées, d'une part en les considérant comme polynômes abstraits, d'autre part en les étudiant comme fonctions réelles.

- Dans la partie A, on définit le produit scalaire à l'aide d'intégrales généralisées convergentes dépendant de deux réels α et β . On démontre qu'il s'agit bien d'un produit scalaire avant d'en étudier quelques exemples explicites pour certaines valeurs des paramètres.
- La partie B, relativement courte, est consacrée à la formule de Vandermonde. Celle-ci est d'abord démontrée à l'aide d'un argument de dénombrement, puis étendue grâce à l'introduction des coefficients binomiaux généralisés.
- Dans la partie C, on restreint le produit scalaire à l'espace $\mathbb{R}_n[X]$. Le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, appliqué à la base canonique, démontre l'existence d'une base orthonormale de polynômes dont on étudie les premières propriétés. On s'intéresse ensuite à une définition de ces polynômes par récurrence, à l'aide d'une relation linéaire d'ordre 2 à coefficients polynomiaux. Finalement, on analyse leurs racines situées dans $] -1 ; 1 [$.
- La partie D introduit les polynômes de Jacobi. Après l'étude de plusieurs propriétés élémentaires, on établit une expression explicite de ces polynômes. La formule de Vandermonde permet également de simplifier le coefficient dominant obtenu. On établit dans un dernier temps leur orthogonalité à l'aide de techniques de calcul intégral.
- La dernière partie est consacrée aux polynômes de Legendre. L'accent est mis sur certaines de leurs propriétés remarquables, notamment la vérification d'une équation différentielle linéaire du second ordre. On s'intéresse ensuite à une série entière définie à l'aide des valeurs prises par ces polynômes et on montre que cette série admet une expression algébrique explicite.

Ce sujet fait surtout appel à l'analyse, avec en plus des aspects d'algèbre bilinéaire et d'algèbre polynomiale ainsi qu'une question combinatoire. Il est long et de difficulté variée : certaines questions se traitent rapidement tandis que d'autres nécessitent une réflexion approfondie ou des calculs plus longs. Il s'agit d'un très bon sujet de révision grâce à ses questions de cours, ses calculs de dérivation et d'intégration et ses questions plus techniques qui demandent de s'approprier des résultats mathématiques abstraits.

A2026 – MATH I PSI



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

PREMIÈRE ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

MATHÉMATIQUES I - PSI

L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



Mines Maths 1 PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Tristan Poullaouec (professeur en CPGE); il a été relu par William Gregory (étudiant en Master) et par Simon Billouet (professeur en CPGE).

Ce problème se place dans un $\mathbb{C}$ -espace vectoriel de dimension finie. Il est consacré à l'étude des endomorphismes décomposables en somme de p endomorphismes de carré nul, avec $p \in \mathbb{N}^*$. On s'intéressera plus particulièrement aux cas $p = 3$ et $p = 4$. Le sujet comporte cinq parties, dont les quatre premières sont indépendantes.

- La partie A porte sur la réduction des endomorphismes de carré nul.
- Dans la partie B, on établit que les endomorphismes décomposables en somme d'endomorphismes de carré nul sont les endomorphismes de trace nulle.
- On montre dans la partie C l'existence d'un endomorphisme de trace nulle qui n'est pas la somme de trois endomorphismes de carré nul.
- La partie D introduit les matrices de Hessenberg (ce sont des matrices triangulaires supérieures auxquelles on a ajouté des termes éventuellement non nuls juste sous la diagonale) et l'on établit quelques propriétés qui seront utiles dans la partie suivante.
- Dans la dernière partie, on raffine les résultats de la partie B en montrant que tout endomorphisme qui s'écrit comme somme d'endomorphismes de carré nul est la somme de quatre endomorphismes de carré nul.

C'est un sujet d'algèbre linéaire intéressant, mais plutôt long pour une épreuve de trois heures. De plus, si les trois premières parties ne présentent pas de difficulté majeure et ne font appel qu'à des raisonnements très classiques, cela commence à se corser dans la partie D, où les manipulations de matrices et de déterminants s'avèrent délicates à rédiger et à justifier. En résumé, c'est un très bon sujet de révision d'algèbre linéaire, même s'il devient vraiment difficile dans les deux dernières parties.

A2026 – MATH II PSI



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

DEUXIÈME ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

MATHÉMATIQUES II - PSI

L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



Mines Maths 2 PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Loïc Jean (ENS de Lyon) ; il a été relu par Quentin Vermande (ENS Ulm) et Thierry Limoges (professeur en CPGE).

Ce sujet d'analyse montre comment cette dernière permet d'étudier des objets issus de l'arithmétique. Il adopte pour cela une approche probabiliste. De nombreuses questions sont calculatoires ou nécessitent une bonne technique.

- La partie 1 calcule la somme d'une série dépendant d'un paramètre réel. On utilise à la fois des approches classiques sur les suites et les séries de fonctions, et des résultats concernant les équations différentielles linéaires.
- La partie 2, plus calculatoire, s'intéresse au développement en série entière d'un terme figurant dans un résultat de la partie 1. C'est l'occasion d'étudier les nombres de Bernoulli et de les relier à la fonction ζ de Riemann.
- La partie 3 attaque le problème faisant l'objet de l'intitulé du sujet. Les premières questions reproduisent la démonstration de la formule du crible de Poincaré, qui permet d'obtenir une expression générale pour le calcul de la probabilité d'une réunion d'évènements. Ensuite, un découpage ensembliste judicieux permet d'exploiter cette formule pour avancer dans le problème.
- La dernière partie utilise les trois autres pour répondre au problème initial. Les questions explicitent une opération de sommation appelée convolution de Dirichlet, qui est riche en simplifications dans le cas étudié par le sujet. On conclut en reliant la probabilité recherchée à la fonction ζ de Riemann.

Ce sujet permet de réviser une plage assez étendue du programme d'analyse, tout particulièrement les suites et séries de fonctions. Il permet de se familiariser avec la fonction ζ de Riemann et la fonction μ de Möbius, qui apparaissent toutes deux fréquemment dans divers sujets de concours. La démonstration de la formule du crible ne figure pas explicitement au programme, mais en est une application commune et riche en approfondissements. Enfin, la partie sur la convolution de Dirichlet fournit un entraînement à la sommation de familles à deux indices.

A2026 – INFO COMMUNE



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

ÉPREUVE D'INFORMATIQUE COMMUNE

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

INFORMATIQUE COMMUNE

Cette épreuve est commune aux candidats des filières MP, PC et PSI.

L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages de texte.

Le travail doit être reporté sur le cahier de réponses de 8 pages distribué avec le sujet. Un seul cahier de réponses est fourni au candidat, dont toutes les feuilles seront obligatoirement rendues à la fin de l'épreuve. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.

Pour valider ce cahier réponses, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, sa date de naissance, son nom, son prénom, son numéro d'inscription et sa signature.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



Mines Informatique MP-PC-PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Cyril Ravat (professeur en CPGE) ; il a été relu par Abdelrahman Zighem (ENS Ulm) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Le sujet se consacre à un jeu de stratégie à deux joueurs peu connu nommé Quixo, imaginé en 1995, dans lequel on déplace des pions afin d'obtenir un alignement maximal.

- La partie 1 présente le principe général et les règles du jeu. Elle ne comporte aucune question.
- La partie 2 met en place les fonctions d'initialisation du plateau, de détermination des coups possibles en fonction de la configuration, de recherche d'alignements et enfin la fonction permettant de savoir si un plateau est gagnant.
- Dans la partie 3, il est question de jeu contre l'ordinateur. On étudie deux algorithmes permettant à l'ordinateur de réaliser un bon mouvement : l'algorithme « min-max » est très brièvement rappelé et implémenté ; l'élagage « alpha-beta », hors programme, est expliqué et utilisé sur les deux dernières questions, sans technicité de langage.
- La partie 4 contient deux questions de langage SQL, qui nécessitent la maîtrise des jointures.

Cette épreuve de difficulté progressive s'inscrit dans l'optique du dernier chapitre du programme de deuxième année. La partie 2, très classique, contient de nombreuses questions abordables, y compris dès la première année. La partie 3 est plus complexe et nécessite un peu de recul sur l'algorithme min-max.

Enfin, remarquons l'usage d'un document réponse pour la première fois sur cette épreuve, à l'instar de ce que fait le concours CCINP depuis 2023. L'espace offert pour les réponses y est plutôt confortable et ne doit pas faire penser que les réponses à apporter sont nécessairement si longues. Il fallait faire attention à écrire lisiblement, en évitant toute rature. Cela signifie que le travail au brouillon est essentiel.

**ECOLE NORMALES SUPERIEURES
ECOLE POLYTECHNIQUE**

CONCOURS D'ADMISSION 2026

LUNDI 13 AVRIL 2026

08h00 - 12h00

FILIERE PSI - Epreuve n^o 1

MATHEMATIQUES (XUSR)

Durée : 4 heures

**L'utilisation des calculatrices n'est pas
autorisée pour cette épreuve**

X/ENS Maths PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Quentin Vermande (ENS Ulm) ; il a été relu par Théo Ternier (professeur agrégé) et Simon Billouet (professeur en CPGE).

L'étude locale d'une fonction, en particulier sa dérivée pour une fonction réelle ou son gradient en dimension supérieure, permet d'obtenir des informations globales sur celle-ci. Ce sujet traite de convexité en dimension finie, un classique du concours X-ENS PSI déjà tombé en 2022, 2023 et 2025. Plus précisément, on y étudie le théorème de Boulmezaoud-Cieutat-Daniilis, qui affirme que deux fonctions de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^2$, minorées, convexes et dont les gradients respectifs ont la même norme en tout point, diffèrent d'une constante.

- La partie I définit la notion de convexité et établit des résultats préliminaires sur les fonctions convexes et les fonctions minorées.
- La partie II démontre le théorème en dimension 1 ainsi qu'une variante où ce ne sont plus les fonctions mais les carrés de leurs dérivées qui sont supposés convexes.
- La partie III traite le cas des polynômes de degré 2, écrits comme somme d'une forme quadratique et d'un terme linéaire, à l'aide d'outils venant de l'algèbre linéaire.
- La partie IV monte en généralité en supposant seulement que la somme des fonctions est un polynôme de degré 2. On y étudie aussi quelques intégrales liées au problème.

Bien que relevant du calcul différentiel, ce sujet est assez large puisqu'il mobilise intensément l'algèbre linéaire et dans une moindre mesure les chapitres d'intégration de première année et d'équations différentielles. Les différentes parties sont interdépendantes car seules quelques questions ne font pas appel aux résultats précédents. Si quelques rares questions sont des conséquences immédiates du cours ou des résultats précédents, la plupart invitent à réfléchir aux objets étudiés ou à mener des raisonnements complexes. La difficulté est très irrégulière, chaque partie contenant des éléments faciles et difficiles.

**ECOLE POLYTECHNIQUE - ESPCI
ECOLE NORMALES SUPERIEURES**

CONCOURS D'ADMISSION 2026

**JEUDI 16 AVRIL 2026
16h30 - 18h30**

**FILIERES MP-PC-PSI
Epreuve n° 8
INFORMATIQUE B**

Durée : 2 heures

***L'utilisation des calculatrices n'est pas
autorisée pour cette épreuve***

X/ENS Informatique B MP-PC-PSI 2026

Corrigé

Ce corrigé est proposé par Virgile Andreani (ENS Ulm) ; il a été relu par Cyril Ravat (professeur en CPGE) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Ce sujet d'algorithmique est centré sur les graphes dirigés acycliques. Il introduit une structure de graphes de degré sortant maximal de 2, et demande quelques preuves de correction d'algorithmes qui sont donnés.

- Dans la partie I, la structure de graphe est introduite. On demande d'analyser une fonction qui en effectue un parcours en profondeur et qui stocke ses résultats dans des variables globales. On doit ensuite comprendre deux fonctions qui utilisent ces variables pour modifier le graphe en conservant des invariants, ce qu'il faut prouver.
- La partie II est consacrée au problème d'unification, consistant à ajouter des arêtes au graphe pour faire correspondre les formes normales de deux jeux de sommets. La première moitié analyse et optimise la fonction récursive calculant la forme normale ; la seconde, très guidée, résout le problème d'unification.
- La partie III ne contient que deux questions sur les bases de données. La première est classique mais la seconde, difficile, requiert une bonne compréhension et visualisation du problème.

Centré sur l'algorithmique des graphes et demandant très peu de programmation, ce sujet est un bon entraînement aux preuves de correction. L'énoncé est peu progressif et exceptionnellement abstrait, comparé à d'autres sujets du même concours les années précédentes.