

Sommaire

E3A

		Énoncé	Corrigé
Mathématiques	Algèbre linéaire, séries et intégrales, probabilités finies. <i>polynômes, algèbre linéaire, réduction, séries numériques, séries de fonctions, intégrales généralisées, probabilités, analyse réelle</i>	17	21

CONCOURS COMMUN INP

Mathématiques 1	Étude de la formule sommatoire de Poisson. <i>intégration, suites et séries numériques, suites et séries de fonctions, séries entières, fonctions de plusieurs variables, probabilités, SQL</i>	36	40
Mathématiques 2	Deux exercices d'algèbre linéaire, et un problème sur les polynômes de Laguerre. <i>réduction, intégration, polynômes, nombres complexes, produit scalaire, algèbre linéaire, séries numériques</i>	58	62
Informatique optionnelle (filière MP)	Multiplications de grands entiers, tries, logique implicationnelle. <i>diviser pour régner, arbres, déduction naturelle</i>	77	88

CENTRALE-SUPÉLEC

Mathématiques 1	Sur quelques sous-groupes de $GL_n(\mathbb{R})$. <i>algèbre linéaire, algèbre bilinéaire, théorie des groupes, arithmétique, dénombrement, intégration, topologie, produit scalaire</i>	110	115
Mathématiques 2	Annulations de la fonction zêta de Riemann. <i>séries numériques, séries de fonctions, espaces euclidiens, intégration</i>	143	148
Informatique optionnelle (filière MP)	Coloriages. <i>parcours en largeur, automates finis déterministes, graphes bipartis, graphes planaires</i>	167	176

MINES-PONTS

Mathématiques 1	Équation d'Euler-Lagrange et quelques applications. <i>analyse réelle, polynômes, calcul différentiel, intégrales à paramètres, fonctions réciproques</i>	192	198
Mathématiques 2	Autour de $O_n(\mathbb{R})$ et $SL_n(\mathbb{R})$. <i>topologie, algèbre linéaire, réduction, calcul différentiel, groupe orthogonal, probabilités, analyse réelle</i>	212	217
Informatique commune	Jeu Quixo à deux joueurs. <i>algorithmique, terminaison, arbre, jeu d'accessibilité, min-max, base de données</i>	240	257
Informatique optionnelle (filière MP)	Automates et arithmétique de Presburger. <i>automate, langages rationnels, arbre de preuve, logique</i>	268	278

POLYTECHNIQUE-ENS

Mathématiques A	Inégalité de Von Neumann, Hausdorffien et rayon numérique, conjecture de Crouzeix. <i>algèbre linéaire, produit scalaire, réduction, topologie, polynômes</i>	306	313
Mathématiques B	Convergence de moyennes spectrales. <i>polynômes, intégrales généralisées, algèbre linéaire, suites numériques, suites récurrentes linéaires, sommes de Riemann, analyse réelle, réduction, probabilités et variables aléatoires</i>	337	343
Informatique commune	Cycles et unification. <i>graphes, algorithmique, correction, complexité, bases de données</i>	369	378

FORMULAIRES

Développements limités usuels en 0	389
Développements en série entière usuels	390
Dérivées usuelles	391
Primitives usuelles	392
Trigonométrie	394

SESSION 2026



MP8M

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP**MATHÉMATIQUES****Durée : 4 heures**

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de trois exercices indépendants.

e3a Mathématiques MP-MPI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Thierry Limoges (professeur en CPGE) ; il a été relu par Jeanne Gauthier (professeure indépendante) et Simon Billouet (professeur en CPGE).

L'énoncé est constitué de trois exercices indépendants.

- Le premier étudie les endomorphismes

$$u : P \mapsto P(X+1) \quad \text{et} \quad \Delta : P \mapsto P(X+1) - P(X)$$

de $\mathbb{C}_{n-1}[X]$ et leurs itérés.

- Le deuxième introduit deux intégrales impropres

$$H(a) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin(at)}{e^t - 1} dt \quad \text{et} \quad \int_0^1 \frac{\ln(t)}{t-1} dt$$

On exprime la première comme somme d'une série, puis on montre que H est développable en série entière selon la variable a . On calcule ensuite la deuxième intégrale par des méthodes différentes.

- Le troisième exercice définit, dans le cadre d'une variable aléatoire X finie positive, la fonction

$$\Phi_X : t \mapsto \frac{1}{t} \ln(E(e^{tX}))$$

qui peut être obtenue à partir de la fonction génératrice

$$G_X : s \mapsto E(s^X)$$

Après deux exemples simples, on montre que le prolongement par continuité en 0 de Φ_X est dérivable et on calcule ses limites en $-\infty$ et $+\infty$. Cet exercice est abordable avec le programme de première année.

Malgré l'effort d'évaluer les candidats sur trois branches distinctes du programme, (algèbre linéaire pour l'exercice 1, séries et intégrales dans l'exercice 2, probabilités finies dans l'exercice 3), ce sujet nécessite d'appliquer de manière redondante les mêmes outils d'analyse sur les fonctions, sommes, séries, intégrales. Pris séparément, chacun des exercices permet de réviser des chapitres qui tombent souvent aux concours.

SESSION 2026



MP1M1

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

MATHÉMATIQUES 1

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème.

CCINP Maths 1 MP-MPI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Théo Ternier (professeur agrégé) ; il a été relu par Angèle Niclas (enseignant-chercheur à l'université) et Simon Billouet (professeur en CPGE).

Ce sujet d'analyse et de probabilités est composé de deux exercices et d'un problème qui sont tous indépendants.

- Le premier exercice, qui relève du programme d'informatique de tronc commun, est consacré à des questions de SQL. Il permet de manipuler des requêtes classiques : sélection avec condition, jointure, et détection d'éléments absents d'une table. Il s'agit d'un exercice court, qui demande surtout de bien connaître les opérateurs importants.
- Le deuxième exercice porte sur la fonction génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$. Après avoir établi quelques propriétés générales, on l'applique à la loi de Poisson. On prouve enfin qu'une somme de variables aléatoires indépendantes suivant des lois de Poisson suit encore une loi de Poisson.
- Le problème est constitué de trois parties.

La première commence par l'étude d'une intégrale à paramètre. On y utilise des outils classiques d'analyse (changement de variable, intégration par parties, convergence dominée, dérivation sous le signe intégral, séries de fonctions, intégration terme à terme). L'objectif est de montrer que l'intégrale à paramètre donnée vérifie une équation différentielle, ce qui permet ensuite d'en déterminer l'expression.

La deuxième introduit une fonction F obtenue en sommant les translatées entières d'une fonction intégrable. Cette construction permet d'obtenir une fonction 1-périodique. On montre alors que ses coefficients de Fourier s'expriment au moyen d'une intégrale de la fonction initiale, qui est sa transformée de Fourier.

La dernière exploite les résultats précédents pour déterminer explicitement l'expression de F . Elle met en évidence le lien entre la périodisation d'une fonction et ses coefficients de Fourier grâce à la formule sommatoire de Poisson.

Ce sujet constitue un bon entraînement sur plusieurs points importants du programme. On notera toutefois que la présence de langage SQL, si elle est standard en MP, est beaucoup plus surprenante en filière MPI, qui dispose déjà d'une épreuve spécifique d'informatique.

SESSION 2026



MP3M2

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP**MATHÉMATIQUES 2****Durée : 4 heures**

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot *FIN* à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont interdites.

Ce sujet est composé de deux exercices et d'un problème tous indépendants.

CCINP Maths 2 MP-MPI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Sélim Cornet (professeur en CPGE) ; il a été relu par Aimeric Tuffal (professeur agrégé) et Angèle Niclas (enseignante-chercheuse à l'université).

Ce sujet est constitué de deux exercices d'algèbre linéaire et d'un problème (analyse et algèbre bilinéaire), tous indépendants.

- Le premier exercice porte sur une matrice carrée de taille 3 qui possède deux paramètres. On la diagonalise et on calcule ses puissances de deux manières différentes.
- Le second exercice est lui aussi consacré à la diagonalisation d'une matrice à paramètres, avec une application : si P est un polynôme de degré $n - 1$ à coefficients réels, le produit de ses valeurs en les racines n -ièmes de l'unité est un nombre réel.
- Le problème vise à démontrer certaines propriétés d'une famille orthogonale de polynômes. On commence par munir un espace de fonctions d'un produit scalaire, puis on définit la famille $(L_n)_{n \in \mathbb{N}}$ des polynômes de Laguerre vérifiant

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad L_n(x) = \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$$

On montre que c'est une base orthonormale de $\mathbb{R}_n[X]$ et on exprime tout polynôme dans cette base.

Les raisonnements et techniques de calcul mises en œuvre dans ce sujet sont très classiques. C'est donc un sujet qui permet aux étudiants ayant bien travaillé tout au long de l'année de briller. On peut cependant regretter la présence de deux erreurs d'énoncé, qui ont certainement déstabilisé de nombreux candidats.

SESSION 2026



MP7IN

ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH**ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP**

INFORMATIQUE**Durée : 4 heures**

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
 - Ne pas utiliser de correcteur.
 - Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.
-

Les calculatrices sont interdites.

Le sujet est composé de trois problèmes indépendants.

CCINP Informatique optionnelle MP 2026

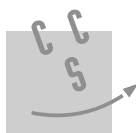
Corrigé

Ce corrigé est proposé par Vincent Puyhaubert (professeur en CPGE) ; il a été relu par Titouan Leclerc (ENS de Lyon) et William Aufort (professeur en CPGE).

Comme chaque année, l'épreuve d'option informatique du concours CCINP MP propose trois problèmes complètement indépendants, abordant chacun des thématiques différentes du programme.

- Dans la partie I, le problème s'intéresse à la représentation et aux opérations arithmétiques (addition et multiplication) sur des entiers de taille arbitraire. On utilise pour cela des listes contenant les chiffres de l'entier représenté dans une base b , ici choisie égale à 2. L'objectif de cette partie est d'implémenter *in fine* l'algorithme de Karatsuba, qui permet d'effectuer le produit de deux entiers représentés de cette manière en $O(k^{\log_2 3})$ opérations élémentaires (où k est le nombre de bits du plus grand des deux entiers). Les méthodes utilisées sont celles du chapitre « diviser pour régner » de première année. Les codes de cette partie sont à rédiger en Python.
- Le problème de la partie II introduit la notion de *trie*, qui permet de représenter des ensembles de mots, et plus généralement des dictionnaires dont les clés sont des chaînes (ou listes) de caractères. Les codes sont cette fois à rédiger en OCaml, et exclusivement en récursif dès lors que le type `trie` donné par l'énoncé l'est lui-même. Un bref lien avec les automates est proposé en fin de problème.
- Le dernier problème porte sur les chapitres de logique, et notamment sur la déduction naturelle. On étudie un système logique appelé calcul purement implicationnel, qui comporte nettement moins de règles que la déduction naturelle. Les premières questions nécessitent de construire des tables de vérité, et le reste du sujet exige la construction de plusieurs arbres de preuves.

À l'exception de quelques questions à la fin de chacune des parties, la difficulté de l'épreuve est modérée. Les deux premiers problèmes sont assez classiques. La notion de *trie* apparaissant dans la colonne commentaires du programme officiel, on peut même supposer que certains candidats l'avaient déjà vue en application du cours pendant leur formation. Le dernier problème est particulièrement intéressant à partir du moment où, depuis la réforme en vigueur depuis 2021, c'est la première fois que la thématique de la déduction naturelle fait l'objet d'un problème entier en filière MP plutôt que de deux ou trois questions perdues au milieu du sujet.



CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Mathématiques 1

MP MPI

4 heures

Calculatrice autorisée

2026

Sur quelques sous-groupes de $\text{GL}_n(\mathbb{R})$

Dans tout le sujet, n désigne un entier supérieur ou égal à 2. On note :

- $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices de taille $n \times n$ à coefficients dans $\mathbb{R}$, I_n sa matrice identité.
- $\text{GL}_n(\mathbb{R})$ le groupe des matrices inversibles de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- $\mathcal{S}_n^+(\mathbb{R})$ (resp. $\mathcal{S}_n^{++}(\mathbb{R})$) l'ensemble des matrices symétriques positives de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ (resp. définies positives).
- $\text{O}_n(\mathbb{R})$ le groupe des matrices orthogonales de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, et $\text{SO}_n(\mathbb{R})$ celui des matrices orthogonales de déterminant 1.
- La transposée d'une matrice $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sera notée $M^\top$ et sa trace $\text{tr } M$.
- On note $|X|$ le cardinal d'un ensemble X , en convenant que $|X| = +\infty$ si X est un ensemble infini.
- Si $\mathcal{A}$ est une partie finie d'un groupe G , on note $\langle \mathcal{A} \rangle$ le sous-groupe de G engendré par $\mathcal{A}$.

Le problème comporte trois parties indépendantes.

Partie A – Sous-groupes finis de $\text{O}_n(\mathbb{R})$

Soit G un groupe de neutre e . On dit que G est *d'exposant fini* si et seulement si :

$$\exists m \in \mathbb{N}^* \quad \forall x \in G \quad x^m = e$$

De plus, si G est un sous-groupe de $\text{GL}_n(\mathbb{R})$, on note $\text{tr } G$ la *trace du groupe* G , qui est l'ensemble :

$$\text{tr } G = \{\text{tr } A ; A \in G\}$$

I – Généralités

Soit G un sous-groupe de $\text{GL}_n(\mathbb{R})$.

- Q1.** Montrer que si G est fini, alors G est d'exposant fini et $\text{tr } G$ est fini.
- Q2.** Donner un exemple de sous-groupe infini de $\text{GL}_n(\mathbb{R})$ dont la trace soit finie.
- Q3.** Donner un exemple (pas nécessairement matriciel) de groupe infini qui soit d'exposant fini.

II – Cas particulier : les sous-groupes finis de $\text{O}_2(\mathbb{R})$

Pour tout $\theta \in \mathbb{R}$, on note R_θ et S_θ les matrices :

$$R_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad S_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$$

On pourra utiliser sans démonstration les relations suivantes, valables pour tout $(\theta, \varphi) \in \mathbb{R}^2$:

$$R_\theta R_\varphi = R_{\theta+\varphi} \quad R_\theta S_\varphi = S_{\theta+\varphi} \quad S_\varphi R_\theta = S_{\varphi-\theta} \quad S_\theta S_\varphi = R_{\theta-\varphi}$$

- Q4.** Soit $A \in \text{SO}_2(\mathbb{R})$. Montrer qu'il existe un unique réel $\theta \in [0, 2\pi[$ tel que $A = R_\theta$.

Centrale Maths 1 MP-MPI 2026 — Corrigé

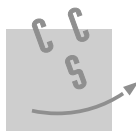
Ce corrigé est proposé par Aimeric Tuffal (professeur agrégé) ; il a été relu par Théo Ternier (professeur agrégé) et Benoit Chevalier (ENS Ulm).

Ce sujet s'intéresse à diverses propriétés des sous-groupes de $GL_n(\mathbb{R})$, à travers trois problèmes indépendants.

- La première partie est consacrée à l'étude des sous-groupes finis et d'exposant fini de $O_n(\mathbb{R})$, d'abord dans le cas de la dimension 2, puis dans le cas général. On y démontre qu'un sous-groupe fini de $O_2(\mathbb{R})$ est soit cyclique, soit isomorphe à un groupe diédral. On démontre ensuite qu'un sous-groupe de $O_n(\mathbb{R})$ est fini si, et seulement si, sa trace l'est.
- La deuxième partie étudie les sous-groupes compacts de $GL_n(\mathbb{R})$ et leur lien avec les sous-groupes de $O_n(\mathbb{R})$, puis met en évidence la stricte log-concavité du déterminant sur les matrices symétriques définies positives. L'objectif est de démontrer que, pour chaque sous-groupe compact de $GL_n(\mathbb{R})$, il existe un produit scalaire invariant par ce sous-groupe.
- La troisième partie explore la notion de croissance d'un groupe, illustrée par l'étude du groupe de Heisenberg discret. Bien qu'en bijection avec $\mathbb{Z}^3$, ce groupe n'en a pas pour autant la même croissance.

Il s'agit d'un excellent sujet de révision sur l'algèbre linéaire (notamment la réduction) et bilinéaire, ainsi que sur la théorie des groupes.

Un sujet entièrement dédié aux groupes fait office d'exception à Centrale (le dernier remonte à 2020), ce qui a pu déstabiliser beaucoup de candidats. C'est donc une occasion plutôt rare de consolider ses connaissances sur ces notions. Notons que l'énoncé comporte trois erreurs qui, sans bouleverser la logique du raisonnement, ont dû perturber les candidats les plus rigoureux. Ces erreurs sont explicitées dans les indications.



CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Mathématiques 2

MP MPI

4 heures

Calculatrice autorisée

2026

On note $\lfloor x \rfloor$ la partie entière d'un nombre réel x . On rappelle qu'il s'agit de l'unique nombre entier pour lequel l'encadrement suivant est satisfait : $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$.

Pour s un nombre complexe, on note $\operatorname{Re}(s)$ et $\operatorname{Im}(s)$ ses parties réelle et imaginaire respectivement.

Le sujet utilise abondamment la lettre grecque ζ (« zeta »). Pour s un nombre réel strictement supérieur à 1, on note :

$$\zeta(s) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^s}.$$

Divers prolongements de cette fonction ζ sont étudiés au cours du sujet.

Pour k un entier supérieur ou égal à 2, on définit la fonction f_k sur $]0,1[$ par :

$$f_k(t) = \frac{1}{k} \left\lfloor \frac{1}{t} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1}{kt} \right\rfloor.$$

Le problème vise à établir une condition suffisante pour que la fonction ζ ne s'annule pas sur l'ensemble des nombres complexes de partie réelle strictement supérieure à $\frac{1}{2}$ (cette non annulation étant une forme de l'*hypothèse de Riemann*), la condition considérée portant sur la géométrie des fonctions f_k dans un espace *ad hoc*.

Partie A – Questions préliminaires

I – La fonction ζ sur l'intervalle $]1, +\infty[$

Pour k entier naturel non nul, on définit $u_k(s) = \frac{1}{k^s}$ sur $\mathbb{R}$.

Q1. La série de fonctions $\sum_{k \geq 1} u_k$ converge-t-elle normalement sur l'intervalle $]1, +\infty[$?

Q2. Montrer que la fonction $s \mapsto \zeta(s) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^s}$ est continue sur l'intervalle $]1, +\infty[$.

Q3. Montrer que la fonction ζ ne s'annule pas sur l'intervalle $]1, +\infty[$. Préciser son signe.

II – Cas de la variable complexe

Q4. Soit s un nombre complexe et t un nombre réel strictement positif. On note $t^s = e^{s \ln(t)}$. Exprimer le module $|t^s|$ à l'aide de t et du couple $(\operatorname{Re}(s), \operatorname{Im}(s))$.

Soit s un nombre complexe tel que $\operatorname{Re}(s) > 1$.

Q5. Établir que la série $\sum_{k \geq 1} \frac{1}{k^s}$ converge absolument.

On note encore $\zeta(s)$ la somme de cette série : $\zeta(s) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^s}$.

On note $(p_i)_{i \geq 1}$ la suite des nombres premiers rangés par ordre croissant. Ainsi, $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $p_4 = 7$. On utilisera librement le fait que $\lim_n p_n = +\infty$.

Q6. Soit n un entier naturel non nul. Justifier que la famille $\left(\frac{1}{(p_1^{m_1} \cdots p_n^{m_n})^s} \right)_{(m_1, \dots, m_n) \in \mathbb{N}^n}$ est une famille sommable et que la somme de cette famille, notée $S_n(s)$, est donnée par

$$S_n(s) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 - \frac{1}{p_i^s}}.$$

Centrale Maths 2 MP-MPI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Angèle Niclas (enseignante-chercheuse à l'université) ; il a été relu par Pierre Bosch (professeur en CPGE) et Julie Gauthier (professeure agrégée).

Ce sujet est consacré à la classique fonction ζ , définie pour tout réel $s > 1$ par

$$\zeta(s) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^s}$$

Le problème étudie différents prolongements de cette fonction au plan complexe, puis cherche à établir une condition suffisante garantissant que $\zeta(s)$ soit non nul pour $\operatorname{Re}(s) > 1/2$.

- Dans la première partie, on étudie d'abord la convergence de ζ sur $]1; +\infty[$. On généralise ensuite cette étude au cas complexe où $s \in \mathbb{C}$ vérifie $\operatorname{Re}(s) > 1$, et on montre, grâce à des décompositions en facteurs premiers, que ζ ne s'annule pas dans ce domaine. Enfin, une étude géométrique de l'intersection des ensembles

$$\Delta_d = \{s \in \mathbb{C} \mid d^2|s|^2 \geq 2\operatorname{Re}(s) - 1\}$$

permet de faire intervenir le demi-plan $\{s \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(s) > 1/2\}$.

- Dans la deuxième partie, on introduit les fonctions définies pour $k \geq 2$ par

$$\forall t \in]0; 1] \quad f_k(t) = \frac{1}{k} \left[\frac{1}{t} \right] - \left[\frac{1}{kt} \right]$$

Après une étude de leurs propriétés, on les utilise pour obtenir un développement asymptotique de $\zeta(s)$ lorsque s tend vers 1 par valeurs réelles supérieures.

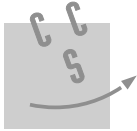
- Dans la troisième partie, on montre que l'application

$$(f, g) \mapsto \int_0^1 f(t)g(t) \, dt$$

définit un produit scalaire sur $F = \operatorname{Vect}(1, f_k \mid k \geq 2)$, puis on étudie la distance d_n de la fonction constante égale à 1 au sous-espace $\operatorname{Vect}(f_2, \dots, f_n)$.

- Enfin, la quatrième partie synthétise les résultats précédents afin d'établir un lien entre la limite de la suite $(d_n)_{n \geq 2}$ et l'absence de zéros de ζ dans le demi-plan $\{s \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(s) > 1/2\}$.

Ce sujet utilise des thèmes classiques. Il couvre une grande partie du programme d'analyse de spé. Il mobilise également des résultats de sup sur les espaces euclidiens, les projections orthogonales et les familles sommables. Il constitue ainsi un très bon sujet de révision pour les concours. Les questions sont toutefois de difficulté très inégale, et certaines parmi les plus techniques apparaissent dès le début du sujet. Il convenait donc lors de l'épreuve de laisser provisoirement de côté certaines questions afin d'en traiter un nombre suffisant.



CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Option Informatique

MP

4 heures

Calculatrice autorisée

2026

Coloriages

Généralités

Le sujet comporte un exercice (Partie A) et un problème (Partie B) totalement indépendants. Bien qu'il y ait une progression logique dans l'ordre des différentes sous-parties du problème, celles-ci sont largement indépendantes.

Toute fonction demandée dans une partie peut être utilisée dans la suite du sujet même si la question concernée n'a pas été traitée par le candidat.

Les questions de programmation sont à traiter exclusivement en langage OCaml. Les fonctions classiques des modules *Array* et *List* sont autorisées. Une partie de la documentation de ces modules est donnée en fin d'énoncé. Toutes les fonctions de la bibliothèque standard comme par exemple *max* ou *incr* sont autorisées.

Partie A – Exercice : Coloration syntaxique

On s'intéresse ici à l'étape d'analyse lexicale d'un code source en OCaml dans le but de réaliser une coloration syntaxique c'est-à-dire d'identifier les mots clés du langage, les variables, etc. Il s'agit de la première étape lors de la compilation et elle peut être faite en utilisant un automate. On notera que la vérification de la syntaxe ne rentre pas dans le cadre de cette analyse. On définit un type **token** (non exhaustif ici) qui permet de travailler avec les différents lexèmes reconnus.

```
type token = | Let | In | Var of string | Int of int | Lpar | Rpar | Add | Equal
```

On se limite ainsi à reconnaître et manipuler les mots clés **let**, **in**, un **nom de variable** (on se limite à une suite de caractères en minuscule autre que les mots clés), un **entier** (0 ou une suite de chiffres démarrant par un autre chiffre que 0), les **parenthèses ouvrantes** et **fermantes** et les **symboles** '+' et '='. D'autres symboles sont à oublier comme "'", '\n' ou '\t' car ils ne servent qu'à séparer les lexèmes.

- Q1.** On travaille sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Proposer une expression régulière dénotant les écritures en binaire des entiers (0 ou toute suite de 0 et de 1 commençant par 1).
- Q2.** Proposer alors un automate fini déterministe qui reconnaît ce langage. Comment pourrait-on le modifier pour qu'il reconnaisse les écritures en base 10 des entiers ?

On donne l'automate fini non déterministe A_I suivant :

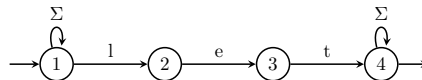


Figure 1 – Automate fini non déterministe A_I

- Q3.** Indiquer le langage reconnu par l'automate de la figure 1. Proposer un automate fini déterministe qui reconnaît le même langage.
- Q4.** Justifier que l'on peut construire un automate fini déterministe permettant de reconnaître l'ensemble des lexèmes proposés dans le type **token**.

Centrale Informatique optionnelle MP 2026

Corrigé

Ce corrigé est proposé par Titouan Leclercq (ENS de Lyon) ; il a été relu par Vincent Danjean (enseignant-chercheur en école d'ingénieurs) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Ce sujet est composé d'un exercice (partie A) suivi d'un problème (partie B) en 3 parties. La partie A porte sur la coloration syntaxique d'une version simplifiée du langage OCaml grâce à des automates finis déterministes qui lisent en temps linéaire un programme et génèrent une suite de tokens.

Le partie B porte sur la coloration de graphes via la bicoloration, la 3-coloration, et des graphes planaires. Le problème de décision structurant cette partie est celui de la k -coloration : étant donné un graphe, peut-on colorer les sommets de ce graphe avec k couleurs sans qu'aucune arête ne relie deux sommets de même couleur ?

- Dans la sous-partie I, on aborde la bicoloration, qui est un problème que l'on peut résoudre efficacement. On commence par une caractérisation des graphes bicolorables. On étudie ensuite un algorithme naïf auquel comparer plus tard la solution optimale. On introduit alors les files d'attentes, dont on demande d'implémenter les primitives et de justifier le bon comportement. Enfin, on utilise ces files pour implémenter une solution basée sur un parcours en largeur.
- La sous-partie II, très courte, se concentre sur une solution par *backtracking* au problème de la 3-coloration.
- La sous-partie III étudie le problème de coloration dans le cas des graphes planaires. Dans un premier temps, les questions sont concentrées sur des aspects combinatoires permettant de montrer que les graphes K_5 (graphe complet à 5 sommets) et $K_{3,3}$ (graphe biparti complet à 3 sommets dans chaque composante) sont non planaires. Après une question montrant que le cas de la bicoloration peut être résolu particulièrement efficacement, on établit que les graphes planaires sont en fait tous 5-colorables.

Ce sujet est une bonne occasion de travailler la coloration, la planarité (les questions 31 à 36 sont des classiques autour de la formule d'Euler sur les graphes planaires) mais aussi les files d'attentes (questions 16 à 21).

A2026 – MATH I MP



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

PREMIÈRE ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

MATHÉMATIQUES I - MP

L'énoncé de cette épreuve comporte 5 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



Mines Maths 1 MP-MPI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Bertrand Wiel (professeur en CPGE) ; il a été relu par David Michel (professeur en CPGE) et Gilbert Monna (professeur honoraire en CPGE).

Ce sujet propose une introduction au calcul des variations. Il s'agit d'une branche de l'analyse développée au XVIII^e siècle permettant de minimiser une fonctionnelle, c'est-à-dire une application, souvent exprimée sous forme intégrale, dont les variables sont des fonctions. Les applications du calcul variationnel sont nombreuses en particulier en sciences physiques, du fait du principe de moindre action. Le sujet est constitué de 5 parties.

- La partie I établit le lemme fondamental du calcul variationnel : si une application f continue vérifie

$$\int_a^b f(x)h(x) \, dx = 0$$

pour toutes les fonctions h de classe $\mathcal{C}^\infty$ s'annulant en a et b , alors f est nulle sur $[a; b]$. Cette partie n'utilise que des outils de sup, en particulier le théorème de la limite de la dérivée.

- Ce lemme permet de démontrer dans la partie II l'équation d'Euler-Lagrange, l'un des principaux résultats du calcul variationnel. L'énoncé se place dans le cadre des fonctions appartenant à un ensemble $\mathcal{C}$ choisi pour permettre l'utilisation des théorèmes du programme, en particulier celui de la dérivation sous le signe intégral. Hélas, la définition de $\mathcal{C}$ est problématique et des hypothèses doivent être ajoutées pour aboutir. L'équation d'Euler-Lagrange est une équation aux dérivées partielles dont les solutions permettent de minimiser une fonctionnelle. Lorsque la première dérivée partielle de la fonction intégrée est nulle, cette équation admet une forme plus simple, appelée identité de Beltrami, qui est établie dans la dernière question. Cette partie est la plus difficile, elle exige de la finesse d'analyse, en particulier à la question 6, et une bonne maîtrise du calcul différentiel et intégral.
- Les trois dernières parties consistent à appliquer l'identité de Beltrami pour déterminer les courbes solutions de plusieurs problèmes d'optimisation. Elles sont indépendantes entre elles et n'utilisent que des résultats de la partie II. Elles font principalement appel aux outils de sup : théorème des valeurs intermédiaires et de la bijection, dérivation des fonctions composées et leurs réciproques, fonctions trigonométriques et hyperboliques.

Le tout début du sujet est progressif mais la difficulté atteint rapidement son point culminant dans la partie II. Un problème majeur d'énoncé a certainement gêné les candidats les plus consciencieux. Les parties suivantes sont plus faciles et répétitives. On y applique en effet trois fois la même méthode, dans des situations proches. Leur intérêt est moindre car elles omettent systématiquement les étapes de mise en équation et l'étude des solutions obtenues, se limitant à la reformulation de l'identité de Beltrami et à la résolution d'équations différentielles non linéaires par changement de variable.

A2026 – MATH II MP



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

DEUXIÈME ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

MATHÉMATIQUES II - MP

L'énoncé de cette épreuve comporte 4 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



Mines Maths 2 MP-MPI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Christophe Fiszka (professeur en CPGE) ; il a été relu par Loïc Jean (ENS de Lyon) et Angèle Niclas (enseignante-chercheuse à l'université).

Ce sujet aborde plusieurs questions relatives au groupe des rotations

$$\mathrm{SO}_n(\mathbb{R}) = \{R \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid RR^\top = I_n, \det(R) = 1\}$$

Il fait intervenir de la topologie, de l'optimisation sous contrainte, ainsi que des propriétés de groupe de Lie de $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$. Il termine par le lien avec les morphismes continus de $(\mathbb{U}, \times)$ dans $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{R}), \times)$, puis de $(\mathbb{R}, +)$ dans $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{R}), \times)$.

L'énoncé est composé de quatre parties relativement indépendantes.

- La partie I commence par quelques résultats classiques sur les topologies des ensembles $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$ et $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$ (compacité, connexité par arcs). On y étudie aussi des propriétés de maximalité. On note également une question intéressante de probabilités, qui est indépendante du reste du sujet.
- La partie II traite d'abord de la structure de groupe de Lie de $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$ et de son algèbre de Lie composée des matrices antisymétriques. Elle se termine par un joli problème de minimisation de la norme euclidienne sous la contrainte d'un déterminant constant égal à 1. C'est l'occasion de réviser le cours sur le calcul différentiel et d'appliquer, dans un cas non trivial, le théorème des extrema liés.
- La partie III, indépendante de la précédente, caractérise les morphismes continus de $(\mathbb{U}, \times)$ dans $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{R}), \times)$. On utilise principalement de l'analyse avec des intégrales de matrices.
- La dernière partie utilise la caractérisation obtenue à la partie précédente pour expliciter tous les morphismes continus de $(\mathbb{R}, +)$ dans $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{R}), \times)$. Contrairement aux deux parties précédentes, qui utilisaient des outils d'analyse, on exploite ici essentiellement des arguments d'algèbre linéaire, comme la décomposition de Dunford.

Cet énoncé a dû mettre en difficulté de nombreux candidats, mais il constitue un excellent sujet de révision. En effet, on y retrouve certains classiques à voir ou à revoir : propriétés topologiques et de réduction des matrices de rotation, exponentielle matricielle, décomposition de Dunford, différentielle du déterminant, etc. Le sujet permet aussi de parcourir de larges pans du programme d'algèbre, de géométrie et d'analyse, avec un petit soupçon de probabilités. Tout cela en seulement 30 questions... À vos crayons !

A2026 – INFO COMMUNE



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

ÉPREUVE D'INFORMATIQUE COMMUNE

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

INFORMATIQUE COMMUNE

Cette épreuve est commune aux candidats des filières MP, PC et PSI.

L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages de texte.

Le travail doit être reporté sur le cahier de réponses de 8 pages distribué avec le sujet. Un seul cahier de réponses est fourni au candidat, dont toutes les feuilles seront obligatoirement rendues à la fin de l'épreuve. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.

Pour valider ce cahier réponses, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, sa date de naissance, son nom, son prénom, son numéro d'inscription et sa signature.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



Mines Informatique MP-PC-PSI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Cyril Ravat (professeur en CPGE) ; il a été relu par Abdelrahman Zighem (ENS Ulm) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Le sujet se consacre à un jeu de stratégie à deux joueurs peu connu nommé Quixo, imaginé en 1995, dans lequel on déplace des pions afin d'obtenir un alignement maximal.

- La partie 1 présente le principe général et les règles du jeu. Elle ne comporte aucune question.
- La partie 2 met en place les fonctions d'initialisation du plateau, de détermination des coups possibles en fonction de la configuration, de recherche d'alignements et enfin la fonction permettant de savoir si un plateau est gagnant.
- Dans la partie 3, il est question de jeu contre l'ordinateur. On étudie deux algorithmes permettant à l'ordinateur de réaliser un bon mouvement : l'algorithme « min-max » est très brièvement rappelé et implémenté ; l'élagage « alpha-beta », hors programme, est expliqué et utilisé sur les deux dernières questions, sans technicité de langage.
- La partie 4 contient deux questions de langage SQL, qui nécessitent la maîtrise des jointures.

Cette épreuve de difficulté progressive s'inscrit dans l'optique du dernier chapitre du programme de deuxième année. La partie 2, très classique, contient de nombreuses questions abordables, y compris dès la première année. La partie 3 est plus complexe et nécessite un peu de recul sur l'algorithme min-max.

Enfin, remarquons l'usage d'un document réponse pour la première fois sur cette épreuve, à l'instar de ce que fait le concours CCINP depuis 2023. L'espace offert pour les réponses y est plutôt confortable et ne doit pas faire penser que les réponses à apporter sont nécessairement si longues. Il fallait faire attention à écrire lisiblement, en évitant toute rature. Cela signifie que le travail au brouillon est essentiel.

A2026 – INFO MP



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

ÉPREUVE D'INFORMATIQUE MP

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

INFORMATIQUE - MP

Cette épreuve concerne uniquement les candidats de la filière MP.

L'énoncé de cette épreuve comporte 9 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



Mines Informatique optionnelle MP 2026

Corrigé

Ce corrigé est proposé par Vincent Danjean (enseignant-chercheur en école d'ingénieurs) ; il a été relu par Vincent Puyhaubert (professeur en CPGE) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Ce sujet comporte un problème unique en cinq parties de tailles inégales avec 30 questions autour de l'arithmétique de Presburger. Cette dernière est similaire à celle de Peano (l'arithmétique classique) mais elle ne contient pas les multiplications. Elle n'est introduite formellement qu'à la partie 4, mais les parties précédentes préparent les outils nécessaires à sa manipulation.

- L'introduction est à lire très attentivement. De nombreuses notions et définitions y sont données et elles serviront tout au long du sujet. Il ne faut pas hésiter à y revenir régulièrement.
- La partie I (4 questions) demande d'écrire quelques fonctions liées aux notions de l'introduction. Elles serviront régulièrement dans la suite du sujet. Cette partie ne présente pas de difficulté particulière.
- La partie II (10 questions) traite d'automates à états finis. Les premières questions portent sur des aspects théoriques, puis un codage des automates est proposé et des fonctions transformant les automates sont demandées. Ces questions sont relativement indépendantes. Elles seront réutilisées dans la partie V.
- La partie III (3 questions) porte sur la reconnaissance d'opérations arithmétiques (addition et multiplication) par un automate.
- La partie IV (5 questions) présente formellement l'arithmétique de Presburger. Cette partie peut être traitée indépendamment des précédentes. Elle tourne autour des formules logiques et des systèmes de preuves (déduction naturelle).
- La partie V (8 questions) fait le lien entre toutes les parties précédentes. L'arithmétique de Presburger et ses formules y sont codés par des automates. Il ne faut pas hésiter à bien relire ce qui a été établi précédemment.

Beaucoup de questions sont indépendantes. Même celles de la partie V peuvent généralement être traitées en admettant les résultats des parties précédentes. Le tout forme un ensemble cohérent autour d'une logique particulière (l'arithmétique de Presburger) et d'une façon possible de la traiter avec des automates. Le sujet ne s'étend pas beaucoup sur les complexités obtenues et, en effet, les codes écrits ne fonctionneront en pratique que sur de tous petits exemples.

Prévu pour une épreuve de 3 heures, l'énoncé s'avère trop long si l'on répond rigoureusement à toutes les questions, ce que ce corrigé s'efforce de faire. Rédiger un équivalent de ce dernier dans le temps imparti n'est pas humainement possible.

**ECOLE POLYTECHNIQUE - ESPCI
ECOLE NORMALES SUPERIEURES**

CONCOURS D'ADMISSION 2026

**LUNDI 13 AVRIL 2026
08h00 - 12h00
FILIERES MP-MPI - Epreuve n° 1
MATHEMATIQUES A**

Durée : 4 heures

***L'utilisation des calculatrices n'est pas
autorisée pour cette épreuve***

X/ENS Maths A MP-MPI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par David Michel (professeur en CPGE) ; il a été relu par Jean Starynkévitch (professeur en CPGE) et Benoit Chevalier (ENS Ulm).

Ce sujet a pour objectif d'obtenir des majorations de la norme d'opérateur de la matrice $p(A)$ lorsque $p \in \mathbb{C}[X]$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. On montre que le comportement de $p(A)$ est dicté par les valeurs prises par p sur des parties de $\mathbb{C}$ liées à A . Pour ce faire, l'énoncé généralise la notion de produit scalaire à l'espace vectoriel $\mathbb{C}^n$.

- Dans une partie préliminaire, on montre quelques propriétés simples de la norme d'opérateur sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. Cette partie est utilisée dans les parties A et B.
- La partie A établit une démonstration matricielle du principe du maximum pour un polynôme non constant p . Après avoir montré qu'une matrice U est unitaire, des calculs fins permettent de minorer la norme d'opérateur de $p(U)$. On en déduit que si le maximum de $|p|$ était atteint en un point intérieur du disque unité, alors p serait constant : contradiction.
- La partie B est consacrée à une inégalité due à Von Neumann majorant la norme d'opérateur de $p(A)$ pour un polynôme p et une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ telle que $\|A\| \leq 1$. En utilisant le produit scalaire généralisé à $\mathbb{C}^n$, on détermine une racine carrée de certaines matrices hermitiennes positives et on adapte des raisonnements effectués à la partie A. Cette partie est liée à la partie A mais ne se sert pas de ses résultats.
- La partie C, indépendante des précédentes, traite du Hausdorffien

$$\mathcal{H}(A) = \{ \langle Ax \mid x \rangle : x \in \mathbb{C}^n \text{ et } \|x\| = 1 \}$$

d'une matrice A . On détermine cet ensemble dans des cas particuliers et on en démontre quelques propriétés élémentaires. La notion de rayon numérique est ensuite définie. Grâce à des considérations sur le produit scalaire et à des relations polynomiales, on établit des inégalités liant ce rayon à la norme d'opérateur puis on majore le rayon de A^k par celui de A élevé à la puissance k .

- La partie D porte sur la conjecture de Crouzeix, qui affirme que pour tout polynôme $p \in \mathbb{C}[X]$ et toute matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, $\|p(A)\| \leq 2\|p\|_{\mathcal{H}(A)}$. On montre l'optimalité de cette majoration, puis on établit cette dernière dans un cas particulier. Enfin, on prouve une inégalité s'en rapprochant en admettant que toute matrice de rayon inférieur ou égal à 1 est semblable à une matrice de contraction, avec une matrice de passage de conditionnement inférieur ou égal à 2. Cette dernière partie fait appel à tous les résultats précédents.

Face à un tel énoncé contenant deux pages de préambule énonçant des résultats admis, il ne fallait pas se laisser impressionner et être souple pour adapter à $\mathbb{C}^n$ les résultats du cours pour le produit scalaire dans $\mathbb{R}^n$, ainsi que les notions de matrices orthogonales ou symétriques qui deviennent *unitaires* ou *hermitiennes*. Le théorème de réduction idoine est admis. Avec une telle souplesse, il était aisé de bien progresser dans ce sujet, chacune des parties contenant des questions faciles. Il restait cependant des questions difficiles, sur lesquelles l'énoncé lui-même invitait le candidat à « ne pas rester bloqué », sans toutefois céder au « grappillage » de points.

ECOLE POLYTECHNIQUE
ESPCI

CONCOURS D'ADMISSION 2026

MARDI 14 AVRIL 2026
08h00 - 12h00
FILIERES MP-MPI - Epreuve n° 3
MATHEMATIQUES B

Durée : 4 heures

***L'utilisation des calculatrices n'est pas
autorisée pour cette épreuve***

X Maths B MP-MPI 2026 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Matthias Moreno Ray (professeur en CPGE) ; il a été relu par Philippe Quiblier (professeur en CPGE) et Gilbert Monna (professeur honoraire en CPGE).

Ce sujet étudie la convergence de moyennes sur le spectre de certaines matrices.

- Le problème démarre par une question préliminaire simple du programme de sup : étudier une suite récurrente linéaire d'ordre deux à coefficients constants.
- La première partie porte sur la limite de certaines sommes de Riemann, le calcul d'une suite d'intégrales et la convergence d'une suite de probabilités. Ces résultats seront utilisés dans les deuxième et quatrième parties.
- La deuxième partie détermine les valeurs propres des matrices réelles de la forme

$$\begin{pmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 \\ c & a & & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b \\ 0 & \cdots & 0 & c & a \end{pmatrix}$$

On montre que, lorsque la taille de la matrice tend vers l'infini, les valeurs propres ont une répartition donnée par une intégrale.

- La troisième partie propose une démonstration du théorème d'approximation de Stone-Weierstrass.
- La quatrième et dernière partie contient les questions les plus délicates du problème. On montre que, sous certaines hypothèses, les valeurs propres de grandes matrices symétriques aléatoires se répartissent à nouveau selon une intégrale. Le résultat obtenu est très proche de celui démontré dans la dernière partie du sujet Centrale 1 MP 2021.

L'énoncé contient plusieurs erreurs, qui nécessitaient des adaptations de la part des candidats. Elles sont signalées dans le corrigé.

En dépit de cela, le sujet est intéressant et bien adapté aux révisions puisqu'il balaie de nombreux éléments essentiels du programme d'analyse, d'algèbre linéaire et de probabilités. Il est possible d'en traiter certaines parties indépendamment en regroupant par exemple la question préliminaire et les parties I et II, ou la partie III (indépendante du reste), ou encore les parties I et IV.

**ECOLE POLYTECHNIQUE - ESPCI
ECOLE NORMALES SUPERIEURES**

CONCOURS D'ADMISSION 2026

**JEUDI 16 AVRIL 2026
16h30 - 18h30**

**FILIERES MP-PC-PSI
Epreuve n° 8
INFORMATIQUE B**

Durée : 2 heures

***L'utilisation des calculatrices n'est pas
autorisée pour cette épreuve***

X/ENS Informatique B MP-PC-PSI 2026

Corrigé

Ce corrigé est proposé par Virgile Andreani (ENS Ulm) ; il a été relu par Cyril Ravat (professeur en CPGE) et Benjamin Monmege (enseignant-chercheur à l'université).

Ce sujet d'algorithmique est centré sur les graphes dirigés acycliques. Il introduit une structure de graphes de degré sortant maximal de 2, et demande quelques preuves de correction d'algorithmes qui sont donnés.

- Dans la partie I, la structure de graphe est introduite. On demande d'analyser une fonction qui en effectue un parcours en profondeur et qui stocke ses résultats dans des variables globales. On doit ensuite comprendre deux fonctions qui utilisent ces variables pour modifier le graphe en conservant des invariants, ce qu'il faut prouver.
- La partie II est consacrée au problème d'unification, consistant à ajouter des arêtes au graphe pour faire correspondre les formes normales de deux jeux de sommets. La première moitié analyse et optimise la fonction récursive calculant la forme normale ; la seconde, très guidée, résout le problème d'unification.
- La partie III ne contient que deux questions sur les bases de données. La première est classique mais la seconde, difficile, requiert une bonne compréhension et visualisation du problème.

Centré sur l'algorithmique des graphes et demandant très peu de programmation, ce sujet est un bon entraînement aux preuves de correction. L'énoncé est peu progressif et exceptionnellement abstrait, comparé à d'autres sujets du même concours les années précédentes.