

Frédéric MAYET

Master et écoles
d'ingénieurs

Physique nucléaire appliquée

4^e
édition



COURS COMPLET

- Cours
- Exercices corrigés
- Nombreux exemples

1.4.2 Loi de désintégration simple

On considère un échantillon de matière contenant $N_X(t)$ noyaux radioactifs ^AX à l'instant t . On se place dans le cas simple où le seul phénomène physique à prendre en compte est la désintégration de ce noyau avec une probabilité par unité de temps λ . Le nombre de désintégrations (noté δN^{des}) pendant dt est proportionnel à λ , à $N_X(t)$ et à l'intervalle dt . On a donc

$$\delta N^{\text{des}} = \lambda N_X(t) dt \quad (1.9)$$

Le nombre de noyaux X varie donc pendant dt à cause de la désintégration. À l'instant $t + dt$, il est égal au nombre de noyaux à l'instant t diminué du nombre de désintégrations (δN^{des}). On a donc

$$N_X(t + dt) = N_X(t) - \lambda N_X(t) dt \quad (1.10)$$

On en déduit la variation infinitésimale dN_X pendant dt :

$$dN_X = -\lambda N_X dt \quad (1.11)$$

Après intégration, on trouve la loi de désintégration simple :

$$N_X(t) = N_X^0 e^{-\lambda t} \quad (1.12)$$

avec $N_X(t = 0) = N_X^0$.

Cette loi nous donne l'évolution en fonction du temps du nombre de noyaux radioactifs ^AX contenus dans un échantillon dans le cas de la désintégration simple. Le cas de désintégrations en chaîne est présenté page 19.

1.4.3 Période radioactive

La **période radioactive** T est définie¹⁸ comme le temps au bout duquel la moitié des noyaux initialement présents se sont désintégrés.

$$N_X(T) = N_X^0 / 2 \quad (1.13)$$

Le nombre de noyaux présents à un temps $t = pT$ est donc :

$$N_X(pT) = N_X^0 / 2^p \quad (1.14)$$

La diminution du nombre de noyaux radioactifs est donc très lente et pour avoir une diminution significative, disons 1000 fois moins, il faut environ 10 périodes¹⁹.

On peut relier facilement la période radioactive (T) à la constante radioactive (λ), en utilisant (1.12) et (1.13). On trouve :

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (1.15)$$

Dans le cas où le noyau présente plusieurs modes de désintégration, on définit la période partielle T_i du mode i , telle que $T_i = \ln 2 / \lambda_i$. La période totale est alors donnée par :

$$\frac{1}{T} = \sum_i \frac{1}{T_i} \quad (1.16)$$

¹⁸aussi appelée demi-vie et notée $T_{1/2}$.

¹⁹car $2^{10} = 1024$.

Notons qu'il existe également la notion de *durée de vie* τ , définie par le temps nécessaire pour diviser par e le nombre de noyaux initialement présents. On a alors

$$N_X(t) = N_X^0 e^{-t/\tau}$$

La notion de durée de vie n'est pas ou peu utilisée en physique nucléaire. Le terme l'est parfois, ce qui peut porter à confusion.

1.4.4 Activité d'un échantillon de noyaux radioactifs

L'**activité** d'un échantillon de noyaux radioactifs AX , notée $a_X(t)$, est définie comme le nombre de désintégrations par unité de temps. En notant que le nombre de désintégrations pendant dt est δN^{des} , on a par définition :

$$a_X(t) = \frac{\delta N^{\text{des}}}{dt} \quad (1.17)$$

En utilisant (1.9), on en déduit une relation entre l'activité et le nombre de noyaux :

$$a_X(t) = \lambda N_X(t) \quad (1.18)$$

Cette relation s'interprète de manière assez intuitive : le nombre de désintégrations par unité de temps est égal au produit du nombre de noyaux par leur probabilité de désintégration par unité de temps.

Les relations (1.17) et (1.18) sont valables dans tous les cas. Si on se restreint au cas de la filiation simple et en utilisant (1.12), on montre facilement que la loi suivie par l'activité est :

$$a_X(t) = a_X^0 e^{-\lambda t} \quad (1.19)$$

où $a_X(t=0) = a_X^0$.

Notons que si le noyau produit lors de la désintégration est lui-même radioactif, l'activité de l'échantillon a_{ech} est égale à la somme²⁰ des activités des noyaux radioactifs produits a_i :

$$a_{\text{ech}} = \sum_i a_i \quad (1.20)$$

L'unité du système international (SI) de l'activité est le Becquerel (Bq), définie par :

Définition

1 Bq correspond à 1 désintégration par seconde

À titre d'illustration, considérons un déchet nucléaire composé de noyaux radioactifs de période T . Au temps $t = T$, l'activité est divisée seulement par 2. Au bout de 10 périodes, l'activité est divisée par environ 1000. Ainsi, la classification française des déchets radioactifs distingue les déchets à vie courte²¹ (VC) et les déchets à vie longue (VL), car leur stockage est requis sur des échelles de temps très différentes. La limite entre les deux a été choisie égale à 31 ans, soit un peu plus que la période du $^{137}_{55}\text{Cs}$ ($T = 30,1$ ans).

²⁰à condition qu'ils demeurent dans l'échantillon, i.e. qu'ils ne soient pas gazeux.

²¹Il serait plus précis de parler de période courte.

	Limite inférieure	Limite supérieure
Haute Activité (HA)	1 GBq/g	
Moyenne Activité (MA)	1 MBq/g	1 GBq/g
Faible Activité (FA)	100 Bq/g	1 MBq/g
Très Faible Activité (TFA)		100 Bq/g

Table 1.2: Classification des déchets radioactifs en France. On trouvera plus de détails sur cette thématique page 206.

1.4.5 Activité massique d'un échantillon de matière

On définit l'activité massique a_m d'un échantillon de masse m , comme le rapport de l'activité totale de l'échantillon à sa masse :

$$a_m = \frac{a}{m} \quad (1.21)$$

L'unité SI de l'activité massique est le Bq/g.

En France, la classification des déchets radioactifs repose sur deux grandeurs : la période, avec la distinction vie courte/vie longue et l'activité massique. On distingue ainsi 4 niveaux d'activité massique depuis la très faible activité (TFA) à la haute activité (HA), cf. tab. 1.2.

Ces activités massiques induites peuvent être comparées à celle de la radioactivité naturelle. Le corps humain présente par exemple une activité massique moyenne de l'ordre de 100 Bq/kg, provenant principalement du potassium 40 et du carbone 14. L'activité volumique est également utilisée. On mesure ainsi une activité volumique moyenne dans les habitations variant entre ~ 0 et ~ 100 Bq/m³, en fonction des matériaux utilisés et de la roche environnante. Elle provient du radon 222 qui fait partie de la descendance de l'uranium 238 (cf. page 22).

1.4.6 Séries radioactives

Lorsqu'un noyau se désintègre, il se transforme souvent en un noyau lui-même radioactif qui se désintègre à son tour. Cela donne lieu à une chaîne de désintégrations, aussi appelée **série radioactive** ou filiation. De manière générique, celle-ci s'écrit :

$$X_1 \xrightarrow{\lambda_1} X_2 \xrightarrow{\lambda_2} \dots X_{m-1} \xrightarrow{\lambda_{m-1}} X_m \xrightarrow{\lambda_m} X_{m+1} \dots \xrightarrow{\lambda_{N-1}} X_N \text{ (stable)} \quad (1.22)$$

1) Équations de Bateman de la filiation simple

On cherche à calculer l'évolution du nombre de noyaux $N_m(t)$ d'une espèce m dans une série radioactive donnée par (1.22). On se place dans le cas où l'échantillon ne contient initialement que des noyaux X_1 , i.e. $N_m(t=0) = 0$, sauf $N_1(t=0) = N_1^0$.

La solution pour le noyau père $m = 1$ est celle vue précédemment (1.12).

Pour le noyau $m = 2$, la variation infinitésimale est donnée par

$$dN_2 = -\lambda_2 N_2 dt + \lambda_1 N_1 dt \quad (1.23)$$

Après intégration, on trouve²²

$$N_2(t) = N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (1.24)$$

La variation infinitésimale pour le noyau $m < N$ est donnée par

$$dN_m = -\lambda_m N_m dt + \lambda_{m-1} N_{m-1} dt \quad (1.25)$$

Il s'agit d'un système d'équations différentielles couplées qui portent le nom d'**équations de Bateman de la filiation simple**. Harry Bateman a montré [4] que la solution s'écrit²³

$$N_m(t) = \frac{N_1^0}{\lambda_m} \sum_{i=1}^m C_i^m e^{-\lambda_i t} \text{ avec } m < N \quad (1.26)$$

où les coefficients C_i^m sont donnés par :

$$C_i^m = \frac{\prod_{j=1}^m \lambda_j}{\prod_{j=1, j \neq i}^m (\lambda_j - \lambda_i)} \text{ avec } m < N \quad (1.27)$$

Si nécessaire, le nombre de noyaux de X_N peut être trouvé facilement, en notant que

$$dN_N = +\lambda_{N-1} N_{N-1} dt$$

Les équations (1.26) et (1.27) constituent les solutions des équations de Bateman de la filiation simple. Elles permettent par exemple de calculer l'évolution en fonction du temps de l'activité d'un fût de déchets radioactifs.

2) Equilibre séculaire

Une série radioactive est dite en équilibre séculaire jusqu'au rang p si à un temps t elle vérifie les deux conditions suivantes :

- la période du noyau père (T_1) est grande devant les périodes de tous les noyaux fils : $T_1 \gg T_m, m \geq 2$
- le temps t est grand devant les périodes des noyaux fils jusqu'au rang p : $t \gg T_m, 2 \leq m \leq p$.

À cet instant t , on dit que la série radioactive est en équilibre séculaire jusqu'au noyau X_p .

On peut alors simplifier l'équation (1.26) car tous les termes exponentiels sont petits²⁴ sauf le premier ($m = 1$). On a alors

$$N_m(t) = \frac{N_1^0}{\lambda_m} C_1^m e^{-\lambda_1 t} \text{ pour } 2 \leq m \leq p \quad (1.28)$$

²²cf. exercice 1.3.

²³La démonstration est faite par récurrence et en profitant astucieusement des propriétés de la transformée de Laplace.

²⁴On a $\lambda_m t \gg 1$ pour $2 \leq m \leq p$.

avec

$$C_1^m = \frac{\prod_{j=1}^m \lambda_j}{\prod_{j=2}^m (\lambda_j - \lambda_1)} \simeq \frac{\prod_{j=1}^m \lambda_j}{\prod_{j=2}^m \lambda_j} \simeq \lambda_1 \quad \text{car } \lambda_j \gg \lambda_1 \quad (1.29)$$

On en déduit donc pour $2 \leq m \leq p$:

$$N_m(t) = \frac{\lambda_1 N_1^0}{\lambda_m} e^{-\lambda_1 t} = \frac{a_1(t)}{\lambda_m} \quad (1.30)$$

On constate que les activités de tous les noyaux jusqu'à X_p sont égales à celle du noyau père :

$$a_1(t) = \dots = a_m(t) = \dots = a_p(t) \quad (1.31)$$

Ce résultat est assez intuitif car dans les conditions $t \gg T_m$, $2 \leq m \leq p$, on peut considérer que les désintégrations de tous les noyaux jusqu'à X_p , sauf le noyau père, sont instantanées. Ainsi, le taux de désintégration est imposé par le noyau père.

Par conséquent, l'activité a_{tot} d'un échantillon en équilibre séculaire jusqu'au rang p est égale à l'activité du noyau père multipliée par le nombre de noyaux en équilibre (p), soit

$$a_{\text{tot}}(t) = p \times a_1(t) \quad (1.32)$$

1.4.7 Séries radioactives naturelles

Pour être encore présente à l'état naturel sur Terre, une série doit comporter un noyau dont la période est comparable à l'âge de la Terre ($\sim 4,5 \times 10^9$ ans). Ce noyau constitue la tête de la série et est le seul d'origine primordiale (*i.e.* depuis la formation de la Terre). Les autres noyaux de la série ont disparu par désintégration. On observe cependant les noyaux créés à la suite de la désintégration de la tête de la série, éventuellement en équilibre séculaire si l'on considère des temps géologiques. Une série radioactive se termine lorsque l'un des noyaux fils est stable.

Pour les noyaux lourds, la situation est particulière du fait de l'existence de quatre isotopes stables (^{205}Tl , ^{206}Pb , ^{207}Pb et ^{208}Pb) qui terminent 4 longues séries radioactives. De fait, au-delà du plomb, il n'existe que trois séries radioactives naturelles. La quatrième (série du neptunium 237) est absente sur Terre.

Une série radioactive peut également être alimentée de manière artificielle, par exemple en réacteur par capture neutronique sur les noyaux constituant le combustible. De ce fait, les séries radioactives ont un impact sur le fonctionnement du réacteur et la radiotoxicité du combustible utilisé.

1) Série de l'uranium 238

La figure 1.5 présente la série radioactive naturelle de l'uranium 238. Il s'agit d'un noyau émetteur α avec une période très longue $T = 4,5 \times 10^9$ ans, quasiment égale à l'âge estimé de la Terre. Cela explique en particulier son abondance relativement importante sur Terre. L'uranium est en effet beaucoup plus abondant que l'or [5] et les gisements exploités en 2023 [6] se trouvent au Kazakhstan (43 %), Canada (15 %), Namibie (11 %), Australie (9 %), Ouzbékistan (7 %) et Niger (4 %). La

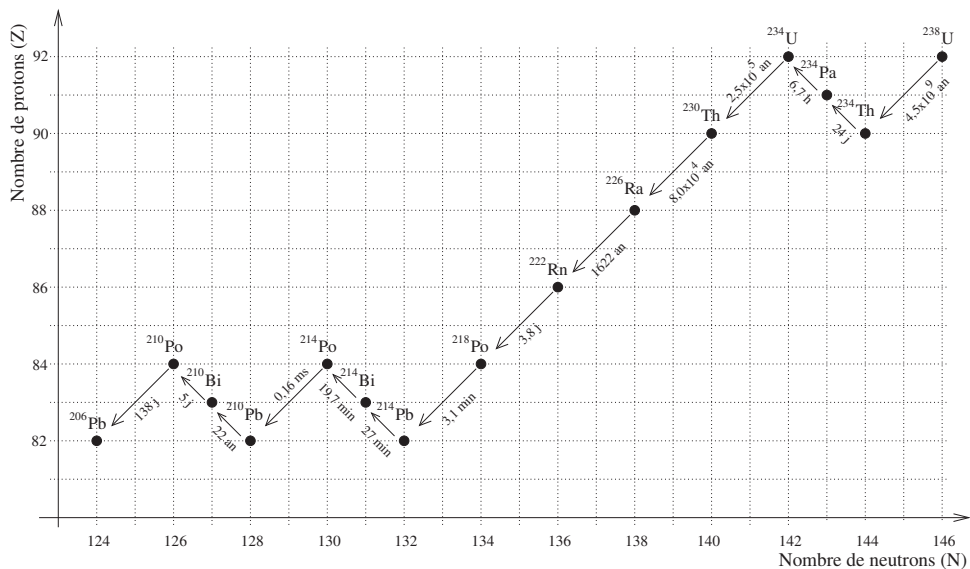


Figure 1.5: La série radioactive naturelle de l'uranium 238.

production mondiale annuelle des mines d'uranium s'élève à 54597 tonnes en 2023 [6].

Parmi les descendants de l'uranium 238, on peut noter la présence d'uranium 234 de période beaucoup plus courte ($T = 2,5 \times 10^5$ ans). Si l'uranium 234 initialement présent sur Terre a disparu depuis longtemps, ce noyau est néanmoins présent à l'état de traces dans l'uranium naturel car il est en équilibre séculaire, pour des temps de l'ordre du million d'années, dans la série radioactive de l'uranium 238. L'abondance relative de l'uranium 234 peut être calculée facilement en utilisant (1.31) :

$$\frac{N(^{234}\text{U})}{N(^{238}\text{U})} = \frac{T(^{234}\text{U})}{T(^{238}\text{U})} = 5,5 \times 10^{-5} \quad (1.33)$$

On constate sur la figure 1.5 que pour des temps géologiques (supérieurs au million d'années), la série radioactive de l'uranium 238 est complètement en équilibre séculaire. L'activité d'un échantillon d'uranium naturel extrait d'une mine est donc *a priori* 14 fois l'activité de l'uranium 238 pur. Cependant, le radon est gazeux et la série est coupée à ce niveau. On attend donc une activité 6 fois supérieure à celle de l'uranium 238 pur (cf. exercice 1.2).

Notons finalement que l'uranium 238 n'est pas un noyau fissile. Il ne peut fissionner qu'avec des neutrons ayant une énergie de l'ordre du MeV (neutrons dits rapides). Nous reviendrons sur ce point au chapitre 7.

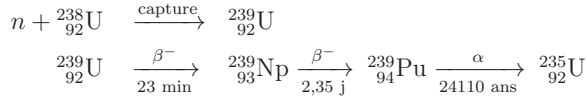
2) Série de l'uranium 235

La figure 1.7 présente la série radioactive naturelle de l'uranium 235, de période $T = 7 \times 10^8$ ans, qui se termine sur le plomb 207 qui est stable. De période 6 fois inférieure à celle de l'uranium 238, l'uranium 235 est beaucoup moins présent sur Terre. En effet, l'uranium naturel est composé de

99,3 % d'uranium 238 et de 0,7 % d'uranium 235.

Contrairement à l'uranium 238, l'uranium 235 est **fissile**, c'est-à-dire qu'il peut fissionner quelle que soit l'énergie du neutron incident. Cela en fait le combustible²⁵ nucléaire des réacteurs à spectre thermique, par exemple la filière des Réacteurs à Eau Pressurisée (REP). Nous reviendrons sur ce point au chapitre 7.

On peut noter que cette série peut-être alimentée de manière artificielle car il s'agit également de celle du plutonium 239 produit en réacteur nucléaire par capture neutronique sur l'uranium 238, selon



Le plutonium 239 est un noyau émetteur α ayant une période $T \simeq 24000$ ans. Il est considéré comme un déchet par certains pays et comme une matière valorisable par d'autres (dont la France) qui l'utilisent, mélangé à de l'uranium appauvri pour former du combustible MOX (Mixed OXide), comportant du PuO_2 et de l' UO_2 . Son statut juridique est particulièrement encadré car il peut être utilisé pour fabriquer des bombes nucléaires²⁶. Il est donc au cœur du risque de prolifération des armes nucléaires.

À titre d'exemple, après trois ans de fonctionnement d'un réacteur à eau pressurisée (REP) de 900 MWe, l'inventaire du combustible irradié comporte 123 kg de ${}^{239}\text{Pu}$ par année de fonctionnement [7].

3) Série du thorium 232

La figure 1.6 présente la série du thorium 232, dont la période est $T = 14,05 \times 10^9$ ans, et qui aboutit au plomb 208, l'un des isotopes stables du plomb. On peut constater que les périodes des 9 noyaux fils sont très courtes devant celle du noyau père. Pour des temps de l'ordre de quelques dizaines d'années, on se trouve exactement dans les conditions de l'équilibre séculaire et les activités des noyaux fils sont égales à celles du père. Ainsi, si l'on considère un échantillon de thorium pur, après une extraction minière par exemple, l'activité massique initiale est égale à 4 kBq/g. L'activité de l'échantillon est ensuite croissante avec le temps, à mesure que les noyaux fils atteignent l'équilibre séculaire. Quelques années après l'extraction, l'activité atteint 10 fois l'activité initiale car le thorium 232 a 10 descendants dans la série.

Le thorium étant trois fois plus abondant que l'uranium dans la croûte terrestre, on a envisagé depuis les débuts de l'énergie nucléaire d'exploiter les possibilités d'un combustible à base de cet élément. Le thorium naturel est composé à 100 % de ${}^{232}_{90}\text{Th}$ et le problème est que celui-ci n'est pas fissile. Lors de la capture d'un neutron, il ne fissionne pas mais se transforme en un noyau plus lourd (${}^{233}_{90}\text{Th}$) qui après deux désintégrations β successives donne le ${}^{233}_{92}\text{U}$ qui, lui, peut fissionner avec des neutrons thermiques. Les processus nucléaires suivants sont donc nécessaires pour la production d'un noyau

²⁵Le terme peut prêter à confusion car il n'y a pas de combustion chimique dans ce cas. Il serait mieux d'utiliser le terme consommable mais l'expression *combustible nucléaire* est très utilisée, y compris dans l'industrie nucléaire.

²⁶par exemple Fatman à Nagasaki.

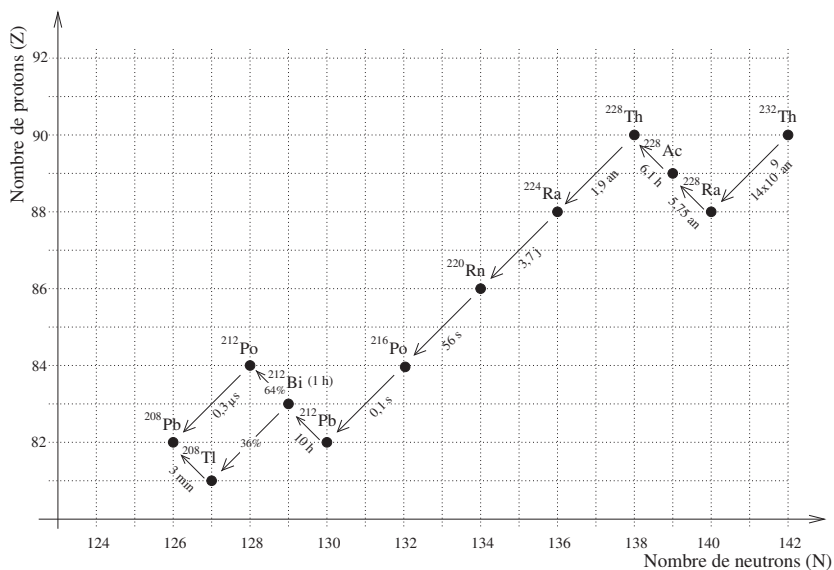


Figure 1.6: *La série radioactive naturelle du thorium 232.*

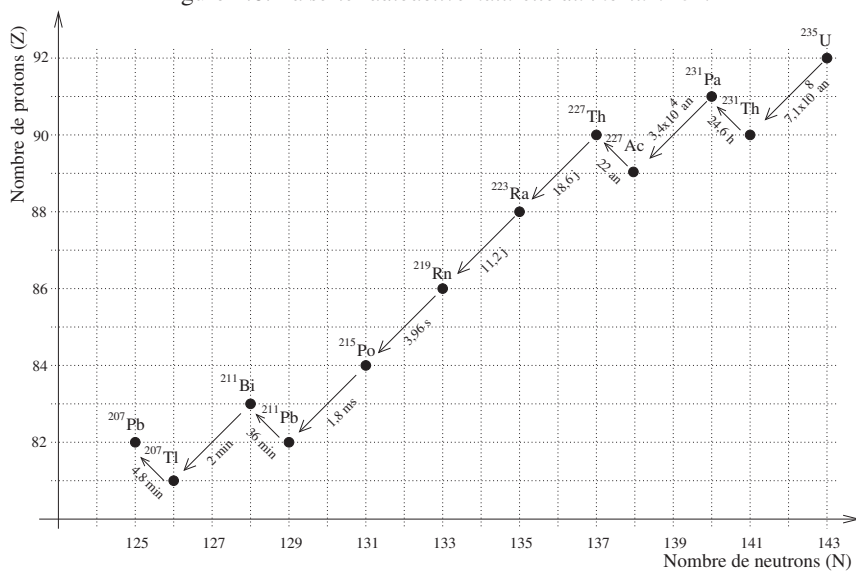
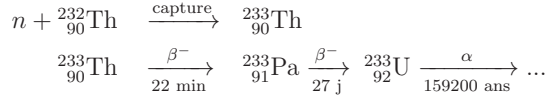


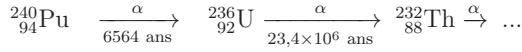
Figure 1.7: *La série radioactive naturelle de l'uranium 235.*

fissile ($^{233}_{92}\text{U}$) à partir de $^{232}_{90}\text{Th}$.



Le thorium 232 est dit **fertile** car il peut être transformé en combustible nucléaire après irradiation neutronique. Les réacteurs au thorium font partie des projets envisagés pour le futur de l'énergie nucléaire.

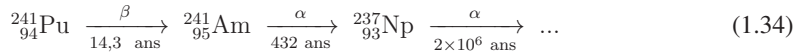
On peut noter qu'il s'agit également de la série radioactive du ^{240}Pu produit artificiellement en réacteur par capture neutronique à partir du ^{239}Pu . Après deux désintégrations α , il redonne le ^{232}Th .



4) Série du neptunium 237

Cette série n'est plus présente sur Terre car aucun élément n'a une période assez longue, le maximum étant le $^{237}_{93}\text{Np}$ dont la période est $T = 2 \times 10^6$ ans, soit environ 2000 fois moins que l'âge de la Terre. Son abondance est donc divisée par 2^{2000} depuis la création de la Terre. On note néanmoins la présence en fin de chaîne du ^{209}Bi de période particulièrement longue ($T \simeq 10^{19}$ ans) qui se désintègre vers le ^{205}Tl qui est stable.

Cette série peut être produite de manière artificielle car le $^{241}_{94}\text{Pu}$, produit en réacteur nucléaire, redonne le $^{237}_{93}\text{Np}$ après deux désintégrations successives, selon



1.5 Rayon du noyau

1.5.1 Introduction

Dans la plupart des cas, le noyau dans son état fondamental peut être considéré comme sphérique en première approximation. Un modèle très simple de noyau consiste à considérer le volume du noyau comme étant égal à la somme des volumes des nucléons le constituant²⁷. On attend donc un rayon du noyau $R(^A X)$ proportionnel à $A^{1/3}$, selon

$$R(^A X) = R_0 A^{1/3} \quad (1.35)$$

Dans ce cadre, R_0 s'interprète comme l'ordre de grandeur du rayon du nucléon.

La figure 1.8 (gauche) présente des valeurs expérimentales de rayon nucléaire en fonction de $A^{1/3}$. La droite présente le meilleur ajustement sur les données expérimentales, qui conduit à une valeur $R_0 \simeq 1,25$ fm. On constate que le rayon des noyaux varie bien linéairement²⁸ avec $A^{1/3}$ mais la valeur de R_0 peut varier légèrement si l'on s'intéresse à une région de masse donnée. En particulier,

²⁷ce qui est vrai pour une boîte de cubes mais pas pour une sphère contenant des sphères.

²⁸Notons que les noyaux exotiques, non traités dans cet ouvrage, s'éloignent nettement de cette tendance.

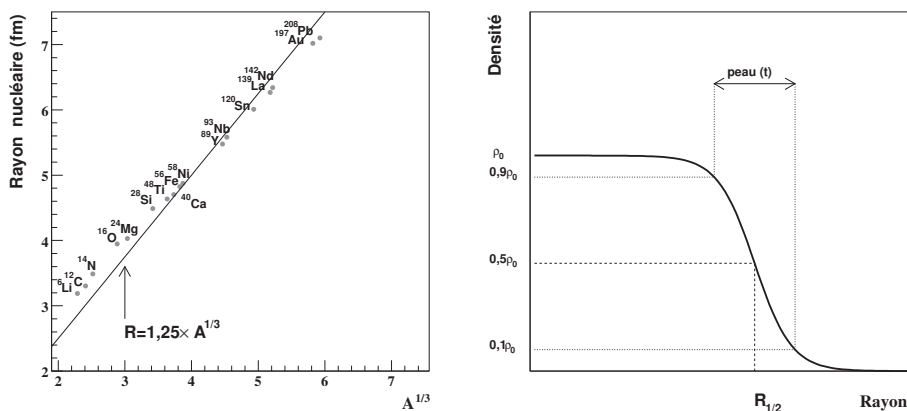


Figure 1.8: Gauche : Rayon nucléaire (fm) en fonction de $A^{1/3}$. La droite présente le meilleur ajustement sur les données expérimentales [8] qui conduit à une valeur $R_0 \simeq 1,25$ fm. Droite : Densité nucléaire (ρ) en fonction de la distance au centre du noyau. On précise la définition de $R_{1/2}$ et de l'épaisseur de peau (t).

pour les noyaux légers on a $R_0 \simeq 1,3$ fm, voire 1,4 pour les noyaux très légers. Cette dépendance en $A^{1/3}$ souligne le caractère incompressible de la matière nucléaire, dû au phénomène de saturation de l'interaction entre nucléons.

Le rayon du noyau varie donc lentement avec le nombre de nucléons, de $R(^4\text{He}) \simeq 1,9$ fm à $R(^{235}\text{U}) \simeq 7,4$ fm. L'ordre de grandeur à retenir pour la taille du noyau est donc le Fermi ²⁹ (10^{-15} m), soit 5 ordres de grandeur plus petit que la taille typique de l'atome (de l'ordre de 10^{-10} m). Cette comparaison souligne l'inexactitude de la représentation classique de l'atome (cf. fig. 1.1).

1.5.2 Distribution de densité à l'intérieur du noyau

Les expériences de diffusion permettent d'étudier la taille et la forme du noyau. Il faut pour cela disposer de particules dont la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que la taille de ce dernier, soit de l'ordre du Fermi. La dualité onde-corpuscule permet l'utilisation *a priori* de différentes sondes : photon, électron, neutron, α , ...

Le résultat de ces expériences de diffusion permet d'estimer $\rho(r)$, la distribution de matière à l'intérieur du noyau. Notons que l'utilisation d'électrons pour sonder la matière nucléaire permet d'avoir accès uniquement à la distribution des protons dans le noyau, *i.e.* la distribution des charges. Si l'on suppose que les protons et les neutrons ont la même distribution, on peut ensuite identifier la densité de charges avec la densité de masses.

Cette distribution présente un caractère commun à tous les noyaux, des plus légers aux plus lourds. Elle est bien décrite par une distribution de Fermi donnée par :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp \frac{(r-R_{1/2})}{a}} \quad (1.36)$$

²⁹aussi appelé le femtomètre.

où ρ_0 est la densité au centre du noyau ($\rho_0 \simeq 0,13$ nucléon/fm³), $R_{1/2}$ est le rayon défini par $\rho(R_{1/2}) = \rho_0/2$ et a le paramètre de diffusivité.

La conclusion la plus importante à en tirer est le fait que le noyau n'est pas une sphère à bord franc (une boule). La densité est certes constante à l'intérieur du noyau (ρ_0), mais elle ne tombe pas brutalement à zéro pour une valeur de r égale au rayon de la boule (R). Il existe en fait une zone diffuse d'environ 2,2 fm, de valeur quasiment constante pour tous les noyaux, dans laquelle la densité décroît progressivement. On définit l'**épaisseur de peau** t comme la longueur pour passer de $0,9\rho_0$ à $0,1\rho_0$ (cf. fig. 1.8 droite). On démontre facilement (cf. exercice 1.6) la relation liant l'épaisseur de peau t au paramètre de diffusivité a :

$$t = 4a \ln 3 \quad (1.37)$$

Cette notion prend une importance toute particulière dans le contexte des réactions nucléaires (Chap. 3) ou de la désintégration α (Chap. 4), car la distance pour laquelle deux noyaux sont considérés comme tangents est entachée d'une incertitude de l'ordre de t .

La figure 1.8 (droite) suggère l'idée que le rayon du noyau n'est pas une notion bien définie, du fait du caractère diffus de la surface du noyau. On peut choisir la grandeur $R_{1/2}$ définie par :

$$\rho(R_{1/2}) = \rho_0/2 \quad (1.38)$$

On peut également choisir le rayon carré moyen $\langle r^2 \rangle$ défini par

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_V r^2 \rho(r) dv}{\int_V \rho(r) dv} \quad (1.39)$$

Il s'agit en fait du paramètre donné directement par les mesures expérimentales de diffusion. Pour un noyau sphérique, on a

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^{R_{\text{franc}}} r^4 \rho(r) dr}{\int_0^{R_{\text{franc}}} r^2 \rho(r) dr} \quad (1.40)$$

Dans le cas d'un noyau à bord franc de rayon R_{franc} et de masse volumique constante, on trouve

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^{R_{\text{franc}}} r^4 dr}{\int_0^{R_{\text{franc}}} r^2 dr} = \frac{3}{5} R_{\text{franc}}^2$$

Cela nous amène à définir un rayon équivalent :

$$R_{eq} = \sqrt{\frac{5}{3} \langle r^2 \rangle} \quad (1.41)$$

Cette définition du rayon du noyau est celle retenue pour la figure 1.8 (gauche).

En conclusion, on retiendra que le rayon du noyau peut être estimé de manière satisfaisante pour la plupart des applications avec la formule (1.35) et que le bord du noyau n'est pas franc mais comporte une peau dont l'épaisseur est d'environ 2 fm.

1.6 Masse et énergie de liaison

1.6.1 Masse nucléaire et atomique

Il convient de différencier la masse du noyau et la masse de l'atome correspondant. On note donc M la masse d'un atome et m la masse du noyau. Ces deux grandeurs sont reliées, en première approximation, par la formule suivante

$$M({}_Z^AX) = m({}_Z^AX) + Zm_e \quad (1.42)$$

La masse d'un atome, composé d'un noyau et de Z électrons, est donc égale à la somme des masses de ses constituants. Cela peut sembler intuitif mais il s'agit en fait d'une approximation consistant à négliger l'énergie de liaison des électrons dans l'atome. Ce type d'approximation ne sera plus possible dans le cas du noyau.

1.6.2 Unités de masse et d'énergie

Les ordres de grandeur mis en jeu en physique nucléaire sont très différents de ceux de la physique macroscopique. Cette constatation justifie l'emploi d'unités spécifiques qui dérivent de celles du système international.

1) Unité de masse atomique

En physique nucléaire, on utilise l'unité de masse atomique (notée uma), définie selon la révision de mai 2019 du Système International des Unités [9] à partir du nombre d'Avogadro dont la valeur est maintenant fixée par convention dans le système SI à

$$N_A = 6,02214076 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

On note m_u la valeur en kg d'une unité de masse atomique, on a par définition

$$m_u = \frac{10^{-3}}{N_A} \quad (1.43)$$

En utilisant la valeur du nombre d'Avogadro, on trouve

$$m_u = 1,66056 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (1.44)$$

On peut noter que l'unité de masse atomique est officiellement nommée *unité de masse atomique unifiée* en référence à d'autres unités qui ne sont plus utilisées depuis longtemps. La dénomination anglaise est le dalton (Da). Dans la suite, on utilisera le terme **unité de masse atomique** et la notation **uma**.

On retiendra la conversion suivante :

$$1 \text{ uma} = 1,66056 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (1.45)$$

On peut noter au passage qu'une bonne approximation de la masse molaire d'un élément AX est donnée par :

$$M_{\text{mol}}({}^AX) \simeq A \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad (1.46)$$

En effet, 1 mole d'un corps pur en AX contient N_A noyaux, chacun ayant une masse $\sim A \text{ uma}$. La masse d'une mole en gramme est donc

$$A \times N_A \times 1/N_A \simeq A \text{ g}$$

2) Énergie de masse correspondant à 1 uma

On peut maintenant évaluer l'énergie de masse correspondant à 1 uma :

$$E = m_u c^2 = 1,4924 \times 10^{-10} \text{ J} \quad (1.47)$$

On introduit finalement l'unité d'énergie utilisée en physique atomique et subatomique. Par définition un électron-Volt correspond à l'énergie acquise par un électron dans un champ électrique de $1 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. On montre facilement que la valeur d'un électron-Volt (eV) est :

$$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

L'énergie de masse associée à 1 uma est donc

$$E = m_u c^2 = 931,5 \text{ MeV}/c^2$$

La conversion entre uma et MeV/c^2 est donc :

$$1 \text{ uma} = 931,5 \text{ MeV}/c^2 \quad (1.48)$$

1.6.3 Énergie de liaison

De manière générale, on peut définir l'énergie de liaison comme l'énergie d'interaction entre les constituants d'un système lié. Dans le cas qui nous intéresse, l'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie à fournir pour passer du noyau, en tant que système lié, à un système de nucléons libres.

1) Masse nucléaire et énergie de liaison du noyau

Les données expérimentales indiquent que la masse du noyau est toujours inférieure à la somme des masses des nucléons le constituant. On a :

$$m({}_Z^AX) < Zm_p + Nm_n$$

où m_p (m_n) est la masse du proton (neutron).

En notant Δm le défaut de masse (quantité positive par définition), on peut réécrire

$$m({}_Z^AX) = Zm_p + Nm_n - \Delta m$$

Cette différence (ce défaut de masse) peut sembler difficile à interpréter en termes de masse. Par contre, en termes d'énergie, on peut écrire :

$$\Delta mc^2 = (Zm_p + Nm_n)c^2 - m({}_Z^AX)c^2$$

Il y a donc une différence d'énergie entre le système *nucléons séparés* et le système *noyau*. Cette différence d'énergie est précisément l'énergie nécessaire pour casser le noyau. Il s'agit donc de l'énergie de liaison³⁰ B définie par :

$$B({}_Z^AX_N) = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - m({}_Z^AX_N) c^2 \quad (1.49)$$

³⁰Binding en anglais.

2) Masse atomique et énergie de liaison de l'atome

De la même manière, pour évaluer la masse de l'atome, il faut tenir compte des masses des constituants (noyau et électrons) et des énergies de liaison des électrons dans l'atome :

$$M({}_Z^AX)c^2 = m({}_Z^AX)c^2 + Zm_e c^2 - B_{\text{atome}} \quad (1.50)$$

où B_{atome} est l'énergie de liaison atomique. Elle est en général négligeable, surtout lorsqu'on calcule des différences de masses entre atomes voisins. L'approximation considérée pour (1.42) est en fait excellente.

Notons que l'énergie de liaison atomique est la somme des énergies de liaison des électrons (b) sur leur couche électronique respective (K, L, M), donnée par

$$B_{\text{atome}} = \sum_{i=1}^Z b_i$$

1.6.4 Énergie de liaison moyenne par nucléon

Pour avoir une vision plus claire de l'énergie avec laquelle un nucléon est lié au noyau, on introduit l'énergie de liaison moyenne par nucléon ($\bar{b}$), définie par

$$\bar{b}({}_Z^AX_N) = B({}_Z^AX_N)/A \quad (1.51)$$

Cela correspond à considérer que l'énergie de liaison totale est équitablement répartie entre les différents nucléons constituant le noyau. La figure 1.9 présente l'énergie de liaison moyenne par nucléon en fonction du nombre de nucléons (A) pour les noyaux stables ou de période très longue. On remarque tout d'abord que l'énergie de liaison moyenne par nucléon présente un maximum pour $A \simeq 60$. Le noyau qui présente la plus grande énergie de liaison par nucléon est le ${}_{28}^{62}\text{Ni}$ ($B/A = 8,79$ MeV/nucléon). On trouve ensuite le ${}_{26}^{56}\text{Fe}$ pour lequel $B/A = 8,78$ MeV/nucléon. On peut ensuite distinguer deux zones dans la figure 1.9.

Zone I (avant le maximum du fer et du nickel).

Dans cette région B/A est croissant avec A . Cela signifie qu'il est *a priori* énergétiquement favorable de fusionner deux noyaux légers, peu liés, pour former un noyau plus lourd et plus lié. Les réactions de fusion produisent donc de l'énergie selon :

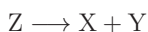


La fusion de noyaux légers est le processus de production d'énergie au cœur des étoiles.

Notons que le fait que le noyau soit dans la zone I ne garantit pas le caractère énergétiquement possible de la fusion. Cela doit être étudié au cas par cas (cf. page 81).

Zone II (après le maximum du fer et du nickel).

Dans cette région B/A est décroissant avec A . Il est donc *a priori* énergétiquement favorable de fissionner un noyau lourd peu lié pour former deux noyaux plus légers et plus liés³¹. Les réactions de fission produisent de l'énergie selon :



³¹cf. exercice 3.4.

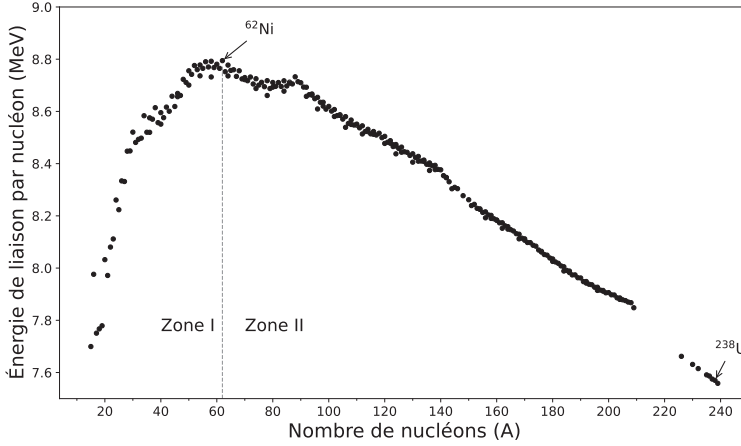


Figure 1.9: Énergie de liaison moyenne par nucléon en fonction du nombre de nucléons (A) pour les noyaux stables ou de période très longue. Les données expérimentales sont extraites de [10].

Il s'agit du processus de production d'énergie dans les réacteurs nucléaires, la différence notable étant que dans ce cas la fission est induite par un neutron et n'est donc pas spontanée.

Tout comme pour la fusion, le caractère énergétiquement possible pour la fission d'un noyau lourd doit être étudié au cas par cas (cf. page 81), le fait d'être dans la zone II étant une condition nécessaire mais pas suffisante.

1.6.5 Énergie de séparation

On précise la notion d'énergie de liaison de chaque nucléon en définissant l'énergie de séparation neutron (S_n) comme l'énergie nécessaire pour retirer un neutron au noyau ^A_ZX . On a donc :

$$S_n(^A_Z\text{X}) = B(^A_Z\text{X}) - B(^{A-1}_Z\text{X}_{N-1}) \quad (1.52)$$

De manière analogue, on définit l'énergie de séparation proton (S_p) :

$$S_p(^A_Z\text{X}) = B(^A_Z\text{X}) - B(^{A-1}_{Z-1}\text{X}) \quad (1.53)$$

Il s'agit pour l'échelle subatomique de l'analogue de l'énergie d'ionisation pour l'atome, avec une complexité plus importante puisqu'il y a dans ce cas deux types de particules qui peuvent être retirées au système lié. Le tableau 1.3 résume à titre d'exemple les énergies de séparation neutron et proton pour quelques noyaux de masse $A \simeq 17$.

On constate que le neuvième nucléon de chaque espèce est moins lié. La configuration à 8 protons ou 8 neutrons est plus stable que celle à 8 protons et 9 neutrons ou 9 protons et 8 neutrons. Cela constitue une première indication de la structure en couches nucléoniques (une pour chaque espèce) dans le noyau, basée sur une analogie avec la structure en couches électroniques de l'atome, que nous développerons au chapitre 2.

Noyau	S_n (MeV)	S_p (MeV)
$^{16}_8\text{O}_8$	15, 66	12, 13
$^{17}_8\text{O}_9$	4, 14	13, 78
$^{17}_9\text{F}_8$	16, 81	0, 8

Table 1.3: Énergies de séparation neutron et proton pour quelques noyaux de masse $A \simeq 17$.

1.7 Les états excités du noyau

1.7.1 Définition

Comme tous les systèmes quantiques composites, l'ensemble de A nucléons que constitue le noyau ^A_ZX peut se trouver dans un état excité, noté $^A_Z\text{X}^*$. Celui-ci présente une énergie d'excitation E^* par rapport à l'état fondamental ^A_ZX . La seule énergie mise en jeu ici étant l'énergie de masse, l'état excité a donc une masse plus grande que l'état fondamental, défini comme l'état de plus basse masse. On a donc :

$$m(^A_Z\text{X}^*)c^2 = m(^A_Z\text{X})c^2 + E^* \quad (1.54)$$

Par ailleurs, la relation (1.49) nous indique que l'énergie de liaison est liée à la masse. On a donc :

$$m(^A_Z\text{X}^*) > m(^A_Z\text{X}) \implies B(^A_Z\text{X}^*) < B(^A_Z\text{X})$$

Si l'énergie de liaison est plus faible dans l'état excité, sa désexcitation vers l'état fondamental va être énergétiquement favorable. Elle se fait notamment par émission d'un photon γ qui emporte l'excès d'énergie (cf. fig. 1.10). On a

$$^A_Z\text{X}^* \longrightarrow ^A_Z\text{X} + \gamma$$

L'énergie du γ est donnée par

$$E_\gamma = \left[m(^A_Z\text{X}^*) - m(^A_Z\text{X}) \right] c^2 \quad (1.55)$$

Il s'agit en fait d'une approximation consistant à négliger le recul du noyau fils. La valeur obtenue est néanmoins très proche de la réalité ($\sim 10^{-4} \%$), cf. exercice 6.1 page 157.

En résumé, on peut donc comprendre l'état excité sous deux aspects :

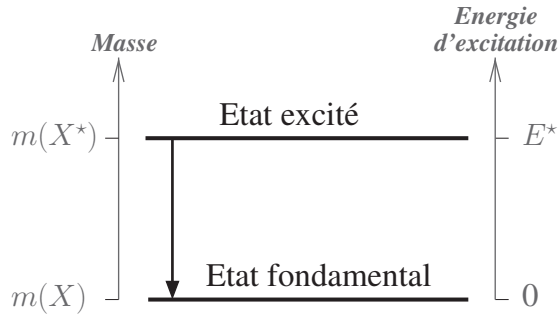
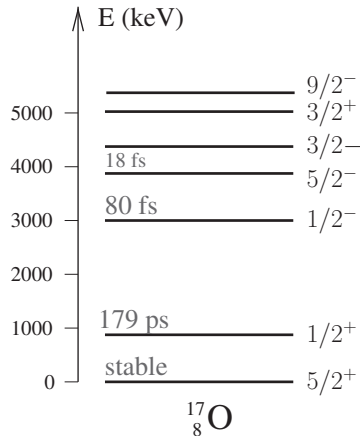
- il est excité car sa masse est plus grande que celle de l'état fondamental
- il peut se désexciter vers l'état fondamental car son énergie de liaison est moins grande que celle de ce dernier.

Nous reviendrons page 59 sur la notion d'état nucléaire excité avec une interprétation en termes d'arrangement des nucléons qui le constituent. La désexcitation nucléaire est reprise en détail dans le chapitre 6.

1.7.2 Spectre des états excités et état métastable

Un noyau donné possède en général de nombreux états excités qui constituent le spectre des états excités. Ils sont caractérisés par leur énergie, leur moment angulaire total³² J et leur parité π . Ces

³²cf. page 34.

Figure 1.10: *Etat excité et état fondamental.*Figure 1.11: *Spectre des états excités de l'oxygène 17. La valeur de la période de chaque état excité est indiquée.*

états excités se désexcitent vers des états d'énergie d'excitation moindre, jusqu'au fondamental. En première approximation, le photon γ emporte la différence d'énergie entre les deux états.

À titre d'exemple, la figure 1.11 présente un spectre typique d'états excités. Comme on peut le constater sur cet exemple, la période typique des états excités est très faible ($\sim$ fs). Cependant, certains états excités présentent une période relativement longue, typiquement au-delà de la μ s. On parle dans ce cas d'un état métastable, noté $^{\text{Am}}X$. Le terme n'est cependant pas bien choisi car on est loin de la stabilité. Il s'agit d'états nucléaires ayant une période atypique. Cette particularité leur confère un rôle particulier en radioprotection et plus généralement dans l'utilisation des émetteurs γ .

La figure 1.12 (gauche) présente le spectre des états excités du technétium 99 (^{99}Tc). Parmi ceux-ci, on observe la présence d'un état métastable ($^{99\text{m}}\text{Tc}$) dont la durée de vie est remarquablement longue (6 h), ce qui permet son utilisation en médecine nucléaire pour la détection de tumeurs cancéreuses (γ caméra).

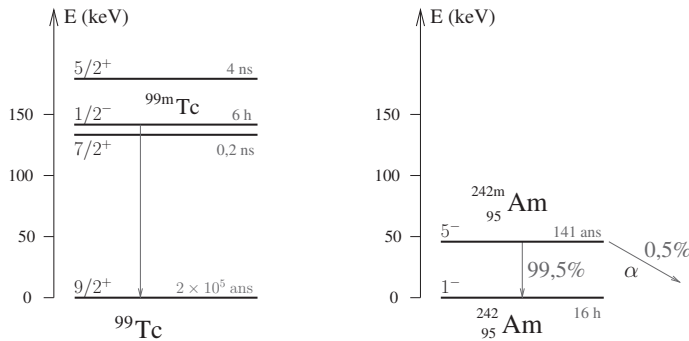


Figure 1.12: Spectre des états excités du technétium 99 et de l'américium 242. Pour chaque état, on a indiqué la valeur de l'énergie d'excitation et celle de J^π .

Il est important de souligner que la période de l'état excité n'est pas nécessairement plus courte que celle de l'état fondamental. En particulier, l'état fondamental n'est pas l'état de plus grande période mais celui de plus petite masse.

Par ailleurs, l'état excité peut lui-même se désintégrer (sans désexcitation préalable), par émission α , β ou par fission, si le processus est énergétiquement possible. Pour un état excité donné, il existe donc une compétition entre la désexcitation et la désintégration. On a donc

$$\lambda = \lambda_{\text{désexcitation}} + \lambda_{\text{désintégration}}$$

Notons cependant que la désexcitation est très souvent beaucoup plus probable, rendant l'observation d'une désintégration d'un état excité de basse énergie relativement atypique.

La figure 1.12 (droite) permet d'illustrer les deux points précédents. L'état fondamental du ^{242}Am présente une période $T = 16$ h. Ce noyau possède un état excité à 48,6 keV dont la période est 141 ans. On peut également observer pour ce noyau la compétition entre la désexcitation et la désintégration de l'état excité (sans passer par le fondamental). Cette compétition est toujours présente mais dans le cas général la désexcitation est beaucoup plus rapide. Ici, la désintégration α de l'état excité devient non négligeable car la désexcitation est très peu probable.

1.8 Moment angulaire total et parité

Il s'agit de propriétés quantiques du noyau, n'ayant pas d'équivalent ni d'interprétation classique. Elles sont définies de manière générale dans l'annexe C. Elles sont d'une grande importance pour la compréhension de la physique du noyau car elles déterminent les règles de sélection gouvernant les probabilités de désintégration.

1.8.1 Moment angulaire total du noyau J

Chacun des A nucléons du noyau possède un moment angulaire orbital $\vec{\ell}_i$ et un spin $\vec{s}_i$ et donc un moment angulaire total $\vec{j}_i = \vec{\ell}_i + \vec{s}_i$. Tous ces moments angulaires s'ajoutent pour former le moment angulaire total³³ du noyau, noté $\vec{J}$ et défini par :

$$\vec{J} = \sum_i^A \vec{j}_i = \sum_i^A (\vec{\ell}_i + \vec{s}_i) \quad (1.56)$$

Cette somme³⁴ de $2A$ moments angulaires peut bien évidemment donner plusieurs valeurs de J , correspondant aux différents états nucléaires. Un état nucléaire est donc caractérisé par une valeur de l'énergie d'excitation E^* et du moment angulaire total J . Les figures 1.11 et 1.12 présentent le spectre des états excités de plusieurs noyaux. On constate la grande variété des valeurs de J et le fait que deux états excités peuvent avoir la même valeur de J . Cela signifie que cette combinaison de moments angulaires des nucléons peut être obtenue par différents arrangements associés à des énergies d'excitation différentes.

La valeur du moment angulaire peut être déduite des mesures expérimentales ou prédite dans le cadre du modèle en couches comme nous le verrons au chapitre 2.

1.8.2 La parité du noyau π

Un autre nombre quantique permet de caractériser un état nucléaire. Il s'agit de la parité π , définie page 292. Tout comme pour le moment angulaire total, la parité du noyau est obtenue en combinant la parité π_i des A nucléons le constituant. Il s'agit d'un nombre quantique multiplicatif. On a donc :

$$\pi = \prod_{i=1}^A \pi_i \quad (1.57)$$

Un état nucléaire sera donc référencé par sa valeur de J et de π , noté J^π , comme on peut le constater sur les figures 1.11 et 1.12. La valeur de la parité d'un état nucléaire peut également être déduite des mesures expérimentales ou prédite dans le cadre du modèle en couches comme nous le verrons au chapitre 2.

1.9 Conclusion

Les différentes propriétés du noyau que nous avons vues jouent un rôle primordial pour la compréhension des phénomènes en physique nucléaire appliquée, notamment via les règles de conservation présentées page 69. Ainsi, la masse et l'énergie de liaison apparaissent dans la conservation de l'énergie qui permet notamment de comprendre pourquoi certains phénomènes sont impossibles alors que d'autres sont spontanés. La conservation du moment angulaire total et de la parité permet d'expliquer les règles de sélection des désintégrations α et β et de la désexcitation nucléaire abordées dans les chapitres suivants.

³³par abus de langage, le terme "spin du noyau" est parfois utilisé.

³⁴La règle de composition de moments angulaires est présentée page 289.

Exercices du chapitre 1

Exercice 1.1 : Une source d'irradiation industrielle

La société Synergy Health exploite sur le site de Marcoule l'Installation Nucléaire de Base Gam-matec (INB 170) destinée à l'irradiation et l'ionisation pour la stérilisation de dispositifs médicaux, agroalimentaires ou l'amélioration de matériaux destinés à l'industrie. Le procédé consiste à soumet-tre le produit à traiter au rayonnement γ émis par une source de ^{60}Co .

L'INB 170 permet de disposer d'une activité maximale $a = 222 \text{ PBq}$. Calculer la masse de ^{60}Co nécessaire pour produire une telle activité.

... **Données numériques** ...

Période du ^{60}Co : $T = 5,27 \text{ ans}$

Exercice 1.2 : Activité massique de l'uranium naturel

L'uranium naturel est composé de trois isotopes dont les fractions isotopiques, *i.e.* le nombre de noyaux pour 100 noyaux de cette espèce chimique, sont présentées dans le tableau 1.4.

	$^{234}_{92}\text{U}$	$^{235}_{92}\text{U}$	$^{238}_{92}\text{U}$
f	$5,5 \times 10^{-3} \%$	$0,72 \%$	$99,2745 \%$

Table 1.4: Fractions isotopiques de l'uranium naturel.

- 1) En utilisant les données numériques du tableau 1.5, calculer l'activité massique (Bq/g) de l'uranium naturel et chimiquement pur.
- 2) Peut-on négliger la très faible proportion d'uranium 234 ?
- 3) Retrouver la valeur numérique de la fraction isotopique d'uranium 234.
- 4) En utilisant la figure 1.5, calculer l'activité massique d'un minerai d'uranium non-purifié chimi-quement. Le radon étant gazeux, on supposera qu'il s'échappe du minerai.

Exercice 1.3 : Filiation radioactive

On considère la filière radioactive suivante :



On se place dans le cas où l'échantillon ne contient initialement que des noyaux X_1 :

$$N_1(t=0) = N_0, \quad N_2(t=0) = 0 \quad \text{et} \quad N_3(t=0) = 0$$

- 1) Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux de X_1 (dN_1), X_2 (dN_2) et de X_3 (dN_3).
- 2) Résoudre ces équations différentielles.

Exercice 1.4 : Activité massique de l'uranium appauvri

L'uranium appauvri est un sous-produit du processus d'enrichissement de l'uranium. En première approximation, on peut le considérer comme pur en uranium 238 à l'instant de la sortie de l'usine. On s'intéresse à un échantillon de 1 gramme d'uranium appauvri. On utilisera la figure 1.5 qui présente la série radioactive de l'uranium 238.

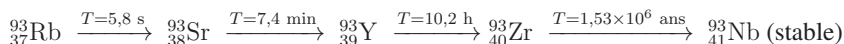
- 1) À l'instant initial, calculer le nombre de noyaux d'uranium 238 (N_0) et l'activité a_0 de l'échantillon d'uranium appauvri. Pour des échelles de temps de l'ordre de l'année, montrer que le nombre de noyaux d'uranium 238 ne varie pas de manière significative.
- 2) Donner la variation infinitésimale du nombre de noyaux de $^{234}_{90}\text{Th}$ (dN_T) et de $^{234}_{91}\text{Pa}$ (dN_P) pendant un intervalle de temps dt .
- 3) En déduire les expressions littérales $N_T(t)$ et $N_P(t)$.
- 4) Donner l'activité massique de l'échantillon 2 ans après la sortie de l'usine d'enrichissement.
- 5) Expliquer ce résultat *a priori* surprenant et retrouver le sans calcul.
- 6) Pour un temps inférieur au millier d'années, tracer l'activité totale de l'échantillon (a_{tot}) en fonction du temps.

	$^{238}_{92}\text{U}$	$^{234}_{90}\text{Th}$	$^{234}_{91}\text{Pa}$	$^{234}_{92}\text{U}$	$^{235}_{92}\text{U}$
T	$4,468 \times 10^9$ ans	24, 1 jours	6, 7 h	$2,455 \times 10^5$ ans	$703,8 \times 10^6$ ans

Table 1.5: Période de quelques noyaux lourds d'intérêt pour l'exercice 1.2 et 1.4.

Exercice 1.5 : Déchets nucléaires

Le zirconium 93 est un produit de fission dont la production annuelle dans un Réacteur à Eau Pressurisée de 900 MWe est de l'ordre de 15 kg. Il fait partie de la chaîne radioactive suivante :



Dans la suite, on note avec un indice 1 les données relatives au $^{93}_{37}\text{Rb}$, 2 pour le $^{93}_{38}\text{Sr}$, etc.

À $t = 0$, on considère un fût fictif de déchets de 10 kg contenant des matériaux contaminés dont 100 mg de rubidium 93. Les énergies cinétiques moyennes des électrons émis sont respectivement : 1, 2 MeV pour l'yttrium 93 et 19, 2 keV pour le zirconium 93.

- 1) Calculer le nombre de noyaux de rubidium 93 initialement présents (N_1^0).
- 2) Pour l'intervalle de temps $1 \text{ jour} \leq t \leq 3 \text{ ans}$, déterminer les expressions de $f_i = N_i/N_1^0$, la proportion de chaque élément en nombre de noyaux, et de a_i l'activité due au noyau i .
- 3) Pour les instants $t = 1 \text{ jour}$ et $t = 3 \text{ ans}$, calculer :
 - a) la composition du colis de déchets (valeurs de f_i),
 - b) l'activité totale et l'activité massique du colis,
 - c) la puissance dégagée.
- 4) Commenter l'évolution de l'activité et de la puissance dégagée, dans une perspective de stockage de ce fût de déchets.

Exercice 1.6 : Définition de l'épaisseur de peau

L'épaisseur de peau t est définie comme la longueur pour passer de $0,9\rho_0$ à $0,1\rho_0$.
Démontrer la relation (1.37) liant l'épaisseur de peau t à la diffusivité a .

Exercice 1.7 : Emissions γ

Le fer 59 est un noyau émetteur β^- . Il se désintègre vers l'un des états excités du magnésium 59, comme indiqué sur la figure 1.13. Donner les énergies et les intensités (nombre pour 100 désintégrations) des principaux γ observés lors de cette désintégration.

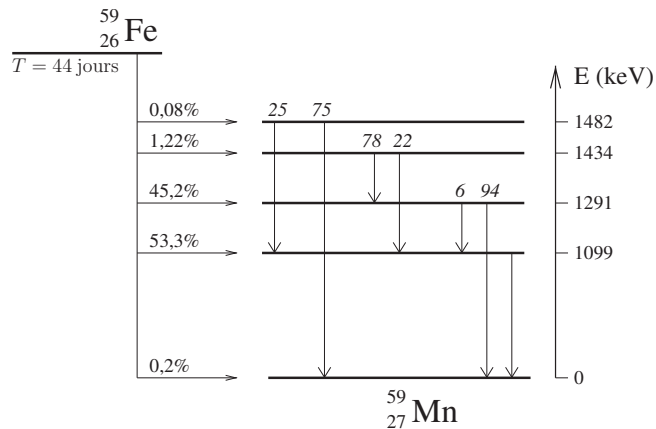


Figure 1.13: Désintégration β^- du fer 59 vers l'un des états excités du magnésium 59.

Les modèles nucléaires

Le noyau comporte un nombre de nucléons pouvant être très grand (jusqu'à ~ 250), chacun subissant jusqu'à trois interactions (forte, faible et électromagnétique) imposées par les autres nucléons. La compréhension de la physique du noyau nécessite donc une modélisation dont la validation sera à rechercher dans la comparaison avec les différentes données expérimentales.

2.1 Le modèle de la goutte liquide

Il s'agit du modèle nucléaire le plus simple consistant à considérer le noyau comme une goutte liquide. Il permet d'établir la formule semi-empirique, connue également sous le nom de formule de Bethe-Weizsäcker, qui est utilisée pour prédire la masse des noyaux stables dans leur état fondamental. Ce modèle a été proposé par C. F. Von Weizsäcker en 1935 et repris par H. Bethe en 1936 dans ses articles sur la structure du noyau [1]. Il est qualifié de semi-empirique car les différents termes proviennent de considérations théoriques, mais les valeurs des coefficients sont déterminées par les résultats expérimentaux. Nous allons procéder par étapes en construisant un modèle réaliste par ajouts successifs.

1) Terme de volume

On utilise tout d'abord le constat tiré de la figure 1.9 : l'énergie de liaison par nucléon (B/A) varie peu en fonction de A . En première approximation, l'énergie de liaison d'un noyau A_ZX peut donc s'écrire :

$$B({}^A_ZX) = a_v A \quad (2.1)$$

où a_v est une constante à déterminer.

Dans cette hypothèse simplificatrice, chaque nucléon subit l'attraction de ses voisins, due à l'interaction forte¹.

¹La dépendance en A peut paraître surprenante car on attendrait une dépendance en $A(A-1)$ si un nucléon donné

2) Terme de surface

Cependant, le noyau possède un volume limité et les nucléons qui se trouvent à la surface ont donc moins de voisins que ceux situés à l'intérieur du noyau. L'énergie de liaison s'en trouve diminuée. Il faut donc retrancher un terme dépendant de la surface S du noyau (supposé sphérique) qui est proportionnelle à R^2 . En utilisant (1.35), on a donc $S \propto A^{2/3}$. L'énergie de liaison devient donc :

$$B({}_Z^AX) = a_v A - a_s A^{2/3} \quad (2.2)$$

où a_v, a_s sont des constantes à déterminer.

3) Terme coulombien

Cependant, les nucléons ne subissent pas uniquement une force attractive. Les protons se repoussent mutuellement sous l'action de l'interaction électromagnétique. Pour prendre en compte la répulsion des Z protons constituant le noyau, on peut évaluer l'énergie potentielle d'une sphère uniformément chargée², donnée par

$$E_{coul} = \frac{3}{5} \times \frac{e^2 Z(Z-1)}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{3}{5} \times \frac{\alpha \hbar c}{R_0} \times \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$$

On a introduit α la constante de structure fine, définie par

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$$

et on note la valeur numérique suivante : $\hbar c = 197,3 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$.

On constate que chaque proton subit l'interaction des $(Z-1)$ autres protons. On a donc un terme coulombien à retrancher à l'énergie de liaison de la forme : $a_c Z(Z-1)A^{-1/3}$, avec

$$a_c = 3\alpha \hbar c / (5R_0) \quad (2.3)$$

Pour $R_0 = 1,25 \text{ fm}$, l'application numérique donne $a_c = 0,691 \text{ MeV}$. Même si sa valeur peut être calculée explicitement, on conserve néanmoins a_c comme paramètre libre dans la suite.

L'expression de l'énergie de liaison devient donc :

$$B({}_Z^AX) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (2.4)$$

4) Terme d'asymétrie

L'expression de l'énergie de liaison (2.4) nous indique que pour une valeur de A donnée, il est énergétiquement favorable d'avoir Z le plus petit possible. En effet, d'après notre modélisation, l'énergie de liaison est décroissante avec Z . Le phénomène est observé pour les noyaux lourds pour lesquels un excès de neutrons par rapport aux protons est nécessaire pour contrebalancer la répulsion coulombienne (cf. fig. 1.2). Cependant, pour les noyaux légers ($Z \lesssim 30$), la configuration $N = Z$

attire tous les autres nucléons. Cela nous indique qu'en fait un nucléon n'attire que ses voisins immédiats, à cause de la portée très courte de l'interaction forte.

²Il s'agit d'un résultat classique de l'électromagnétisme.

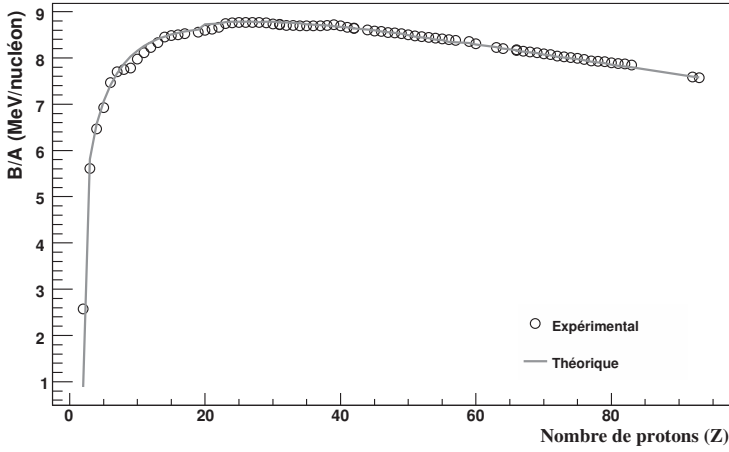


Figure 2.1: Comparaison de l'énergie de liaison moyenne par nucléon (B/A) expérimentale et théorique, i.e. calculée avec la formule (2.5) et les coefficients du tableau 2.1.

est celle qui correspond à la stabilité³. Il faut donc ajouter à l'énergie de liaison un terme qui rende compte de cette symétrie. Ce dernier devra favoriser une tendance à avoir $N \simeq Z$ pour les noyaux légers. Le terme suivant reproduit l'effet recherché :

$$E_a = -a_a \frac{(N - Z)^2}{A}$$

En effet, un écart même minime à $N = Z$ diminuera l'énergie de liaison pour les noyaux légers. Pour les noyaux lourds, cet effet est négligeable. L'expression de l'énergie de liaison devient donc :

$$B\left(\frac{A}{Z}X\right) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} \quad (2.5)$$

La figure 2.1 présente la comparaison⁴ de l'énergie de liaison moyenne par nucléon (B/A) expérimentale et calculée avec la formule (2.5) et les coefficients du tableau 2.1. On constate que l'accord est qualitativement excellent (de l'ordre de 1 %) sur toute la gamme des valeurs de Z .

³On peut interpréter cette observation dans un cadre quantique. Pour l'ensemble de fermions que constitue le noyau, le nombre de nucléons identiques que l'on peut placer sur un niveau d'énergie est limité par le principe d'exclusion de Pauli (page 287). Il est donc énergétiquement favorable de répartir les A nucléons équitablement entre protons et neutrons.

⁴Pour la lisibilité de la figure, on a considéré un sous-échantillon des noyaux stables : les noyaux impair-pair et en ne gardant qu'un noyau par valeur de Z .

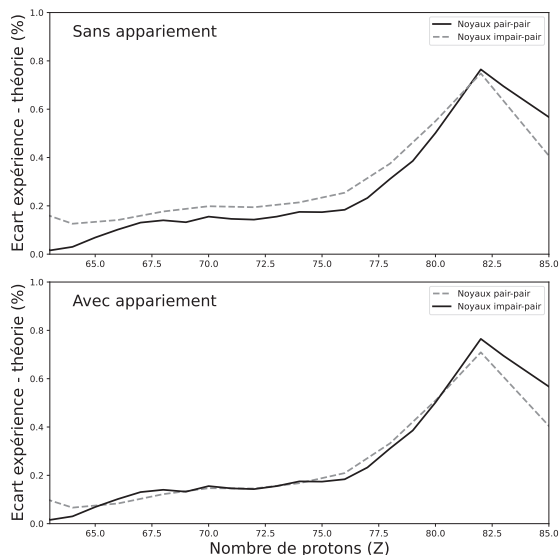


Figure 2.2: Valeur moyenne de la différence entre l'énergie de liaison moyenne par nucléon expérimentale et théorique (en %), sans (figure du haut) et avec (figure du bas) le terme d'appariement, en fonction de Z .

5) Terme d'appariement

Le dernier terme provient également d'un constat expérimental : il n'existe que 4 noyaux stables ayant N et Z impairs (${}^2_1\text{H}_1$, ${}^6_3\text{Li}_3$, ${}^{10}_5\text{B}_5$ et ${}^{14}_7\text{N}_7$) alors qu'il existe 167 noyaux stables avec N et Z pairs. On en conclut donc que les nucléons d'une même espèce ont tendance à former des paires dans le noyau. Pour tenir compte de cet effet on ajoute un terme d'appariement (δ) qui aura pour effet de diminuer l'énergie de liaison pour les noyaux impair-impair (un proton et un neutron célibataires) et de l'augmenter pour les noyaux pair-pair. On ajoute donc à la formule de Bethe-Weizsäcker un terme δ tel que :

$$\delta = \begin{cases} a_p A^{-3/4} & \text{pour } Z \text{ et } N \text{ pairs} \\ 0 & \text{pour } Z \text{ ou } N \text{ impair} \\ -a_p A^{-3/4} & \text{pour } Z \text{ et } N \text{ impairs} \end{cases} \quad (2.6)$$

La dépendance en $A^{-3/4}$ assure que cet effet est décroissant avec A , l'appariement de deux nucléons ayant moins d'effet pour un noyau lourd.

La figure 2.2 présente l'écart entre la théorie et l'expérience (en %) en fonction de Z , dans la région⁵ $Z \simeq 82$. On constate tout d'abord que l'écart entre la théorie et l'expérience est très faible (moins de 1 %) et que le terme d'appariement présente bien la propriété recherchée. En effet, l'inclusion de ce terme permet d'obtenir un écart moyen théorie-expérience analogue pour les noyaux pair-pair et les

⁵Cette région n'est pas *a priori* la meilleure car l'effet de l'appariement y est faible. Cependant, elle ne comporte qu'un seul nombre magique ce qui facilite la mise en évidence de cet effet.

Physique nucléaire appliquée

Avec ce livre les étudiants de niveau master vont acquérir les bases scientifiques indispensables à la compréhension de la gestion de l'énergie nucléaire. L'approche et la compréhension détaillée des phénomènes physiques ont pour objectif l'application à l'industrie nucléaire.

La gestion de l'énergie nucléaire constitue un enjeu sociétal majeur avec de nombreux défis industriels :

- gestion des déchets nucléaires,
- démantèlement des installations nucléaires,
- sûreté des centrales,
- différentes filières de réacteurs nucléaires pour l'avenir.

Ce livre traite les aspects industriels, appliqués et fondamentaux de la physique nucléaire : la physique du noyau, les modèles aux désintégrations, et les applications à la production et la gestion de l'énergie nucléaire.

Le nucléaire industriel est en constante évolution, en témoigne les changements opérés ces dernières années (relance du nucléaire en France et dans le Monde, développement des petits réacteurs modulaires).

La 4^e édition mise à jour :

- améliore la clarté et la pédagogie ;
- ajoute de nouveaux exercices, les visuels ont été améliorés et le texte retouché ;
- met à jour les données et informations relatives aux changements récents dans le nucléaire industriel.

LES PLUS

- Exemples tirés de l'industrie nucléaire et de la recherche
- Aborde scientifiquement des thématiques à forts enjeux sociétaux
- Plus de 50 exercices et problèmes corrigés

Frédéric Mayet est professeur des universités à l'Université Grenoble Alpes. Il enseigne la physique nucléaire, la thermodynamique et l'ingénierie nucléaire. Il est responsable de la mention de master Ingénierie Nucléaire de l'Université Grenoble Alpes. Ce master, basé à Valence, prépare des étudiant(e)s à une carrière dans l'industrie nucléaire en tant qu'ingénieur(e)s sûreté nucléaire, déchets radioactifs et démantèlement.

29,90 €

ISBN : 978-2-8073-7250-4



www.deboecksuperieur.com

De Boeck Supérieur s'engage
durablement
pour l'environnement

